

Prijevod poglavlja 17, sekcije 2 "Completeness of Propositional Logic"
iz Jon Barwise, John Etchemendy: LANGUAGE, PROOF AND LOGIC, Seven Bridges Press, New York/London 1999.

POTPUNOST PROPOZICIONALNE LOGIKE¹

Sada smo spremni dokazati teorem potpunosti za propozicionalnu logiku koji smo prvi puta spomenuli na stranici 219. Prisjetimo se da smo s F_T označili onaj dio F koji koristi samo pravila uvođenja i isključenja $\wedge, \vee, \neg, \rightarrow, \leftrightarrow$ i \perp . Ako je T neki skup rečenica, a S neka druga rečenica, pod $T \vdash_T S$ mislimo da postoji formalni dokaz S u sustavu F_T na osnovu premisa sadržanih u T . Ne pretpostavljamo da je svaka rečenica sadržana u T iskorištena u dokazu. T može naprimjer biti beskonačan skup rečenica, a svaki dokaz mora, naravno, sadržavati neki konačan broj rečenica. Valja primijetiti da ako $T \vdash_T S$ i ako je T podskup nekog drugog skupa rečenica T' , onda $T' \vdash_T S$. Rezultat do kojeg želimo doći možemo formulirati na sljedeći način:

Teorem (Potpunost F_T) Ako je rečenica S tautološka posljedica skupa rečenica T , onda $T \vdash_T S$.

Možda biste mogli pomisliti da teorem potpunosti možemo dokazati tako da pretpostavimo da je S tautološka posljedica T i onda pokušamo konstruirati formalni dokaz S iz T . S obzirom na to da ne znamo ništa o značenju S ili rečenica u T , ova nas strategija ne vodi nikamo. Dapače, teorem ćemo dokazati tako što ćemo dokazati inverznu rečenicu: ako $T \vdash_T S$ nije istina (dakle ako ne postoji dokaz S iz T), onda S nije tautološka posljedica T . Drugim riječima, dokazat ćemo da ako $T \vdash_T S$ nije istina, onda postoji dodjela istinosnih vrijednosti h takva da su sve rečenice u

¹ Ova je sekcija drugi dio poglavlja o naprednim temama u propozicionalnoj logici. Autori se tu i tamo referiraju na ranije obrađeni materijal.

T istinite, a S lažna rečenica. To znači isto što i da ćemo pokazati da je $T \cup \{\neg S\}$ tt-zadovoljivo. Sljedeća će nam lema pomoći s ovim dokazom.

Lema 2. $T \cup \{\neg S\} \vdash_T \perp$ ako i samo ako $T \vdash_T S$.

Dokaz: Pretpostavimo da $T \cup \{\neg S\} \vdash_T \perp$, dakle da postoji dokaz \perp iz premisa $\neg S$ i nekih rečenica P_1, \dots, P_n sadržanih u T . Ako prerasporedimo premise, možemo pretpostaviti da formalni dokaz ima sljedeći oblik:

$$\begin{array}{|l} P_1 \\ \vdots \\ P_n \\ \neg S \\ \hline \vdots \\ \perp \end{array}$$

Na osnovu tog dokaza možemo konstruirati formalni dokaz S iz T . Započnimo dokaz s premisama P_1, \dots, P_n . Odmah započnimo s poddokazom s pretpostavkom $\neg S$. U tom poddokazu ponovimo originalni dokaz \perp . Dovršimo poddokaz uvođenjem negacije \neg da bismo dobili $\neg\neg S$ iz P_1, \dots, P_n . Onda isključimo negaciju \neg kako bismo dobili S . Na kraju dobivamo dokaz sljedećeg oblika:

$$\begin{array}{|l} P_1 \\ \vdots \\ P_n \\ \hline \begin{array}{|l} \neg S \\ \hline \vdots \\ \perp \end{array} \\ \neg\neg S \\ S \end{array}$$

Iz ovog se formalnog dokaza vidi da $T \vdash_T S$, kao što smo i htjeli. Dokaz je u drugom smjeru jednostavan. Ostavljamo ga kao Vježbu 17.13.

Ova lema dokazuje našu pretpostavku da pretpostaviti da $T \vdash_T S$ nije istina ustvari znači isto što i pretpostaviti da $T \cup \{\neg S\} \vdash_T \perp$ nije istina. Možemo svoj zaključak izraziti na pozitivniji i pamtljiviji način ako uvedemo jedan novi pojam. Reći ćemo da je skup rečenica T *formalno konzistentan* ako i samo ako $T \vdash_T \perp$ nije istina, dakle ako i samo ako ne postoji dokaz \perp iz T u F_T . Sada kada imamo taj pojam, možemo formulirati sljedeći teorem, za koji ispada da je ekvivalentan teoremu potpunosti:

Teorem (Preformulirani teorem potpunosti) Svaki je formalno konzistentni skup rečenica tt -zadovoljiv.

