

# The Mathematics Textbook in the Hands of Lower Secondary Students: How, When and Why They Use It

Ljerka Jukić Matić<sup>1</sup> and Dubravka Glasnović Gracin<sup>2</sup>  
<sup>1</sup>University of Osijek, Department of Mathematics  
<sup>2</sup>University of Zagreb, Faculty of Teacher Education

## Abstract

*Textbooks play a very important role in education; their content and practice exercises may have an influence on the students' opportunities to learn. Although many studies have focused on the teachers' use of textbooks, studies on students' textbook use are sparse. The aim of the study presented in this paper is to examine how, when, and why students utilize textbooks for learning mathematics. The data was obtained by combining quantitative and qualitative methods (triangulation of questionnaire results, interviews, and students' diaries). To that purpose, the model of a socio-didactical tetrahedron was used, where the dynamic relationship among textbook, mathematics, teacher and student was observed. The results show that students regularly use the textbook for practice exercises and homework. The social component of textbook use points to: (1) teacher as a mediator between the textbook and students; (2) the important role of the textbook in terms of help at home given by parents or siblings if the student did not understand the subject matter in school. Therefore, the utilization of the textbook is a complex and dynamic process which includes various parameters and participants, not just teachers and students.*

**Keywords:** socio-didactical tetrahedron; students; textbooks utilization

## Introduction

Printed textbooks have played an important role in many school subjects for a long time. In recent years, digital textbooks have started to replace printed ones, but no matter what form they take, textbooks continue to play a vital role in school

life. This is evident in the curriculum model proposed by Valverde et al. (2002), which identifies three faces of the curriculum: the intended curriculum – what an educational system intends for students to learn; the implemented curriculum – what is taught in classrooms; and the attained curriculum – the knowledge, understanding, skills and attitudes students acquire and can demonstrate. In this model, textbooks serve as mediators between the intended and the implemented curriculum (Valverde et al., 2002). On the one hand, textbooks follow the requirements of the intended curriculum and, on the other hand, they are designed as “templates for action” in classrooms. Because of this role as a link between the intended and the implemented curriculum, textbooks are considered to be the *potentially implemented curriculum*. They are usually structured in a way which covers the topics that students should encounter during a particular school year; thus, the textbook serves as a kind of agreement and support for uniformity within the school system (Johansson, 2006).

In mathematics, textbooks characterize the teaching-learning process more than in other subjects (Fan, Zhu & Miao, 2013). The mathematics textbook is a valuable teaching resource – designed for use by both teachers and students in their interaction with mathematics in/for teaching and learning, inside and outside the classroom (Pepin, Guedet & Trouche, 2013). This multifaceted role places the textbook as an object of research that can provide relevant information about the curriculum, teachers’ instruction and students’ learning (Clements, 2007). For instance, Hadar (2017) detected a correlation between the mathematics textbook and students’ opportunities to learn mathematics. The question of how students take advantage of these opportunities has been studied sporadically (Rezat, 2013). This finding opens the way for new studies that examine whether students utilize mathematics textbooks in their everyday school life, how they use them, when and why. Motivated by these questions, we conducted a study to investigate students’ utilization of mathematics textbooks for learning inside and outside the classroom.

## **Literature review on textbook utilization**

### ***Teachers and textbooks***

Various studies have investigated teachers’ textbook utilization (e.g. Stein et al., 2007; Pepin & Haggarty, 2001). The results showed that textbooks affect teachers’ choices in many different ways. Teachers frequently use textbooks in planning a lesson and in enacting the lesson. The teachers relied on the textbook to a great extent for teaching new content: they used the proposed pedagogy, the same language as given in the textbook and reproduced similar worked examples on the blackboard (e.g. Pepin & Haggarty, 2001). They also frequently assigned the practice exercises from the textbook, as well as homework (e.g. Pepin & Haggarty, 2001; Johansson, 2006).

Teachers interact with textbooks in various ways. This relationship can be viewed as participatory and can be understood by using the spectrum of agency or responsibility (Brown, 2009); the teacher’s interaction with curriculum materials is

seen in terms of offloading, adapting and improvising. Similarly, it can be viewed through the lens of authority, as proposed by Nicole and Crespo (2009): a) teachers either adhere to the textbook, considering it as an authority which rules what to teach and how to teach it; b) teachers elaborate and extend textbook lessons, tasks, problems, and exercises; or c) teachers create problems and questions using the textbook to stimulate ideas for the structure, sequence, and context of lessons.

When it comes to the utilization of mathematics textbooks in Croatia, Glasnović Gracin and Domović (2009) found that Croatian mathematics teachers use mathematics textbooks in the same manner as their colleagues from other countries. Their study investigated nearly one thousand mathematics teachers of lower secondary education in Croatia (grades five to eight). The results showed that teachers use textbooks to a great extent for various activities: lesson preparation, teaching a new topic, practice exercises and assigning homework. The results also showed that textbooks were used more than other curriculum resources. Around 97 % of the surveyed teachers claimed they almost always use the textbook for lesson preparation. In addition, 97 % of participants confirmed that they use the textbook as a source of mathematics exercises and 99 % of participants stated that they assign homework from the textbook. As an extension of this large-scale quantitative study, Glasnović Gracin and Jukić Matić (2016) investigated the use of textbooks with 12 lower secondary mathematics teachers. This qualitative study involved on-site observations and interviews with the goal of finding out whether teachers' self-reports on textbook utilization differ from the actual situation in the classroom. The findings showed that the textbook played a central role in teachers' lesson preparation, as well as in the selection of worked examples and practice exercises for the students.

In some countries, textbooks are mandatory within the school system, while in other countries they do not play a central role and a teacher might choose to use other supplementary resources (Siedel & Stylianides, 2018). In Croatia, mathematics textbooks are compulsory in primary and secondary education and they are regulated by the Act on Textbooks for Elementary and Secondary Schools. The Ministry of Education and Science provides a list of approved textbooks and teachers jointly select textbooks for their school for a period of four years. Glasnović Gracin (2011) analysed Croatian mathematics textbooks for grades five to eight. The content analysis showed that the requirements of the intended curriculum match those of the mathematics textbooks. Thus, Croatian mathematics textbooks can be perceived as a 'conveyor of the curriculum' (Fan et al., 2013, p. 635).

### ***Students and textbooks***

Studies examining how mathematics textbooks influence instruction have shown that textbooks have a significant influence on students' opportunities to learn mathematics (Stylianides, 2009). Hadar (2017) analysed whether opportunities in tasks with different levels of understanding provided in mathematics textbooks

correlate with students' achievement in tasks requiring equivalent levels of understanding in a standardized national exam. She found that students will attain higher scores if they used a textbook which provides the opportunity to engage in tasks demanding higher levels of understanding.

Viholainen et al. (2015) examined how upper secondary students in Finland utilize textbooks in their learning of mathematics. The results of their survey showed that students use their textbooks mainly as a source of exercises, and less for the examples and studying theory. Also, Finnish students used their textbooks more in school than outside of school. In their study on how Chinese students use mathematics textbooks, Fan, Zhu, Qiu, and Hu (2004) obtained similar results: the students used their textbooks mainly as a learning resource for in-class exercises and homework. Rezat (2013) examined how German secondary school students utilize mathematics textbooks for self-regulated learning. His findings showed that students practiced tasks that were: (1) similar to tasks given in the classroom, (2) positioned near a specific rule, or (3) dependent on the perceptual salience of the tasks.

In the Croatian context, Matijević et al. (2013) examined upper secondary students' perceptions of the usefulness of the school textbooks for various subjects. Using questionnaires, they investigated two groups of students, from general secondary schools (gymnasium) and from vocational schools. The results for both groups of students were quite similar. The mathematics textbook was perceived as being the least adapted to their age group, but it was used a lot for self-regulated learning. Moreover, mathematics was identified as being a subject which is impossible to learn without a textbook.

### ***Research questions***

The number of studies on students' use of textbooks is significantly smaller than the number of studies that examine how and why teachers use textbooks. Fan et al. (2013) argue that more research work is needed specifically on students' utilization of textbooks. We have attempted, at least in part, to contribute to this. The study reported in this paper examines how lower secondary school students use their textbooks. Therefore, the following research questions have been formulated: To what extent do lower secondary school students use their mathematics textbooks? What influences their use of textbooks in this way?

### **Theoretical framework**

One way to examine the utilization of mathematics textbooks in the classroom is using Rezat and Sträßer's (2012) socio-didactical tetrahedron. This model stems from the original didactical triangle, which identifies the fundamental components of any didactical system: teacher, student and content. It is further modified by adding the third vertex (resources) in order to get a tetrahedron. Rezat and Sträßer (2012) re-conceptualized this idea by recognizing that connections represented by

the edges of the tetrahedron require further mediation. The fourth vertex is artefact, i.e. the outcome of human activity, made with the precise aim of accomplishing a particular task. Such artefacts include resources from textbooks and digital tools to tasks and language. The socio-didactical tetrahedron (SDT), together with social and cultural influences, models the use of the artefact in the classroom (Figure 1).

This model can be described in the following way: the textbook, being the mediated artefact, is positioned as the top vertex and enters into the relation of humans, i.e. teachers and students with mathematics. Therefore, the vertices teacher, student, mathematics and the textbook constitute the didactical tetrahedron. However, there is also the complex interplay among institutional context and social and cultural influences. They are positioned as the bottom vertices which extend the didactical tetrahedron into a socio-didactical tetrahedron. The bottom vertices of this SDT model are: conventions and norms about being a student and about learning, conventions and norms about being a teacher and about teaching, and the public image of mathematics. These three vertices are connected through the bottom edges. Since these social and cultural parameters lay in a complicated relationship, other points on the bottom edges are highlighted, such as institution, noosphere, and peers and family (Rezat & Sträßler, 2012). These social and institutional parameters are often considered to be less visible because the persons involved are not often conscious of them.

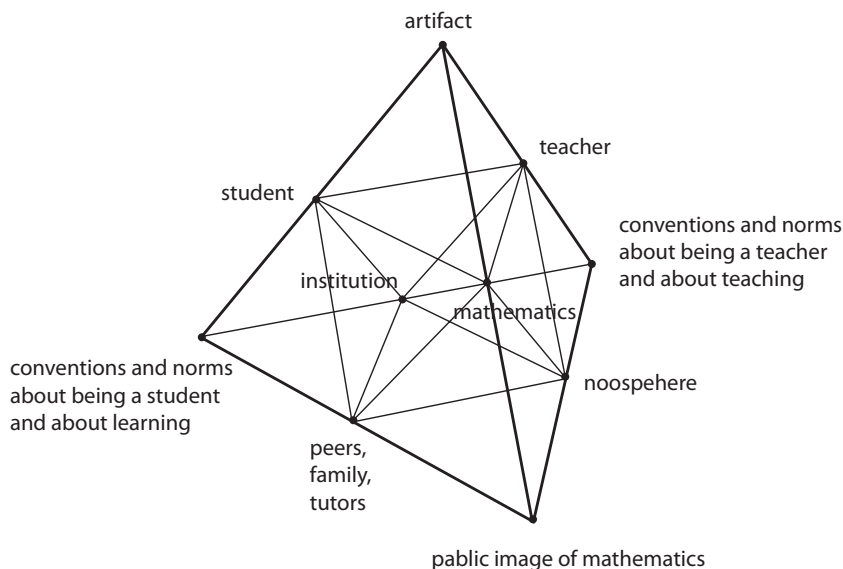


Figure 1. Socio-didactical tetrahedron (Rezat & Sträßler, 2012, p. 648)

According to Rezat (2013), the SDT model gives fundamental constituents of the textbook use, but does not provide an understanding of what characterizes the

relation of main constituents. Given that the model describes a complex process of textbook use, it is not possible to analyse the textbook concerning the whole tetrahedron model within the scope of one paper. Therefore, this study is limited to particular segments of the tetrahedron.

## **Methodology**

The data used in this study was collected with the aid of a short questionnaire designed for lower secondary students, by interviewing students, and by using students' diaries on their textbook utilization.

Of the teachers that we had observed and interviewed in earlier studies (Glasnović Gracin & Jukić Matić, 2016; Jukić Matić, 2019; Jukić Matić, 2019), three, from three different schools, were interested in conducting a new study in their classrooms with their students as participants. In the earlier studies, these teachers were identified as having a dynamic relationship with the textbook: they offloaded, adapted the textbook content or improvised, depending on the goals they wanted to achieve. The questionnaire was given to their students during mathematics lessons. In total, 192 lower secondary students completed the questionnaire. The students who participated were from grade six (59) and grade eight (133). The questionnaire consisted of nine statements concerning students' use of their mathematics textbook. Participants were asked to respond to several statements using a four-step Likert scale. These statements are presented in Table 1 in the Results section.

In addition, a group of four eighth-grade students was selected in each school for a group interview. We believed that this targeted group was more appropriate for the interview than the sixth-grade students because the eighth-graders were finishing their lower secondary education at the time and had been learning mathematics at the lower secondary level for longer. The most important criteria for the selection of the students was their willingness to speak freely and openly with the interviewer whom they were meeting for the first time. A group interview was chosen as a means to overcome any discomfort among students when talking to a person they were not familiar with. We believed that by being in a familiar setting the students would be comfortable answering the questions put to them. This approach is confirmed, for instance, in Cohen et al. (2006): "Group interviewing can be useful with children, as it encourages interaction between the group rather than simply a response to an adult's question" (p. 374). Moreover, the authors claim that group interview is valuable because as a method one participant can complement the other with additional points, leading to a more complete and reliable record. In our case, that is getting a better picture of students' utilization of textbooks inside and outside the classroom environment.

The three groups of interviewed students will be labelled as A, B and C in the rest of the paper. The focus of the interview was theme-based: the impact of the textbook

on the course structure; the teacher's guidance on textbook use; the utilization of the textbook at home; utilization of the textbook in learning theory, studying examples and doing exercises. The interviews were semi-structured, so the interviewer was able to ask some additional questions regarding each student's responses.

Groups A and B used the same textbook series, Group C used another textbook series. The digital versions of the mathematics textbooks that students used in this study belong to the first generation of digital textbooks and can be characterized as integrative e-textbooks. According to Pepin, Gueudet, Yerushalmy, et al. (2016), an integrative e-textbook is an "add-on" type model where the digital version of the traditional textbook is linked to other learning materials.

Moreover, in order to get a comprehensive and valid picture of students' textbook use inside and outside of school, several students were asked to keep a diary for a month on their textbook use. For this activity, each teacher chose two students from among those who were willing to participate in the interview. Students made their diary entries prior to the interview and they were asked to highlight or mark every part of the textbook they used. Additionally, they were asked to give the reason why they used the parts they highlighted in their diary. This instrument was developed in order to get precise information about what the students use in the textbook and why they use it.

For the data collected through the questionnaire, the means and standard deviations were calculated. These data indicate the use of textbooks by participants on average. The interview data were transcribed and analysed qualitatively concerning each topic. The diary entries were analysed and compared with the interview answers as well as with the questionnaire results — this provided triangulation of obtained data.

## **Results**

### ***Questionnaire results***

The results based on the questionnaire give a general picture of how the student participants use their mathematics textbooks. The means and standard deviations for given statements can be seen in Table 1. Proportional response distributions for the statements are presented in Figure 2.

The results indicate that students use their textbooks mainly in school for doing exercises (statement 4) and at home for doing homework (statement 6), but rarely for doing exercises independently (statement 8). However, if and when students do study by doing exercises, they do not use other materials, only the textbook (statement 9). Students use their textbook for learning theory like definitions, rules and various formulas (statement 1), but it seems they use their notebooks more than the textbook for this kind of learning (statement 2). It appears that teachers do not follow textbooks blindly; they tend to change textbook definitions or formulas (statement 3). In spite of this, it seems that teachers often encourage textbook utilization (statement 7).

Table 1  
*Students' answers on the utilization of their mathematics textbook*

Statements	Mean	SD
1 How often do you use the textbook for learning definitions, formulas and rules?	2,3	0,82
2 How often do you learn definitions, rules and formulas from your notebook and other materials, but not from the textbook?	2,7	0,88
3 Are the definitions, formulas and symbols that your teacher uses the same as in the textbook?	1,7	0,73
4 How often do you use the textbook in school for doing exercises and problem solving?	3,4	0,75
5 In doing exercises, how often do you look for help from the worked examples in the textbook?	2,2	0,87
6 How often does your teacher assign homework from the textbook?	3,5	0,68
7 How often does your teacher encourage the use of the textbook saying "Open the textbook and look at ..." or "At home, look at page ... "?	3,1	0,84
8 How often do you use the textbook at home for doing exercises on your own (not for homework)?	2,5	0,92
9 Do you use other materials for doing practice tasks at home (not for homework)?	1,9	0,91

\*Students responded to the statements by using a four-step scale, in which 1 = never, 2 = occasionally, 3 = often and 4 = frequently.

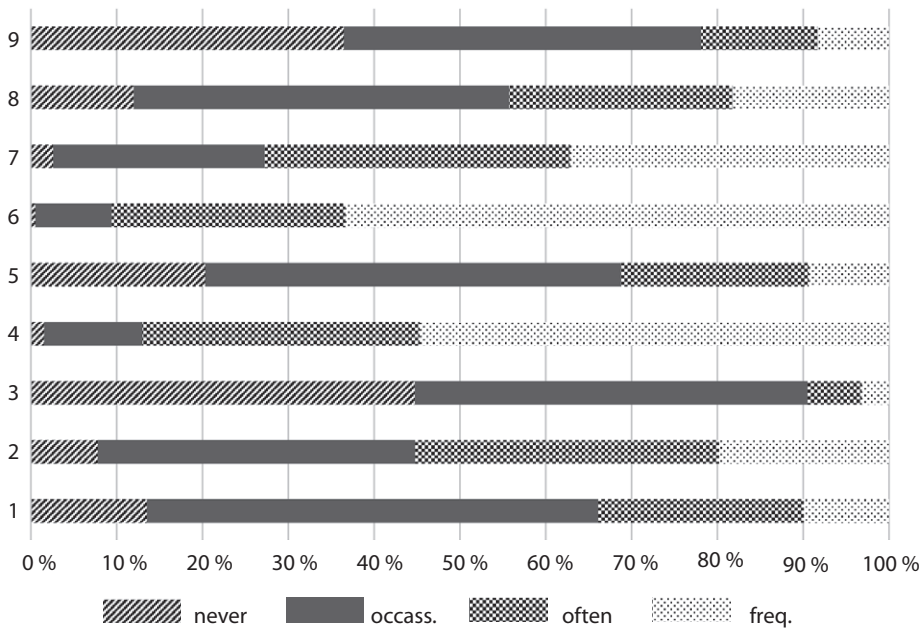


Figure 2. Proportional response distribution for the statements in the questionnaire



## **Interview results**

### **Theme 1 Utilization of textbooks in learning theory and studying examples and exercises**

The participants claimed that they all use the textbooks for learning mathematics. Even though the students make notes in their notebooks during lessons, they did not say that they only study from the notebook. The notebooks contain definitions, rules or formulas they were taught in the lesson and tasks solved during the lesson. The students said they used their notebooks for definitions and they agreed that their teachers modify definitions from the textbook: they shorten them or rephrase them to make them easier to understand. This was the main reason Group A gave for learning definitions from their notebooks. Groups B and C expressed a tendency to use the textbook as well as their notebooks, because “it is all in one place” and “it [the definition] is elaborated in detail”. Students also use their notebooks to find specific formulas while doing their homework.

Student A3: The teacher shortens them [definitions]. In the textbooks they [definitions] are much longer so it's hard for me to comprehend them sometimes.

Student B3: I learn definitions from my notebook. I also check the textbook if I don't understand them because it is explained in more depth there.

Student C3: When I come home, I skim through the pages, I learn definitions, I do the homework.

Students occasionally use the textbook for worked examples. Solved tasks or worked examples are perceived as being of great help when students get stuck. This does not happen often. It is related mostly to exam preparation.

Student A1: Hm... Sometimes for help.

Student C1: I don't usually get stuck. If I do, I check the worked examples from the textbook.

Student C2: I like it because there are worked examples there [in the textbook], so I can study on my own.

In general, the students agreed that there are a variety of exercises in the textbook, and there are enough of them if they want to practice at home. In their opinion, the tasks range from easy and medium to difficult, being appropriate for students with different abilities. They explained that in the textbooks there is a set of problems at the end of each chapter which they do not usually tackle because they are too complicated. Group C complained about the layout of exercises in the textbook. They would like exercises to have labels of difficulty.

Student A2: It would be good to know which exercises are easy and which are difficult. When I start to do an exercise on my own, then I can see if it's for me or not. I want to know that in advance.

Student C2: I'm not good at maths. So, I want to know which exercises are suitable for me.

Group C pointed out that they would like to change the part of the textbook where the solutions to the problems are given. Overall, the students are dissatisfied with the structure of that part of the textbook. They said that the answers and solutions are too short; they would like to see some more in-depth steps, not just the final solution. Student C2 and student C4, who identified themselves as being weak in mathematics, said they did not think this would be abused; sometimes they do not know how to start solving a task, especially at home, so a few additional steps would be very helpful.