Teorem potpunosti dobivamo primjenjivanjem ovoga na skup $T \cup \{\neg S\}$. Ostatak ove sekcije posvećen je dokazu ovog teorema. Skica dokaza vrlo je jednostavna.

Potpunost za formalno potpune skupove: Prvo ćemo pokazati da ovaj teorem vrijedi za bilo koji formalno konzistentni skup koji ima dodatno svojstvo, takozvanu formalnu potpunost. Neki skup T *formalno je potpun* ako za bilo koju rečenicu S u jeziku vrijedi da je ili $T \vdash_T S$ istina ili da je $T \vdash_T \neg S$ istina. Ovo je ustvari neobično svojstvo za skup rečenica, jer nam govori da je skup tako jak da može razriješiti bilo koje pitanje koje se može postaviti u nekom jeziku s obzirom na to da za svaku rečenicu vrijedi da je ili ona ili njena negacija dokaziva iz T .

Proširivanje na formalno potpune skupove: Kada pokažemo da je svaki formalno konzistentni, formalno potpuni skup tt -zadovoljiv, pokazat ćemo da se svaki formalno konzistentni skup može proširiti na skup koji je i formalno konzistentan i formalno potpun.

Slaganje svih dijelova: Činjenica da je ovaj prošireni skup tt -zadovoljiv jamčit će nam da je i početni skup tt -zadovoljiv s obzirom na to da će dodjela istinosnih vrijednosti koja zadovoljava uključiviji skup sigurno također zadovoljavati i početni skup.

Ostatak ove sekcije bit će posvećen razrađivanju ove skice.

Potpunost za formalno potpune skupove rečenica

Da bismo dokazali da je svaki formalno konzistentni, formalno potpuni skup rečenica tt-zadovoljiv, ključno će nam biti iskoristiti sljedeću lemu.

Lema 3. Neka je T formalno konzistentni, formalno potpuni skup rečenica, i neka su R i S bilo koje rečenice u jeziku.

1. $T \vdash_T (R \wedge S)$ ako i samo ako $T \vdash_T R$ i $T \vdash_T S$
2. $T \vdash_T (R \vee S)$ ako i samo ako $T \vdash_T R$ ili $T \vdash_T S$
3. $T \vdash_T \neg S$ ako i samo ako $\neg(T \vdash_T S)$
4. $T \vdash_T (R \rightarrow S)$ ako i samo ako $\neg(T \vdash_T R)$ ili $T \vdash_T S$
5. $T \vdash_T (R \leftrightarrow S)$ ako i samo ako ili $T \vdash_T R$ i $T \vdash_T S$ ili $\neg(T \vdash_T R)$ i $\neg(T \vdash_T S)$

Dokaz: Prvo dokažimo (1). S obzirom na to da imamo „ako i samo ako“, trebamo dokazati da svaka strana implicira onu drugu. Prvo pretpostavimo da $T \vdash_T (R \wedge S)$. Pokazat ćemo da $T \vdash_T R$. Dokaz da $T \vdash_T S$ bit će potpuno jednak. S obzirom na to da $T \vdash_T (R \wedge S)$, postoji formalni dokaz $(R \wedge S)$ iz premisa sadržanih u T . Uzmimo taj dokaz i dodajmo jedan korak. U ovom koraku dobivamo željenu rečenicu R isključenjem konjunkcije \wedge .

Nakon toga pretpostavimo da $T \vdash_T R$ i da $T \vdash_T S$. Dakle postoji i dokaz R i dokaz S iz premisa sadržanih u T . Sada trebamo, takoreći, „smiješati“ ova dva dokaza u jedan. Pretpostavimo da se u dokazu R koriste premise P_1, \dots, P_n i da izgleda ovako:

$$\begin{array}{|l} P_1 \\ \vdots \\ P_n \\ \hline \vdots \\ R \end{array}$$

I pretpostavimo da se u dokazu S koriste premise Q_1, \dots, Q_n i da izgleda ovako:

$$\left| \begin{array}{l} Q_1 \\ \vdots \\ Q_k \\ \hline \vdots \\ S \end{array} \right.$$