All of the participants said that they do not use the digital version of the textbook, even though they knew it existed. They rely on the printed textbook because the printed and digital versions are almost the same, so they do not feel the need to use the digital one.

## **Theme 2 Impact of the textbook on the course structure**

Initially, the students all agreed that their teachers follow the textbook. However, when asked if the teachers use all the content from the textbooks, the students' answers changed. They said that their teachers prepare the motivational parts themselves for each new topic, and they use their own approach to teaching new content. The students think that some teachers give their own examples, but they direct their attention to the existing worked examples in the textbook.

Student A4: She follows the textbook. However, she also prepares her own motivational part — for example, those stories [for introduction].

Student B4: She gives her own examples. However, we do read the worked examples in the textbook to be aware that they are there.

Student C3: Yes, we look at the worked examples. Also, then she [the teacher] explains things in more detail.

The students said that their teachers use the same title as in the textbook. The labels and symbols are not always the same as the labels in the textbook and definitions are often rephrased.

Student A4: Not always, the labels are not always the same, especially in geometry.

Student B3: The teacher shortens them [definitions] and then we go through the textbook, read definitions from there.

Student C3: Our teacher uses her own words... However, they [definitions by teacher and in the textbook] are pretty much the same.

When asked how they would feel if their teachers completely avoided using the textbook, students expressed a negative feeling toward this idea. They see the textbook as a valuable companion in the learning process.

Student A1: I wouldn't know what to learn. I'd be confused.

Student B2: I would manage somehow... However, I like having something I can rely on.

Group A could not agree among themselves whether the exercises they use in the classroom are only from the textbook or whether their teacher includes her own exercises as well. In the end, they agreed that sometimes their teacher makes worksheets using her own exercises and sometimes she writes them on the blackboard. Group B claimed they rely solely on the textbook when they do exercises individually, but when the teacher organizes group work, she prepares her own tasks. Group C said that at the beginning of a new chapter their teacher uses exercises just from the textbook, but when they "get deeper" into a topic, the teacher creates her own exercises. Also, when they are preparing for an exam, the teacher creates worksheets with her own exercises. Despite these differences among the groups, they all said that their homework is always assigned from the textbook.

### **Theme 3 Teachers' guidance on textbook use**

The participants agreed that their teachers very often tell them to open their textbooks at a certain page and to copy the definition into their notebooks or to read a specific task.

Student B3: Yes! [laughs] All the time.

The results show that the teachers rarely give students opportunities to learn new content from the textbook on their own; in fact, several students could not remember this ever happening. Group C said that this happens sometimes, for example, when they have not finished a lesson in school and they need to know the subject matter for the lesson the next day. However, this is not a regular occurrence.

Student C2: Sometimes we have to finish what we started at school.

Student C3: When was that?

Student C2: Don't you remember, [...] when we were doing vectors.

The participant students perceived the language in the textbooks as being understandable most of the time, written in a way appropriate for their age. This is another reason why they use the textbook. They agreed that the teachers encourage them to learn from the textbook even though their lessons do not correspond entirely to the lesson in the textbook.

#### **Theme 4 Utilization of textbooks at home**

Some students use textbooks every day to learn definitions, while others use them occasionally and mainly for exam preparation. However, all of the participants agreed that they regularly do homework from the textbook. Among the interviewed students there were several who claimed that they do not revise for the exam at all because “they learn everything they need in the lessons.” Other students said they do the practice tasks from the textbook before the written exam. Some practice on their own, while others ask their parents or siblings for additional help.

Student A1: I do my homework regularly, so this is my practice for the exam.

Student B4: I practice on my own. I look at the worked examples and definitions in the textbook.

Students explained that their parents or siblings firstly have a look at the textbook to refresh their memories and then make up exercises for them which are similar to the exercises in the textbook. Their home tutors, whether parents or siblings, rarely use the internet or other sources to create new exercises.

Student A2: I study with my brother. He looks at my notebook and textbook, to see what we did at school, and then he makes up similar exercises. He also asks if I know the definitions.

Student C2: I study with my dad. I have significant problems with math so he gives me some extra exercises from the textbook to practice.

Student C4: I practice with my sister. She clarifies what I don't understand. Plus, most of the time she gives me tasks from the textbook. Sometimes she makes them up [tasks].

When they study for an exam at home, some students use the sections of the textbook which are intended for exam preparation. They like the structure of the textbook in these sections because all the important content of the particular chapter is presented systematically there through various exercises.

#### ***Diary entries***

After compiling their textbook utilization diary, many students were surprised at how much more they had used the textbook than they had thought. The students' diary entries corresponded to their answers in the questionnaire. The textbook is used mostly for doing homework. In the classroom, it is used as a source for exercises. When an exam is coming up, the students used it for learning definitions and revising for the exam. An example can be seen in Figure 3.

Date	Where	Page in the textbook	Reason for textbook utilization
Datum	Gdje	Stranica u udžbeniku	Razlog za korištenje obilježnog dijela
2.5.	Š	96.	PONAVLJANJE GRADIVA VEKTORA OD PROŠLOGA SATA Reviewing previous content in school
2.5.	Š	103.	GLEDANJE PRIMJERA I RJEŠAVANJE ZADATAKA NA SATU Doing worked examples and exercises in school
4.5.	Š	105., 107., 111.	RJEŠAVANJE ZADATAKA S OVIH STRANICA KAO VJEŽBA NA SATU Doing exercises in school
5.5.	K	111.	59. ZAD., RJEŠAVALA ZA ZADACU Homework
9.5.	<del>Š</del> K	<del>111.</del> 108.	RJEŠAVANJE ZADACE Homework
11.5.	Š	115., 116.	RJEŠAVANJE ZADATAKA NA SATU PONAVLJANJE (73., 77., 79. ...) Doing exercises in school
15.5.	K	116.	RJEŠAVANJE ZADACE (77., 79. ZAD.) Homework
16.5.	Š	122., 123., 124., 125.	RJEŠAVANJE ZADATAKA NA SATU (PONAVLJANJE) Doing exercises in school
16.5.	Š	126., 127.	NOVO GRADIVO Learning new content
18.5.	Š	128. - 135.	NOVO GRADIVO Learning new content
23.5.	Š	136.	OBRADA NOVOG GRADIVA Learning new content
29.5.	K	96. - 140.	Studying theory for exam at home PONAVLJANJE TEORIJE PRED ISPIT

\* K = at home, Š = at school

Figure 3. Example of a student's diary on textbook utilization (translation by authors)

## Discussion and conclusion

This paper investigated how lower secondary school students use their mathematics textbooks inside and outside school. The results included the questionnaire answers,

interviews, and students' diaries, which provided different data which complemented each other. Therefore, we believe that we obtained a better picture of the textbook utilization of the participants. The results of the questionnaire showed how much students use the textbook, but the interview provided the reasons why the textbook is used in a particular way.

### ***Triangular face textbook – students – mathematics***

The role of the textbook in learning mathematics is evident in the participants' questionnaire responses. The students used the textbook for learning mathematical theory (definitions, rules and formulas), worked examples and exercises. Therefore, it could be said that the textbook mediates mathematics to students. The extent of utilization differs depending on which part of the textbook is being used. Students said that they occasionally use the textbook for learning definitions, rules and formulas; they use their notebooks for that a bit more frequently. In this case, the notebook represents "a small textbook" because everything that is written on the blackboard in the lesson is also copied into the notebook. The interview revealed that students' utilization of the textbook for studying theory is related to exam preparation. The students' utilization of their notebooks is connected with the different, often simpler forms of definitions that are in them. The participant students usually use the worked examples in the textbook when they get stuck with exercises or for revising for the exam. Rezat (2013) associated this type of help with the similarity or adjacency of exercises to one another, indicating the possibility of imitative concluding. However, it could also be the case that students did not master, or have forgotten, the relevant concepts or procedures so they (re)learn them from the worked examples.

The textbook is used as an essential source of exercises inside and outside of school. Moreover, students claimed that they do not use other resources for self-regulated learning, even though they are accessible to them, which shows the significance, centrality, and authority of textbooks over other materials (Yerushalmy, 2015). Similar results were obtained in the study of upper secondary students in Finland (Viholainen et al., 2015). That study found that students rarely used textbooks for learning mathematical theory, even though mathematical theory in the upper secondary school is broad and more extensive. Finnish students also used worked examples when they encountered a problem while doing exercises and regarded the textbook as an important source for practicing.

Students' remarks on the layout of exercises in the textbook indicate that labelling the level of difficulty for each exercise is important to them, both in terms of their learning and their utilization of the textbook. The same can be concluded for the part of the textbook with the solutions to exercises. It seems that these textbook deficiencies hinder students' use of the textbook as a source of self-regulated learning. On the other hand, the participants' remarks on the language indicate that the textbook authors' approach is comprehensible to the 14-year-old students.

In contrast, Viholainen et al. (2015) showed that upper secondary students struggle with language in mathematics textbooks, and that the language presents an obstacle in learning and using the textbook. This result could be related to the level of mathematics students are exposed to in lower and upper secondary school, which significantly differs; therefore, the language may be more complicated and incomprehensible to students.

The findings related to family members exemplify the relevance of the textbook and its role in students' lives. Involving parents or siblings in studying mathematics at home expands the didactical face of the tetrahedron, namely, face textbook – students – mathematics towards its socio-didactical level. Asking others for help when revising for an exam depicts conventions and norms about being a student and about learning with peers, family and tutors. The students pointed out that their parents or siblings use the textbook to refresh their knowledge, which again places the textbook as the central source and authority for learning mathematics.

### ***Triangular face textbook – teacher – students***

The results of the questionnaire showed that teachers serve as mediators of the textbook, deciding what parts of the textbook will be mediated, and in that way they influence the students' textbook utilization. In the interview, students believed that teachers take almost everything from the textbook and follow the textbook structure, but their more in-depth investigation through discussion in targeted groups uncovered that teachers mainly use their own approach to teaching new content, devise their own examples and often rephrase definitions using their own words. These worked examples presented in the classroom are quite similar to those in the textbook or are taken directly from the textbook. In the latter case, teachers also go through the worked examples in greater detail than is given in the textbook.

It seems that teachers use the worked examples from the textbook as a way to direct students' attention to the textbook, i.e. to use it at home for learning. The participant students pointed out that the title of a lesson corresponds to the one in the textbook, which is another way that the teachers' instruction indicates the textbook should be used and how it should be used. Some authors assert that teachers should instruct students on the appropriate utilization of the textbook (e.g. Osterholm, 2008; Rezat, 2013). In the interview, the students explained that there is a pattern for the use of practice exercises from other sources in the classroom; the teacher estimates where a good place for inserting exercises that are different from the ones in the textbook is, depending on their progress with the topic they are currently studying. All these considerations belong to the conventions and norms of being a teacher and about teaching and take us down from the didactical face of the tetrahedron, i.e. from the face textbook – teacher – students to the social dimension of that tetrahedron face. Being a teacher and teaching is connected to the knowledge of what my students should learn, how they should learn it and what is appropriate for them in their

textbook, i.e. the teacher's pedagogical content knowledge. This connection shows that the teacher's mediation of textbook use affects students' textbook utilization and indicates that students' textbook use should be investigated alongside the teacher's work with the textbook.

### ***The importance of textbooks***

It is important for teachers and designers of learning materials to be aware of students' perceptions of textbooks and to know how they use them (Rezat, 2012). Insights into students' use of mathematics textbooks or other curriculum resources provide a deeper understanding of how students learn mathematics. That knowledge belongs to the teacher's pedagogical content knowledge and represents an integral part of a teacher's professional development. Moreover, teachers should be aware that the choices they make about which textbook to use and how to use it have an effect on their students' achievements. The particular textbook a teacher chooses can influence what students learn, how they learn it, and the cognitive level at which they learn (Grouws et al., 2013; Hadar, 2017; Stein et al. 2007). Furthermore, there are indications that the effect of textbook choice is cumulative over the school years (van den Ham & Heinze, 2018). This positions the choice of textbook as a vital part of educational practice.

The question of whether to use a mathematics textbook in the classroom or to abandon the current culture of textbook utilisation may put the teacher and students into a problematic situation, as was evident from the results of the study presented in this paper. The textbook offers stability to students and presents an authoritative pedagogic version of knowledge for specific mathematical topics. In addition, if the teacher was to completely deviate from the lesson exposition, definitions, labels or other elements of a lesson in the textbook, it would present a problem not only for the students but for their family members who provide additional help in learning mathematics. This confirms Rezat and Sträßler's (2012) implication that textbook utilization is a complex process that involves other participants in the teaching-learning process, besides just students and teachers.

Even though the students did not use the digital version of their textbooks, it is important to be aware of new technologies that are emerging which are or will be incorporated into the teaching-learning process. The latest versions of digital textbooks have a higher level of interactivity than the integrative ones, something which would influence students' textbook utilization schemes and open the door for new studies.

Lastly, let us refer to the limitations of the study. One limitation is connected with the choice of the teachers who have a participatory relationship with the textbook, i.e. offloading agency to the textbook when appropriate, adapting the textbook content or improvising in the lesson using their own resources. It would be worthwhile to investigate how students whose teachers consider the textbook as an authority utilize



the textbook outside the classroom. Another limitation of the study is connected with the size of the sample used for the questionnaire. However, the study presented in this paper refers to a research with a qualitative approach which implemented the SDT model, and generalizations were not the aim. Further studies with bigger samples will contribute to new knowledge in this area of research.

## References

- Brown, M. (2009). The teacher-tool relationship: Theorizing the design and use of curriculum materials. In J. T. Remillard, B. A. Herbel-Eisenmann, & G. M. Lloyd (Eds.), *Mathematics teachers at work: Connecting curriculum materials and classroom instruction* (pp. 17-36). New York, NY: Routledge.
- Clements, D. H. (2007). Curriculum research: Toward a framework for research-based curricula. *Journal for Research in Mathematics Education*, 38(1), 35-70.
- Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K. (2007). *Research methods in education*. Abingdon: Routledge. <https://doi.org/10.4324/9780203029053>
- Fan, L., Zhu, Y., & Miao, Z. (2013). Textbook research in mathematics education: development status and directions. *ZDM – Mathematics Education*, 45(5), 633-646. <https://doi.org/10.1007/s11858-013-0539-x>
- Fan, L., Zhu, Y., Qiu, X., & Hu, J. (2004). Textbook use within and beyond mathematics classrooms: A study of 12 secondary schools in Kunming and Fuzhou of China. In F. Lianghuo, W. Ngai-Ying, C. Jinfa, & L. Shiqi (Eds.), *How Chinese learn mathematics: Perspectives from insiders* (pp. 228-261). Singapore: World Scientific. [https://doi.org/10.1142/9789812562241\\_0009](https://doi.org/10.1142/9789812562241_0009)
- Glasnović Gracin, D. (2011). *Requirements in mathematics textbooks and PISA assessment*. (Doctoral dissertation). Klagenfurt: University of Klagenfurt.
- Glasnović Gracin, D., & Domović, V. (2009). Upotreba matematičkih udžbenika u nastavi viših razreda osnovne škole [Utilization of mathematics textbooks in lower secondary school]. *Odgovorne znanosti*, 11, 297-317.
- Glasnović Gracin, D., & Jukić Matić, Lj. (2016). The role of mathematics textbooks in lower secondary education in Croatia: an empirical study, *The Mathematics Educator*, 16(2), 29-56.
- Grouws, D. A., Tarr, J. E., Chavez, O., Sears, R., Soria, V. M., & Taylan, R. D. (2013). Curriculum and implementation effects on high school students' mathematics learning from curricula representing subject-specific and integrated content organizations. *Journal for Research in Mathematics Education*, 44(2), 416-463. <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.44.2.0416>
- Hadar, L. L. (2018). Opportunities to learn: Mathematics textbooks and students' achievements. *Studies in Educational Evaluation*, 55, 152-166. <https://doi.org/10.1016/j.stueduc.2017.10.002>
- Johansson, M. (2006). *Teaching mathematics with textbooks. A classroom and curricular perspective*. (Doctoral dissertation, Luleå University of Technology). Luleå: Luleå University of Technology.

- Jukić Matić, Lj. (2019). Pedagogical design capacity of lower-secondary mathematics teacher and her interaction with curriculum resources, *REDIMAT-Journal of Research in Mathematics Education*, 8(1), 53-75. <https://doi.org/10.17583/redimat.2019.2396>
- Jukić Matić, Lj. (2019). The teacher as a lesson designer. *Center for Educational Policy Studies Journal*, 9(2), 136-160. <https://doi.org/10.26529/cepsj.722>
- Matijević, M., Rajić, V., & Topolovčan, T. (2013). Učenička percepcija srednjoškolskih udžbenika [Students' perception of high school textbooks]. *Život i škola*, 59(29), 64-78.
- Nicol, C. C., & Crespo, S. M. (2006). Learning to Teach with Mathematics Textbooks: How Preservice Teachers Interpret and Use Curriculum Materials. *Educational Studies in Mathematics*, 62(3), 331-355. <https://doi.org/10.1007/s10649-006-5423-y>
- Osterholm, M. (2008). Do students need to learn how to use their mathematics textbooks? The case of reading comprehension. *Nordic Studies in Mathematics*, 13(3), 7-27.
- Pepin, B., & Haggarty, L. (2001). Mathematics textbooks and their use in English, French and German classrooms: a way to understand teaching and learning cultures. *ZDM – Mathematics Education*, 33(5), 158-175. <https://doi.org/10.1007/BF02656616>
- Pepin, B., Guedet, G., & Trouche, L. (2013). Re-sourcing teacher work and interaction: new perspectives on resource design, use and teacher collaboration. *ZDM – Mathematics Education*, 45(7), 929-943.
- Pepin, B., Guedet, G., Yerushalmy, M., Trouche, L., & Chazan, D. I. (2016). E-textbooks in/for teaching and learning mathematics: A potentially transformative educational technology. In L. D. English, & D. Kirshner (Eds.), *Handbook of international research in mathematics education* (pp. 636-661). New York, NY: Routledge. <https://doi.org/10.1007/s11858-013-0534-2>
- Rezat, S. (2012). Interactions of teachers' and students' use of mathematics textbooks. In G. Guedet, B. Pepin, & L. Trouche (Eds.), *From Text to 'lived' resources. Mathematics curriculum materials and teacher development* (pp. 231-246). New York: Springer.
- Rezat, S. (2013). The textbook-in-use: students' utilization schemes of mathematics textbooks related to self-regulated practicing. *ZDM – Mathematics Education*, 45(7), 659-670. <https://doi.org/10.1007/s11858-013-0529-z>
- Rezat, S., & Sträßer, R. (2012). From the didactical triangle to the socio-didactical tetrahedron: artifacts as fundamental constituents of the didactical situation. *ZDM – Mathematics Education*, 44(5), 641-651. <https://doi.org/10.1007/s11858-012-0448-4>
- Siedel, H., & Stylianides A. J. (2018) Teachers' selection of resources in an era of plenty: An interview study with secondary mathematics teachers in England. In L. Fan, L. Trouche, C. Qim, S. Rezat, & J. Visnovska (Eds.), *Research on mathematics textbooks and teachers' resources* (pp. 119-144). Cham: Springer. [https://doi.org/10.1007/978-3-319-73253-4\\_6](https://doi.org/10.1007/978-3-319-73253-4_6)
- Stein, M. K., Remillard, J. T., & Smith, M. S. (2007). How curriculum influence student learning. In F.K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 319-369). Charlotte, NC: Information Age Publishing.
- Stylianides, G. J. (2009). Reasoning-and-proving in school mathematics textbooks. *Mathematical Thinking and Learning*, 11(4), 258-288. <https://doi.org/10.1080/10986060903253954>
- Valverde, G. A., Bianchi, L. J., Wolfe, R. G., Schmidt, W. H., & Houang, R. T. (2002). *According to the book: Using TIMSS to investigate the translation of policy into practice through the world of textbooks*. Dordrecht: Kluwer. <https://doi.org/10.1007/978-94-007-0844-0>

- van den Ham, A-K., & Heinze, A. (2017). Does the textbook matter? Longitudinal effects of textbook choice on primary school students' achievement in mathematics. *Studies in Educational Evaluation*, 59, 133-140. <https://doi.org/10.1016/j.stueduc.2018.07.005>
- Viholainen, A., Partanen, M., Piironen, J., Asikainen, M., & Hirvonen, P. E. (2015). The role of textbooks in Finnish upper secondary school mathematics: theory, examples and exercises. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 20(3-4), 157-178.
- Yerushalmy, M. (2015). E-textbooks for mathematical guided inquiry: Design of tasks and task sequences. In A. Watson, & M. Ohtani (Eds.), *Task design in mathematics education: An ICMI study 22*. New York: Springer. [https://doi.org/10.1007/978-3-319-09629-2\\_7](https://doi.org/10.1007/978-3-319-09629-2_7)