Da bismo ova dva dokaza spojili u jedan, jednostavno trebamo uzeti premise potrebne za oba dokaza i staviti ih u jedan popis iznad crte zaključivanja. Onda ispod crte zaključivanja ponovimo korake dokaza R , a nakon njih korake dokaza S . Kada se referiramo na druge redove moramo promijeniti brojke, ali je osim toga rezultat legitimni dokaz u F_T . Na kraju dokaza trebamo dodati samo jedan korak u kojem je $R \wedge S$ što možemo opravdati uvođenjem konjunkcije \wedge . Dokaz koji dobivamo izgleda ovako:

$$\left| \begin{array}{l} P_1 \\ \vdots \\ P_n \\ Q_1 \\ \vdots \\ Q_k \\ \hline \vdots \\ R \\ \vdots \\ S \\ R \wedge S \end{array} \right.$$

Sada prelazimo na (2). Jedna je polovica ovog dokaza, dokazivanje lijeve strane na osnovu desne, izrazito jednostavna ako iskoristimo pravilo za uvođenje disjunkcije \vee . Dokažimo suprotni smjer. Dakle želimo pokazati da ako $T \vdash_T (R \vee S)$ onda $T \vdash_T R$ ili $T \vdash_T S$. (Ovo nije uvijek istina,

ali vrijedi za formalno konzistentne, formalno potpune skupove.)

Pretpostavimo da $T \vdash_T (R \vee S)$, ali, smjerajući na dokaz po kontradikciji, pretpostavimo i da $\neg(T \vdash_T R)$ i $\neg(T \vdash_T S)$. Kako je T formalno potpun, iz toga slijedi da $T \vdash_T \neg R$ i da $T \vdash_T \neg S$. To znači da postoje neka dva formalna dokaza p_1 i p_2 s premisama sadržanim u T takva da p_1 za zaključak ima $\neg R$, a p_2 za zaključak ima $\neg S$. Kao što smo već vidjeli, ta dva dokaza možemo spojiti u jedan dulji dokaz p koji ima oba ta zaključka. Onda koristeći $U \wedge$ možemo dokazati $\neg R \wedge \neg S$. No ako onda iskoristimo dokaz varijante DeMorganovih zakona iz Vježbe 25, možemo iz tog zaključka dobiti dokaz tvrdnje $\neg(R \vee S)$. Stoga $T \vdash_T \neg(R \vee S)$. No po pretpostavci znamo da imamo i $T \vdash_T (R \vee S)$. Ako spojimo dokaze $\neg(R \vee S)$ i $R \vee S$ možemo dobiti dokaz \perp dodavanjem samo jednog koraka opravdanog na osnovu uvođenja kontradikcije $U \perp$. No to bi značilo da T nije formalno konzistentan, što je kontradiktorno našoj pretpostavci da T je formalno konzistentan.

Jedan smjer dokazivanja (3) slijedi direktno iz definicije formalne potpunosti, dok se dokazivanje desne strane na osnovu lijeve može lako provesti na osnovu definicije formalne konzistentnosti.

Dokazi (4) i (5) su slični dokazu (2) i ostavljeni su kao vježbe.

Sada kada imamo ovu lemu, možemo napraviti prvi korak iz naše skice.

Propozicija 4. Svaki je formalno konzistentni, formalno potpuni skup rečenica tt-zadovoljiv.

Dokaz: Neka je T formalno konzistentni, formalno potpuni skup rečenica. Definirajmo dodjelu istinosnih vrijednosti h atomarnim rečenicama jezika na sljedeći način. Ako je $T \vdash_T A$ onda neka je $h(A) = ISTINA$; inače neka je $h(A) = NEISTINA$. Onda je funkcija \hat{h} definirana za sve rečenice našeg jezika, i atomarne i kompleksne. Tvrdimo da:

za sve pravilno sastavljene formule² S vrijedi da $\hat{h}(S) =$
ISTINA ako i samo ako $T \vdash_T S$.

Ovaj je dokaz dobar primjer važnosti dokazivanja indukcijom tvrdnji o psf. Ova je tvrdnja istinita za sve atomarne psf zbog toga kako smo definirali h i činjenice da h i \hat{h} daju isti rezultat za atomarne psf. Sada trebamo dokazati da ako ona vrijedi za psf R i S , onda vrijedi i za $(R \wedge S)$, $(R \vee S)$, $\neg R$, $(R \rightarrow S)$ i $(R \leftrightarrow S)$. Sve to lako slijedi iz Leme 3. Razmotrimo naprimjer slučaj disjunkcije. Trebamo provjeriti vrijedi li da $\hat{h}(R \vee S) =$ *ISTINA* ako i samo ako $T \vdash_T (R \vee S)$. Da bismo dokazali „samo ako“ polovicu, pretpostavimo da $\hat{h}(R \vee S) =$ *ISTINA*. Onda po definiciji \hat{h} ili $\hat{h}(R) =$ *ISTINA* ili $\hat{h}(S) =$ *ISTINA* ili oboje. Zatim na osnovu leme zaključujemo na $T \vdash_T (R \vee S)$, što smo htjeli dokazati. Dokaz je u drugom smjeru sličan.