---

**Ljerka Jukić Matić**

Department of Mathematics  
University of Osijek  
Trg Ljudevita Gaja 6, 31000 Osijek, Croatia  
ljukic@mathos.hr

**Dubravka Glasnović Gracin**

Faculty of Teacher Education  
University of Zagreb  
Savska cesta 77, 10000 Zagreb, Croatia  
dubravka.glasnovic@ufzg.hr

# Matematički udžbenik u rukama učenika viših razreda osnovne škole: kako, kada i zašto ga koriste

---

## Sažetak

Udžbenik ima važnu ulogu u nastavi, a njegov sadržaj i zadatci za vježbu mogu utjecati na prilike i mogućnosti koje se stavljaju pred učenika iz pojedinoga predmeta. Iako su se brojna istraživanja fokusirala na to kako nastavnici koriste udžbenik, rijetke su studije o tome kako ga koriste učenici. Cilj je ovog rada istražiti upravo kako učenici rabe udžbenik za učenje matematike, kada i zašto. Podatci su dobiveni kombiniranom primjenom kvantitativnih i kvalitativnih metoda (triangulacijom rezultata iz upitnika, intervjuja i dnevnika učenika). Pritom je korišten teorijski model sociodidaktičkog tetraedra u kojem se opservira dinamičan odnos između udžbenika, matematike, učitelja i učenika kroz socijalne i društvene aspekte. Rezultati pokazuju da ispitani učenici redovito koriste udžbenik za rješavanje zadataka i pisanje domaće zadaće. Socijalna komponenta upotrebe udžbenika ukazuje na: (1) učitelja kao medijatora između udžbeničkog sadržaja i učenika u razredu; (2) važnu ulogu udžbenika u situaciji kada ukućani pomažu učeniku koji nešto nije razumio. Stoga možemo zaključiti da je uporaba udžbenika vrlo složen i dinamičan proces koji uključuje različite parametre i sudionike, ne samo učenike i učitelje.

**Ključne riječi:** korištenje udžbenika; sociodidaktički tetraedar; učenici

## Uvod

Kroz povijest edukacije tiskani udžbenici imali su važnu ulogu u mnogim školskim predmetima. Nedavno su se tiskani udžbenici počeli zamjenjivati digitalnim udžbenicima, ali bez obzira u kojem formatu bili, udžbenici i dalje imaju važnu ulogu u školskom životu učenika i učitelja. Uloga udžbenika vidljiva je u trodijelnom modelu kurikula koji su predložili Valverde, Bianchi, Wolfe, Schmidt i Houang (2002): predviđeni kurikulum odnosi se na svrhu, namjeru i ciljeve obrazovnoga sustava; implementirani kurikulum uključuje nastavu i aktivnosti, a postignuti kurikulum odnosi se na stečena znanja i postignuća. U ovom modelu udžbenici služe kao posrednici

između predviđenoga i implementiranoga kurikula (Valverde i sur., 2002). S jedne strane, udžbenici slijede zahtjeve kurikula, dok su, s druge strane, oni dizajnirani kao „predlošci za akciju” u učionicama (Valverde i sur., 2002, str. 12). Zbog ove uloge udžbenika kao poveznice između predviđenog i implementiranog kurikula, oni se još nazivaju i potencijalno implementiranim kurikulumom. Udžbenici su obično strukturirani tako da pokrivaju teme koje bi učenici trebali susresti tijekom školske godine, stoga udžbenik služi kao neka vrsta sporazuma i kao potpora uniformnosti unutar školskoga sustava (Johansson, 2006).

Matematički udžbenici reflektiraju nastavu matematike u većoj mjeri nego što to čine udžbenici za druge školske predmete (Fan, Zhu i Miao, 2013). Iz perspektive poučavanja i učenja, matematički udžbenici su vrijedna nastavna sredstva - dizajnirani su da ih koriste i nastavnici i učenici u interakciji s matematikom, za poučavanje i učenje unutar i izvan učionice (Pepin, Gueudet i Trouche, 2013). Ova višestruka uloga udžbenika čini ga važnim objektom istraživanja i može dati korisne informacije o kurikulu, o poučavanju učitelja i o učenju (Clements, 2007). Primjerice, Hadar (2017) otkriva povezanost između matematičkoga udžbenika i prilika za učenje matematike kod učenika. No, dosad nije mnogo istraživano kako upravo *učenici* koriste udžbenik kao priliku za učenje (Rezat, 2013). Ovaj nalaz upućuje na potrebu za daljnjim sustavnim istraživanjima koja ispituju rabe li učenici matematički udžbenik u svakodnevnom školskom životu, kako ga koriste, kada ga koriste i za što ga koriste. Motivirani prethodno navedenim, proveli smo istraživanje kojem je cilj ispitati učeničko korištenje matematičkoga udžbenika za učenje unutar i izvan škole.

## **Pregled literature o korištenju udžbenika**

### ***Učitelji i udžbenik***

Različite studije bavile su se pitanjima kako učitelji koriste udžbenike (npr. Pepin i Haggarty, 2001; Stein, Remillard i Smith, 2007). Rezultati su pokazali da udžbenici na različite načine utječu na učiteljeve odluke. Učitelji rabe udžbenike pri planiranju i izvođenju nastave, zatim, za poučavanje novih sadržaja koriste predložene strategije i metode, isti jezik kao u udžbeniku i reproduciraju slične primjere, a zadatke za vježbu često zadaju iz udžbenika, kao i domaću zadaću (npr. Pepin i Haggarty, 2001; Johansson, 2006).

Nadalje, učitelji ostvaruju interakciju s udžbenikom na različite načine. Radi se o dinamičkom međuodnosu koji se najbolje može promotriti kroz spektar djelovanja ili odgovornosti za vođenje nastave (Brown, 2009): učitelj koji slijepo slijedi udžbenik, učitelj koji prilagođava sadržaj udžbenika ili, pak, improvizira rabeći vlastite resurse. S druge strane, taj se odnos može promatrati i kroz prizmu autoriteta (Nicole i Crespo, 2009) na sljedeći način: a) učitelji udžbenik smatraju autoritetom koji određuje što i kako poučavati; b) učitelji proširuju udžbenički sadržaj zadatcima, problemima i drugim aktivnostima; c) učitelji rabe udžbenik kao poticaj koji daje ideje za strukturu, slijed i kontekst nastave pri izrađivanju i osmišljavanju aktivnosti.

Kada je riječ o korištenju udžbenika matematike u Hrvatskoj, Glasnović Gracin i Domović (2009) utvrdile su da hrvatski učitelji matematike koriste matematički udžbenik na isti način kao i njihovi kolege iz različitih zemalja. Njihova studija obuhvatila je gotovo tisuću učitelja matematike u višim razredima osnovne škole. Rezultati su pokazali da ispitani učitelji koriste udžbenike u velikoj mjeri za različite aktivnosti: pripremanje za nastavu, poučavanje novih sadržaja, za vježbanje i domaću zadaću te da su udžbenici u nastavi matematike korišteni više od ostalih kurikulnih resursa. Oko 97 % ispitanih učitelja tvrdi da gotovo uvijek koristite udžbenik za pripremu nastave; isti postotak od 97 % potvrđuje da koristite udžbenik kao izvor zadataka za vježbu, a čak je 99 % ispitanika izjavilo da koriste udžbenike za zadavanje domaćih zadaća. Kao nastavak toga kvantitativnog istraživanja Glasnović Gracin i Jukić Matić (2016) ispitala su, korištenjem kvalitativnih metoda, kako 12 učitelja matematike u višim razredima osnovne škole koristi udžbenik u svom radu. U ovom istraživanju korištene su opservacije nastave i intervjui, a nastojalo se utvrditi razlikuju li se izvješća učitelja o vlastitom radu od stvarnoga stanja u razredu. Rezultati su pokazali da je udžbenik odigrao središnju ulogu u pripremi učitelja za nastavu, kao i kod izbora riješenih primjera i zadataka za vježbu.

U nekim zemljama školski udžbenici su obavezni, dok u drugim zemljama oni nemaju primarnu ulogu u nastavi i učitelj može sam odabrati koje će kurikulne resurse rabiti umjesto udžbenika (Siedel i Stylianides, 2018). U Hrvatskoj su matematički udžbenici obavezni u osnovnoškolskom i srednjoškolskom obrazovanju. Njihovu uporabu regulira Zakon o udžbenicima za osnovnu i srednju školu. Ministarstvo znanosti i obrazovanja donosi popis odobrenih udžbenika, a učitelji i nastavnici najčešće ih odabiru u okviru aktiva škole za razdoblje od četiri godine. Glasnović Gracin (2011) je analizirala hrvatske matematičke udžbenike za više razrede osnovne škole u Hrvatskoj. Analiza sadržaja pokazala je da udžbenici prate zahtjeve predviđenoga plana i programa, čime se hrvatske matematičke udžbenike može se promatrati kao „nosioc kurikuluma” (Fan i sur., 2013, str. 635).

### **Učenici i udžbenik**

Studije koje su ispitivale kako matematički udžbenici utječu na nastavu pokazale su da udžbenici imaju značajan utjecaj na priliku i mogućnosti učenicima za učenje matematike (Stylianides, 2009). Hadar (2017) je analizirala postoji li korelacija između matematičkih udžbenika koji nude zadatke s različitim razinama razumijevanja i učeničkih postignuća u standardiziranom nacionalnom ispitu, u zadacima s ekvivalentnim razinama razumijevanja. Otkrila je da će učenici imati bolje rezultate ako koriste udžbenik koji nudi zadatke u kojima se zahtijeva viša razina razumijevanja.

Viholainen, Partanen, Piironen, Asikainen i Hirvonen (2015) ispitivali su u kojoj mjeri finski srednjoškolci koriste udžbenik za učenje. Rezultati njihovoga istraživanja

pokazali su da učenici koriste udžbenik uglavnom kao izvor zadataka za vježbanje, a manje za riješene primjere i učenje matematičkoga sadržaja (teorije, pravila i sl.). Također, finski učenici više koriste udžbenike u školi nego izvan nje. Fan, Zhu, Qiu i Hu (2004) provode istraživanje u kojem ispituju koliko i kako kineski učenici koriste matematički udžbenik. Dobili su slične rezultate kao i u finskoj studiji: učenici koriste udžbenike uglavnom za vježbanje zadataka u školi te za domaću zadaću. Rezat (2013) je proučavao kako njemački učenici rabe matematički udžbenik za samostalno učenje. Njegovi nalazi pokazali su da učenici biraju zadatke: (1) koji su slični zadacima zadanima na nastavi; (2) koji su smješteni u blizini nekoga pravila; (3) s obzirom na neko vidljivo obilježje zadatka na površinskoj razini.

U hrvatskom kontekstu Matijević, Rajić i Toplovčan (2013) ispitali su mišljenje učenika srednje škole o korisnosti školskih udžbenika za različite predmete. Provedena je anketa u dvjema srednjoškolskim populacijama: kod gimnazijalaca i kod učenika strukovnih škola. Rezultati za obje skupine učenika bili su vrlo slični: učenici su smatrali da je matematički udžbenik najmanje prilagođen njihovoj dobi, ali ga većina koristi za samostalno učenje. Osim toga, matematiku su identificirali kao predmet koji je nemoguće naučiti bez udžbenika.

### ***Istraživačka pitanja***

Broj studija o učeničkom korištenju udžbenika znatno je manji od broja studija koje ispituju kako i zašto učitelji koriste udžbenike. Fan i sur. (2013) tvrde da je potrebno provesti više istraživanja povezanih s tom temom. Naša studija u neku ruku odgovara na taj poziv. Istraživanje prikazano u ovom radu ispituje kako učenici viših razreda osnovne škole koriste svoje matematičke udžbenike. U tu svrhu formulirana su sljedeća istraživačka pitanja: U kojoj mjeri učenici viših razreda osnovne škole koriste svoje matematičke udžbenike? Što utječe na njihov način korištenja udžbenika?

### **Teorijski okvir**

Rezat i Sträßer (2012) osmislili su teorijski model kojim se može ispitati kako se koristi udžbenik kao nastavno sredstvo u nastavi i izvan nje. Njihov model naziva se sociodidaktički tetraedar, a proizašao je iz izvornoga didaktičkog trokuta koji identificira temeljne komponente bilo kojeg didaktičkoga sustava: učitelj, učenik i sadržaj. Tome se dodaje i treći vrh (nastavna sredstva) kako bismo dobili didaktički tetraedar. Rezat i Sträßer rekonceptualiziraju ovaj model tako što su prepoznali da veze, koje predstavljaju njegovi bridovi, zahtijevaju dodatno posredovanje. Tehnologiju nazivaju artefaktima za posredovanje, a radi se o rezultatima ljudske aktivnosti, izrađenih s preciznim ciljem postizanja određenoga zadatka. Artefakti uključuju sve, od udžbenika i digitalnih alata do zadataka i jezika. Sociodidaktički tetraedar (SDT), zajedno sa socijalnim i kulturnim utjecajima, modelira upotrebu artefakta (slika 1).

### Slika 1.

Ovaj model može se opisati na sljedeći način: artefakt je udžbenik i on ulazi u odnos ljudi, odnosno učitelja i učenika, s matematikom. Stoga didaktički tetraedar čine vrhovi: učitelj, učenik, matematika i udžbenik. Međutim, tu je i složena međuigra između institucionalnoga konteksta i društvenih i kulturnih utjecaja. Ti utjecaji smješteni su na dno tetraedra kao vrhovi, čime se didaktički tetraedar pretvara u sociodidaktički tetraedar. Vrhovi na samom dnu ovoga tetraedra su: konvencije i norme o tome što znači biti učenik i o učenju, konvencije i norme o tome što znači biti učitelj i o poučavanju te javna percepcija matematike. Ova tri vrha međusobno su povezani preko donjih bridova. Budući da se ti socijalni i kulturni parametri nalaze u složenim odnosima, na donjim bridovima postoje i druge istaknute točke kao što su institucija, noosfera (sfera ljudske svijesti) te vršnjaci i obitelj (Rezat i Sträßer, 2012). Ovi društveni i institucionalni parametri manje su vidljivi, jer mnogi nisu ni svjesni njihovoga utjecaja.

Prema Rezatu (2013), SDT model ističe temeljne čimbenike korištenja udžbenika, no on sam po sebi ne nudi razumijevanje onoga što karakterizira odnos glavnih činitelja. S obzirom da model prikazuje složeni proces korištenja udžbenika, nije moguće analizirati uporabu udžbenika u odnosu na cijeli model tetraedra u okviru jednog rada. Stoga ćemo se ovdje ograničiti samo na pojedine dijelove tetraedra.

## Metodologija

Podatci koji se koriste u ovom istraživanju prikupljeni su pomoću upitnika koji je osmišljen za učenike viših razreda osnovne škole, intervjuiranjem učenika te pomoću učeničkih dnevnika o korištenju udžbenika.

Među učiteljima koji su sudjelovali u ranijim studijama o upotrebi udžbenika u razredu (Glasnović Gracin i Jukić Matić, 2016; Jukić Matić, 2019; Jukić Matić, 2019), tri učitelja iz triju različitih osnovnih škola omogućili su nam, uz dozvolu ravnatelja i roditelja, novo istraživanje u svojim učionicama, a glavni sudionici ovog puta bili su njihovi učenici. U prethodnim studijama ti su učitelji identificirani kao učitelji koji imaju dinamičan međuodnos s udžbenikom: ovisno o ciljevima koje su željeli postići u nastavi doslovno su slijedili udžbenik, prilagođavali su sadržaj udžbenika ili su improvizirali rabeći vlastite resurse. Njihovi su učenici upitnik ispunili tijekom sata matematike. Ukupno je u studiji sudjelovalo 192 učenika viših razreda osnovne škole koji su pohađali šesti (59) i osmi razred (133). Upitnik se sastojao od devet tvrdnji, a odgovarali su pomoću Likertove skale od četiri stupnja. Tvrdnje se mogu vidjeti u tablici 1.

Osim toga, u svakoj školi intervjuirali smo grupu od po četiri učenika osmog razreda. Smatrali smo da je ciljana skupina prikladnija za intervju od učenika šestog razreda jer učenici osmog razreda imaju dulje iskustvo učenja matematike u višim razredima osnovne škole. Najvažniji kriterij za odabir učenika bila je njihova spremnost da slobodno i otvoreno razgovaraju s osobom koja ih intervjuira, a koju su upoznali neposredno prije intervjuja. Odabran je grupni intervju kao vrsta intervjuja jer se



željelo da učenici nadvladaju osjećaj nelagode kada razgovaraju s nepoznatom osobom. Smatrali smo da učenici neće oklijevati odgovoriti na postavljena pitanja ako se nalaze u poznatom okruženju. Uporište za ovakav intervju nalazi se u Cohen, Manion i Morrison (2006), koji pišu: „[G]rupno intervjuiranje može biti korisno s djecom, jer potiče ne samo odgovor na pitanje odrasle osobe, nego i interakciju unutar grupe” (str. 374). Štoviše, isti autori tvrde da je grupni intervju vrlo vrijedna metoda jer se osobe mogu nadopunjavati tijekom odgovaranja na postavljena pitanja, što dovodi do potpunijih i pouzdanijih odgovora. U našem slučaju, tako se dobiva je bolja slika učeničkoga korištenja udžbenika unutar i izvan škole.

U konačnici, sastavljene su tri grupe intervjuiranih učenika koje će biti označene s A, B i C u ostatku rada. Intervju je bio strukturiran po temama: utjecaj udžbenika na strukturu sata; učiteljeve smjernice o korištenju udžbenika; upotreba udžbenika kod kuće; korištenje udžbenika za učenje matematičke teorije te proučavanje riješenih primjera i vježbanje zadataka. Intervjui su bili polustrukturirani, tako da su autori bili u mogućnosti postaviti i neka dodatna pitanja u vezi s odgovorima pojedinog učenika.

Grupe A i B koriste udžbenike istoga izdavača, dok grupa C koristi udžbenik drugog izdavača. Digitalne verzije matematičkih udžbenika koje učenici koriste u ovom istraživanju pripadaju prvoj generaciji digitalnih udžbenika, a mogu se okarakterizirati kao integrativni e-udžbenik. Prema Pepin, Gueudet, Yerushalmy, Trouche i Chazan (2016), integrativni e-udžbenik je tip „dodatka” u kojem je dana digitalna verzija tradicionalnoga udžbenika koja je povezana s drugim materijalima za učenje.

Osim toga, kako bi se dobila sveobuhvatna i valjana slika korištenja udžbenika, nekoliko učenika vodilo je i dnevničke zapise tijekom mjesec dana radi dobivanja odgovora na pitanje kako, kada i za što koriste udžbenik. Za ovu aktivnost svaki je učitelj izabrao po dva učenika među onima koji su bili spremni sudjelovati u grupnom intervjuu. Učenici su dnevnik vodili prije nego se intervju održao. Trebali su u udžbeniku istaknuti ili označiti svaki dio koji su koristili. Osim toga, trebali su objasniti zašto i gdje su koristili označeni dio. Ovaj je instrument razvijen kako bismo dobili točnu informaciju o tome što učenici zapravo koriste u udžbeniku i zašto ga koriste.

Za podatke prikupljene putem upitnika izračunate su aritmetička sredina i standardna devijacija. Ti podatci pokazuju prosječno korištenje udžbenika od strane ispitanika. Podatci iz intervjuja analizirani su u odnosu na svaku zadanu temu. Dnevnički zapisi analizirani su i uspoređeni s rezultatima intervjuja i rezultatima upitnika. Na taj način ostvarena je triangulacija dobivenih podataka.

## Rezultati

### *Rezultati upitnika*

Rezultati temeljeni na upitniku daju opću sliku kako učenici koriste matematički udžbenik. Tablica 1 prikazuje aritmetičku sredinu i standardnu devijaciju za dane tvrdnje. Na slici 2 prikazana je proporcionalna distribucija odgovora za dane tvrdnje.

Tablica 1.

Slika 2.

Rezultati pokazuju da učenici svoje udžbenike uglavnom koriste u školi za vježbanje (tvrdnja 4) i kod kuće za rješavanje domaće zadaće (tvrdnja 6), ali rijetko za samostalno učenje (tvrdnja 8). No, ako učenici uče, oni ne koriste druge materijale osim udžbenika (tvrdnja 9). Ispitanici koriste udžbenik za učenje teorije poput definicija, pravila i raznih formula (tvrdnja 1), ali čini se da svoje bilježnice ipak koriste više od udžbenika za takvo učenje (tvrdnja 2). Rezultati ukazuju na to da njihovi učitelji ne slijede udžbenik slijepo, već imaju tendenciju mijenjati definicije ili oznake iz udžbenika (tvrdnja 3). Unatoč tome, čini se da učitelji često potiču učenike na korištenje udžbenika (tvrdnja 7).