Iz ovoga što smo upravo ustanovili slijedi da h dodjeljuje svakoj rečenici dokazivoj iz T istinitost. Kako je svaka rečenica u T sigurno dokaziva iz T , na osnovu reiteracije ako tako želite, iz toga slijedi da h čini svaku rečenicu u T istinitom. Stoga je T tt-zadovoljiv, što smo htjeli dokazati.

Proširivanje na formalno potpune skupove rečenica

Sljedeći je korak u našem dokazu potpunosti ustanoviti kako iz formalno konzistentnih skupova pfs dobiti skupove pfs koji su i formalno konzistentni i formalno potpuni. Iz sljedeće leme vidimo da to možda i nije tako teško kako se isprva čini.

Lema 5. Skup rečenica T formalno je potpun ako i samo ako za svaku rečenicu A vrijedi ili $T \vdash_T A$ ili $T \vdash_T \neg A$.

Dokaz: Dokazati desnu stranu na osnovu lijeve jednostavna je posljedica definicije formalne potpunosti. Dokaz lijeve strane na osnovu desne još je jedan primjer dokazivanja indukcijom tvrdnji o psf. Pretpostavimo da je ili $T \vdash_T A$ ili $T \vdash_T \neg A$ za svaku atomarnu rečenicu. Indukcijom možemo pokazati da za

² Dalje u tekstu „psf“.

svaku rečenicu S vrijedi ili $T \vdash_T S$ ili $T \vdash_T \neg S$. Baza indukcije sama je naša pretpostavka. Dokažimo slučaj za disjunkciju. Dakle pretpostavimo da je S oblika $P \vee Q$. Na osnovu naše induktivne hipoteze znamo da je T odlučiv i o P i o Q . Ako se iz T može dokazati ijedno od njih, onda znamo da $T \vdash_T P \vee Q$ na osnovu $U \vee$. Pretpostavimo zatim da $T \vdash_T \neg P$ i da $T \vdash_T \neg Q$. Ako spojimo ta dva dokaza, dobivamo dokaz $\neg P \wedge \neg Q$. Iz toga možemo dobiti dokaz $\neg(P \vee Q)$, čime smo pokazali da $T \vdash_T \neg S$, što smo i htjeli. Drugi su induktivni koraci slični.

Sada možemo napraviti drugi korak iz naše skice dokaza teorema potpunosti.

Propozicija 6. Svaki formalno konzistentni skup rečenica T može biti proširen na formalno konzistentni, formalno potpuni skup rečenica.

Dokaz: Napravimo popis A_1, A_2, A_3, \dots svih atomarnih rečenica našeg jezika, recimo poredanih abecednim redom. Prođimo sada kroz te rečenice jednu po jednu. Kada god naiđemo na rečenicu A_i takvu da niti A_i niti $\neg A_i$ nije dokazivo iz skupa, dodajmo A_i u skup. Valja primijetiti da skup ovime nikako ne može prestati biti formalno konzistentan. Kad bismo mogli dokazati \perp iz novog skupa, to bi na osnovu Leme 2 značilo da smo iz prijašnjeg skupa mogli dokazati $\neg A_i$. Ali da je doista tako, ne bismo dodali A_i u skup.

Krajnji je rezultat ovog postupka skup rečenica koji je, na osnovu prijašnje leme, formalno potpun. Također je i formalno konzistentan; bilo koji dokaz \perp konačni je predmet, tako da bi morao imati konačan broj premisa. Ali u tom bi slučaju to bio dokaz \perp u nekom koraku ovog postupka, kada su sve te premise ubačene.

Slaganje svih dijelova

Za svaki slučaj spojimo sve što smo rekli u dokaz teorema potpunosti za F_T .

Dokaz: Pretpostavimo da $\neg(T \vdash_T S)$. Onda je na osnovu Leme 2 $T \cup \{\neg S\}$ formalno konzistentno. Taj se skup može proširiti na formalno konzistentni, formalno potpuni skup, koji je, na osnovu naše Propozicije 4, tt-zadovoljiv. Pretpostavimo da je h dodjela istinosnih vrijednosti koja zadovoljava ovaj skup. Očito je da h tada pripisuje istinitost svim članovima T , ali S pripisuje neistinitost, iz čega se vidi da S nije tautološka posljedica T .