### **Rezultati intervjua**

#### **Tema 1. Korištenje udžbenika za riješene primjere, vježbanje zadataka i učenje teorije**

Ispitani učenici tvrde da koriste udžbenike za učenje matematike: tijekom sata pišu bilješke u bilježnicu o onome što se uči na satu, no matematiku ne uče samo iz bilježnica, nego i iz udžbenika. Bilježnice sadrže definicije, pravila ili formule koje su obrađivali na satu i zadatke koje su rješavali tijekom sata. Ispitanici su izjavili da pogledaju definicije u bilježnici jer njihovi učitelji daju izmijenjene definicije: skrate ih ili preformuliraju kako bi učenicima bile jasnije. To je bio glavni razlog zašto je grupa A izjavila da radije voli učiti definicije iz bilježnice. Grupe B i C izjavile su da radije rabe udžbenik nego samo bilježnicu, jer „tamo je sve na jednom mjestu” i „one [definicije] su detaljnije”. Učenici koriste bilježnice kako bi brže pronašli određene formule i pravila potrebna za rješavanje domaće zadaće.

Učenik A3: Učiteljica ih [definicije] skraćuje. U udžbenicima one su mnogo duže, tako da je mi ih je teško ponekad shvatiti.

Učenik B3: Učim definicije iz bilježnice. Također, pogledam i udžbenik ako ih ne razumijem jer je tamo detaljno objašnjeno.

Učenik C3: Kad dođem kući, prolistam stranice, ponovim definicije, napišem domaću zadaću.

Ispitani učenici povremeno pogledaju riješene primjere u udžbeniku. Riješene primjere promatraju kao veliku pomoć. Tvrde da se to ne događa često, a uglavnom se odnosi na pripremu za ispit znanja.

Učenik A1: Hm ... Ponekad za pomoć.

Učenik C1: Obično ne zapnem. Ako da, provjerim primjere iz udžbenika.

Učenik C2: Sviđa mi se što su primjeri tamo [u udžbeniku], tako da mogu naučiti.

Općenito, učenici su se složili da u udžbeniku postoje različiti zadatci i da ih ima dovoljno ako žele dodatno vježbati kod kuće. Prema njihovu mišljenju, udžbenički

zadatci kreću se od lakih, preko srednjih do teških, što je prikladno za učenike različitih sposobnosti. Opisali su da u svakoj cjelini na kraju postoji poglavlje sa zadatcima koje obično ne rješavaju, tvrdeći da su im oni previše teški. Grupa C požalila se na izgled zadataka u udžbeniku. Oni bi htjeli da zadatci imaju oznake težine, odnosno zahtjevnosti.

Učenik A2: Bilo bi dobro znati koji su zadatci jednostavni, a koji su teški. Ne mogu vidjeti je li neki zadatak za mene ili nije sve dok ne počnem rješavati. Želim znati unaprijed.

Učenik C2: Nisam dobar u matematici. Dakle, želim znati koji su zadatci pogodni za mene.

Grupa C je istaknula da bi htjela promijeniti poglavlje udžbenika u kojem su rješenja zadataka jer su njime nezadovoljni. Smatraju da su rješenja štura; željeli bi vidjeti i detaljnije korake, a ne samo konačno rješenje. Učenici C2 i C4, koji su se predstavili slabima u matematici, misle da učenici to ne bi zloupotrebljavali. Ponekad ne znaju kako započeti rješavati neki zadatak, posebno kod kuće, pa bi im nekoliko dodatnih koraka s uputama u rješenjima bilo vrlo korisno.

Ispitani učenici nisu koristili digitalnu verziju udžbenika, iako znaju da postoji. Oslanjaju se na tiskani udžbenik jer smatraju da su tiskana i digitalna verzija gotovo iste, tako da nisu imali potrebu za korištenjem digitalne verzije.

## **Tema 2. Utjecaj udžbenika na strukturu nastavnoga sata**

U početku su se ispitanici složili da njihovi učitelji snažno prate sadržaj i strukturu udžbenika tijekom nastave matematike. No, na pitanje koriste li učitelji baš sve iz udžbenika, učenici su kroz diskusiju u grupama promijenili svoje mišljenje. Prema njihovom mišljenju, njihovi učitelji ipak daju vlastite motivacijske primjere za svaku novu temu i koriste vlastiti pristup za poučavanje novih sadržaja. Neki učitelji smišljaju i daju svoje primjere, ali ipak i dalje usmjeravaju pozornost učenika na postojeće primjere u udžbeniku.

Učenik A4: Prati udžbenik. Ali daje i vlastite primjere. A i priče na početku [za uvođenje].

Učenik B4: Daje vlastite primjere. Ali pročitamo i riješene primjere u udžbeniku. Samo da vidimo da su tu.

Učenik C3: Da, gledamo riješene primjere. A onda [učitelj] objašnjava detalje koji nedostaju.

Učenički odgovori iz intervjua pokazuju da njihovi učitelji koriste iste naslove nastavnih jedinica kao što su u udžbeniku. Matematičke oznake koje koriste na satu nisu uvijek u skladu s oznakama u udžbeniku, a učitelji im često definicije izriču vlastitim riječima.

Učenik A4: Ne uvijek, oznake nisu uvijek iste. Pogotovo u geometriji.

Učenik B3: Učitelj ih [definicije] skraćuje i onda pogledamo udžbenik, pročitamo tamo definicije.

Učenik C3: Učitelj koristi svoje vlastite riječi.... No, to je manje-više isto.

Na pitanje kako bi se osjećali kada bi učitelji u potpunosti napustili korištenje udžbenika, učenici su izrazili negativne stavove prema toj ideji. Oni vide udžbenik kao vrijednog suputnika u procesu učenja.

Učenik A1: Ne bih znao što naučiti. Bio bih zbunjen.

Učenik B2: Snašao bih se nekako... Ali volim imati nešto na što se mogu osloniti.

Grupa A se nije međusobno mogla usuglasiti dolaze li njihovi zadatci za vježbanje samo iz udžbenika ili njihov učitelj kreira vlastite zadatke. Na kraju su se složili da učitelj ponekad napravi radne listiće s vlastitim zadacima, a ponekad vlastite zadatke piše na ploču. Grupa B tvrdi da se oni na nastavi oslanjaju isključivo na udžbenik kad samostalno rješavaju zadatke na satu, ali kada učitelj organizira rad u skupinama, onda pripremi vlastite zadatke. Grupa C je rekla da na početku neke nove cjeline njihov učitelj koristi zadatke samo iz udžbenika, ali kada su „dublje” u nekoj temi, učitelj kreira vlastite zadatke. Isto tako, kada se pripremaju za ispit, učitelj daje radne listiće s vlastitim zadacima. No, sve tri grupe učenika tvrde da domaća zadaća dolazi uvijek iz udžbenika.

### **Tema 3. Smjernice učitelja o korištenju udžbenika**

Učenici su istaknuli kako učitelji izričito kažu koju stranicu treba otvoriti u udžbeniku kako bi prepisali definiciju u bilježnicu ili pročitali određeni zadatak.

Učenik B3: Da! [smijeh] Uvijek.

Nalazi pokazuju da učitelji ispitanicima rijetko zadaju da sami nauče neku novu temu iz udžbenika; štoviše, nekoliko učenika nije se moglo sjetiti jesu li se ikad našli su u toj situaciji. Grupa C je izjavila da se to ponekad događa, npr. ako učitelj ne uspije do kraja sata odraditi ono što je zamislio, a to im je potrebno za sat sljedećeg dana. No, istaknuli su da to nije situacija koja se događa redovito.

Učenik C2: Ponekad moramo završiti ono što nismo u školi.

Učenik C3: Kad je to bilo?

Učenik C2: Zar se ne sjećaš, [...] kad smo učili vektore.

Učenici smatraju da im je razumljiv jezik kojim je matematički udžbenik pisan i da je prilagođen njihovoj razini. To je još jedan razlog zašto oni za učenje koriste udžbenik. Složili su se da ih učitelji potiču na učenje iz udžbenika, iako sadržaj obrađen na satu ne odgovara u potpunosti onome što se nalazi u udžbeniku.

#### **Tema 4. Korištenje udžbenika kod kuće**

Neki učenici koriste udžbenike na dnevnoj bazi za učenje definicija i pravila, drugi ih koriste povremeno, i to uglavnom kad se pripremaju za ispit znanja. No, svi su se složili da domaću zadaću redovito dobivaju iz udžbenika. Među intervjuiranim učenicima bilo ih je nekoliko koji su tvrdili da se za ispit ne pripremaju ni na koji način kod kuće, jer su „sve što je potrebno naučili za vrijeme sata”. Ostali učenici su rekli da vježbaju zadatke iz udžbenika. Neki se pripremaju za ispit sami, dok drugi traže dodatnu pomoć roditelja ili braće i sestara.

Učenik A1: Pišem redovito zadaću, to je moja priprema za ispit.

Učenik B4: Vježbam sam. Pogledam primjere i definicije u udžbeniku.

Učenici su objasnili da prilikom vježbanja kod kuće njihovi roditelji ili braća i sestre pogledaju udžbenik kako bi se podsjetili, a zatim kreiraju zadatke slične zadacima u udžbeniku. Roditelji ili braća i sestre rijetko koriste internet ili druge izvore za zadavanje zadataka.

Učenik A2: Učim s bratom. On pogleda moju bilježnicu i udžbenik, kako bi vidio što smo radili u školi, a zatim smisli slične zadatke. Također me ispita i definicije.

Učenik C2: Učim s tatom. Imam velikih problema s matematikom pa mi on daje neke zadatke za vježbanje iz udžbenika.

Učenje C4: Vježbam sa sestrom. Ona mi pojašnjava što mi nije jasno. Većinom mi zadaje zadatak iz udžbenika. Ponekad ih [zadatke] sama smisli.

Kada se pripremaju za ispit znanja kod kuće, neki ispitanici koriste u udžbeniku već osmišljene dijelove za pripremu ispita. Također, naglasili su da im se sviđa što ti zadatci pokrivaju sve ono što su učili u novoj cjelini.

#### ***Dnevnički zapisi***

Učenici koji su vodili dnevnik o korištenju udžbenika najprije su izjavili da smatraju da malo rabe udžbenik, ali kad su počeli zapisivati što koriste iz udžbenika i kada, uvidjeli su koliko ga zapravo mnogo koriste. Dnevnički zapisi učenika odgovaraju odgovorima iz anketnoga upitnika. Rezultati pokazuju da se udžbenik koristi uglavnom za pisanje domaće zadaće, a u školi je on glavni izvor zadataka za vježbu. Kada se pripremaju za ispit, učenici koriste udžbenik za učenje teorije i kao pripremu za nadolazeći ispit. Primjer se može vidjeti na slici 3.

*Slika 3. Primjer dnevnika o korištenju udžbenika*

#### **Rasprava i zaključak**

U ovom radu istražili smo kako učenici viših razreda osnovne škole koriste svoj matematički udžbenik na nastavnom satu i izvan škole. Rezultati prikupljeni upitnikom, intervjuima i dnevničkim zapisima međusobno se nadopunjuju, stoga

se može reći da dobiveni rezultati pokazuju pouzdaniju sliku o učeničkoj upotrebi matematičkih udžbenika. Rezultati upitnika pokazali su u kojoj mjeri učenici koriste udžbenik, a intervju je otkrio razloge zašto se udžbenik koristi na određeni način.

### **Strana tetraedra: udžbenik – učenici – matematika**

Odgovori učenika na tvrdnje postavljene u upitniku pokazuju da matematički udžbenik ima važnu ulogu u učenju matematike. Udžbenik se rabi za učenje matematičke teorije (definicije, pravila i formule) te za riješene primjere i vježbanje zadataka, zbog čega možemo reći da udžbenik učenicima posreduje matematiku. Različiti dijelovi udžbenika koriste se u različitoj mjeri. Ispitanici rjeđe koriste udžbenik od bilježnice za učenje definicija, pravila i formula. Zapravo, na temelju rezultata može se reći da bilježnica predstavlja *mali udžbenik* jer se u nju zapisuje sve matematički relevantno što se događa na satu. Intervjui s učenicima otkrivaju da je učenje matematičke teorije iz udžbenika povezano s pripremom za ispit. U bilježnici učenici imaju često zapisane jednostavnije iskaze definicija i pravila, što je jedan od razloga zašto neki učenici češće koriste bilježnicu pri učenju. Riješeni primjeri iz udžbenika koriste se kad učenici naiđu na prepreku prilikom vježbanja zadataka ili pripreme za ispit znanja. Rezat (2013) ovu vrstu pomoći, pri kojoj se riješeni primjer proučava s obzirom na sličnost ili susjedstvo zadataka koji se vježbaju, povezuje s tzv. imitativnim zaključivanjem. Međutim, može biti i da učenici nisu naučili važne matematičke koncepte i procedure ili da su ih zaboravili pa im riješeni primjeri omogućuju da ih (ponovno) nauče.

Udžbenik se koristi kao važan izvor za vježbanje zadataka u školi i izvan nje. Ispitanici tvrde da ne koriste druge izvore za samostalno učenje, iako su im dostupni, što pokazuje izrazitu važnost, središnju ulogu i autoritet udžbenika u odnosu na druge materijale (Yerushalmy, 2015). Slični rezultati dobiveni su u istraživanju učenika srednjih škola u Finskoj (Viholainen i sur., 2015). Ta je studija otkrila da učenici rijetko rabe udžbenik za učenje matematičke teorije, iako je ona u srednjoj školi znatno složenija nego u osnovnoj školi. Slično kao u nalazu ovoga istraživanja, i finski učenici rabe riješene primjere iz udžbenika kada naiđu na prepreke tijekom vježbanja, a također udžbenik smatraju važnim izvorom zadataka.

U sklopu istraživanja prikazanog u ovom radu učenici su iskazali i primjedbe na izgled zadataka u udžbeniku koji nemaju označenu razinu zahtjevnosti, tj. težine. Ovaj nalaz pokazuje kako je učenicima za njihovo učenje i korištenje udžbenika važno takvo označavanje zadataka. Slično možemo zaključiti i za dio udžbenika u kojem se nalaze rješenja zadataka jer ispitani učenici smatraju da nije dovoljno dati samo rješenje, već je nekad potrebno i detaljnije pokazati postupak. Čini se da su ti nedostaci ometajući faktor učenicima kod samostalnoga učenja. S druge strane, ispitani učenici smatraju da su matematički udžbenici pisani njima razumljivim jezikom. S druge strane, studija od Viholainen i sur. (2015) pokazala je da se

srednjoškolski učenici bore s razumijevanjem jezika u udžbeniku te da on predstavlja prepreku u učenju i korištenju udžbenika. Ovi različiti nalazi mogli bi biti povezani s različitom razinom matematike i pristupa matematici kojoj su učenici izloženi u višim razredima osnovne škole u odnosu na srednju školu.

Rezultati koji se odnose na članove obitelji pokazuju relevantnost udžbenika i njegovu ulogu u životu učenika. Uključivanje roditelja ili braće u učenje matematike širi didaktičku stranu tetraedra *udžbenik-učenici-matematika* prema socijalnoj komponenti. Traženje pomoći pri učenju za ispit znanja odnosi se na konvencije i norme o tome što znači biti učenik i o učenju, a koje su vezane uz vršnjake, obitelj i tutore. Učenici su istaknuli da njihovi roditelji ili braća i sestre koriste udžbenik za osvježavanje znanja prilikom pomaganja učeniku, što opet udžbeniku daje određen autoritet i čini ga središnjim izvorom za učenje matematike.

### **Strana tetraedra: udžbenik – učitelj – učenici**

Rezultati ankete pokazuju da učitelji imaju ulogu posrednika između učenika i udžbeničkoga sadržaja i zahtjeva; oni odlučuju koji dijelovi će biti posredovani te na taj način utječu na to kako učenici koriste udžbenik. Učenici su u intervjuu izjavili da učitelji uzimaju gotovo sve iz udžbenika i da prate strukturu udžbenika, no nakon dublje analize učenici su zaključili da učitelji uglavnom koriste neki svoj pristup u poučavanju novih sadržaja, izrađuju vlastite primjere, a definicije često izriču vlastitim riječima. Riješeni primjeri na satu slični su onima iz udžbenika ili se uzimaju izravno iz udžbenika. U potonjem slučaju, učitelji daju i pojedinosti koje nisu izričito predstavljene u udžbeniku.

Čini se da učitelji koriste riješene primjere iz udžbenika kao sredstvo kojim žele usmjeriti pozornost učenika na udžbenik, odnosno da ga učenici trebaju koristiti kod kuće za učenje. Učenici su istakli da naslovi tema koje rade na satu odgovara naslovima u udžbeniku, što ukazuje na još jednu smjernicu učitelja da udžbenik treba koristiti i kako ga treba koristiti. Neki autori tvrde da bi učitelji trebali uputiti učenike kako adekvatno rabiti udžbenik (npr. Ostrerholm, 2008; Rezat, 2013). Učenici su u intervjuu objasnili da postoji određeni uzorak za vježbanje iz drugih izvora: učitelj procjenjuje gdje je dobro mjesto za umetanje zadataka koji se razlikuju od onih u udžbeniku, ovisno o tome gdje se nalaze unutar neke nastavne cjeline. Sva ta razmatranja pripadaju konvencijama i normama o tome što znači biti učitelj, što nas vodi od didaktičke strane tetraedra udžbenik – nastavnik – učenici i do socijalne razine te strane tetraedra. Mišljenje o tome što znači biti učitelj povezano je sa stavovima učitelja o tome što učenici trebaju naučiti, kako bi trebali učiti i što je prikladno za njih u udžbenicima, tj. s pedagoškim stručnim znanjem učitelja. To pokazuje da učiteljeva uloga kod posredovanja udžbenika zaista utječe na učeničko korištenje udžbenika i ukazuje na to da učeničko korištenje udžbenika treba ispitati zajedno s učiteljevima.

## **Važnost udžbenika**

Odgovori na pitanja kako učenici percipiraju udžbenik te kako ga koriste važne su informacije učiteljima i dizajnerima materijala za učenje (Rezat, 2012). Ako znamo na koji način, kada i zašto učenici koriste matematički udžbenik i druga kurikulna sredstva, tada možemo bolje razumjeti i kako učenici uče matematiku. Takvo znanje pripada tzv. pedagoškom stručnom znanju učitelja i predstavlja važan i sastavni dio njihova profesionalnog usavršavanja. Nadalje, učitelji bi trebali biti svjesni da njihov izbor matematičkoga udžbenika utječe na učenička postignuća. Udžbenik koji učitelj koristi u razredu može utjecati na ono što učenici uče, kako uče, kao i na kognitivnu razinu na kojoj uče (Grouws, Tarr, Chavez, Sears, Soria i Taylan, 2013; Hadar, 2017; Stein, Remillard i Smith, 2007). Nadalje, postoje naznake da je učinak koji udžbenik ima na učenika kumulativan tijekom školovanja (van den Ham i Heinze, 2018). Ovi nalazi čine odabir udžbenika vrlo bitnim dijelom obrazovanja.

Pitanje treba li koristiti matematički udžbenik uopće ili se treba napustiti postojeća kultura korištenja matematičkoga udžbenika, stavlja učitelja i učenika u zahtjevnu situaciju. Udžbenik pruža učenicima stabilnost i predstavlja pedagoški autoritet znanja za određeno područje. Štoviše, rezultati pokazuju da ako učitelj u potpunosti odstupa od nastavne teme i strukture izložene u udžbeniku, to predstavlja problem, ne samo učenicima, već i članovima njihovih obitelji koji im pružaju dodatnu pomoć u učenju matematike kod kuće. To potvrđuje implikaciju Rezata i Sträßera (2012) da je uporaba udžbenika složen proces koji uključuje i druge sudionike u procesu poučavanja i učenja, osim učenika i učitelja.

Iako učenici u našoj studiji nisu rabili digitalne verzije svojih udžbenika, moramo biti svjesni novih tehnologija koje će se inkorporirati u proces poučavanja i učenja. Novi digitalni udžbenik imat će višu razinu interaktivnosti nego što to ima integrativni, a to će utjecati na postojeće načine korištenja udžbenika i otvoriti vrata za nova istraživanja.

Na kraju, osvrnut ćemo se na neka ograničenja ove studije. Jedno ograničenje povezano je s izborom učitelja koji imaju dinamički međuodnos s matematičkim udžbenikom, tj. koji doslovno koriste udžbenik kada je to prikladno, ali koji i prilagođavaju sadržaj udžbenika ili potpuno improviziraju rabeći svoje osobne resurse, a sve ovisno o cilju koji žele postići. Bilo bi dobro istražiti kako udžbenik koriste oni učenici čiji učitelji smatraju udžbenik potpunim autoritetom za poučavanje. Drugo ograničenje ove studije povezano je s veličinom uzorka koji se koristio za upitnik. No, kako se radi o studiji s kvalitativnim obilježjima koja implementira model SDT-a, cilj nisu bile generalizacije. Daljnje studije s većim uzorkom ispitanika doprinijet će novim spoznajama u ovom području istraživanja.