Postoji zanimljiva i logički važna posljedica teorema potpunosti koja se zove *teorem kompaktnosti*. Možemo ga izreći na sljedeći način:

Teorem (Teorem kompaktnosti za propozicionalnu logiku) Neka T bude bilo koji skup rečenica propozicionalne logike. Ako je svaki konačni podskup T tt-zadovoljiv, onda je i sam T tt-zadovoljiv.

Dokaz: Dokazat ćemo kontrapoziciju onoga što tvrdimo. Pretpostavimo da skup T nije tt-zadovoljiv. Onda na osnovu teorema potpunosti znamo da T nije formalno konzistentan. Ali to onda znači da $T \vdash_T \perp$. Ali dokaz \perp iz T mora imati konačno mnogo premisa iz T . Neka P_1, \dots, P_n budu te premise. Na osnovu dokaza pouzdanosti, P_1, \dots, P_n nisu tt-zadovoljive. Stoga postoji konačni podskup T koji nije tt-zadovoljiv.

preveo Dajan Plačković

**Prijevod 5. poglavlja "Out of the Liar tangle"
iz B. H. Slater: LOGIC IS NOT MATHEMATICAL**

IZ ZAMRŠENOSTI LAŠCA

Sažetak

Prije svega, postoje neke naizgled nevažne poante koje bi se trebale istaknuti u radu Stephena Reada "Shema istine i Lažljivac". No, podloga im je gramatička točka koja ima mnogo šire posljedice jer ona sama generira izravniji način razumijevanja onoga što ljude dovodi u zamršenost s Lažljivcem i rečenicama o ojačanim Lažljivcima, a to dovodi do mnogo potpunije, kritičke procjene linije pristupa onim pitanjima koje Read izvlači iz Bradwardinea.

Pokazalo se da su poteškoće u predstavljanju propozicijskih fraza u obliku forme 'da *p*' ono što je uzrokovalo da se rečenice o Lažljivcu i ojačanom Lažljivcu naizgled čine paradoksalnim. Upotreba " 'p' " kao alternative zamjenjuje sintaktičke izraze s njihovim neposrednim čitanjima i dovodi do nerazumijevanja nužnosti T-sheme. Fregeov sadržajni potez, tj. horizontalna linija koju je iskoristio da označi misao izraženu rečenicom, nije uklopljena u općenitost logičkih tekstova koji su slijedili njegov formalni rad. Ovdje izlažem kako pružanje eksplicitnog sadržaja omogućava bijeg iz paradoksa Lažljivca i ojačanog Lažljivca, i koje su sličnosti i razlike nastale kao rezultat Readovog prikaza istine.

Ključne riječi

"da"-klauzule, propozicije, neupravni govor

Kada raspravlja o Tarskijevoj T-shemi, na početku svog rada, Read također spominje sličnu shemu iz Horwichevog rada. On ih i poistovjećuje, tvrdeći kako "Tarski nije predložio (T) kao definiciju istine, iako su drugi, primjerice Horwich, to tako činili". Međutim, tu postoji krucijalna razlika između Tarskijeve i Horwicheve sheme. Horwicheva je propozicijska shema istine, a to je "tvrdnja da je p istinita ako i samo ako p , dok je Tarskijeva rečenična shema: x je istinit ako i samo ako je p , onda kada je ono što zamjenjuje ' x ' naziv rečenice čiji prijevod u metajezik zamjenjuje ' p '. Razlika je najizraženija u homofonskom rečeničnom slučaju, koja je blisko usporedna propozicijskom slučaju. Jer ono što onda zamjenjuje ' x ' onda je navod-naziv rečenice koja zamjenjuje ' p ', a ne sama rečenica. Kao što ćemo vidjeti, postoji formalna poteškoća s jasnim razlikovanjem dviju shema, budući da ne postoji dogovorena, različita simbolizacija za predikacije forme 'da je p istinit', te se kao njezina zamjena češće koristi nešto poput rečenične predikacije "' p ' je istinit".

Svakako ne bi bilo potrebe za razlikovanjem kad bi sve rečenice bile nedvosmislene i neindeksične, tj. kad bi imale samo jedno tumačenje, jer bi se onda činjenice o propozicijama mogle preslikati 1 naprema 1 na činjenice o rečenicama. No, kao što ćemo vidjeti kasnije, središnje pitanje jest jesu li rečenice o Lažljivcu doista jedinstvene na traženi način.

Mora se reći da razlika između 'da je p istinit' i "' p ' je istinit" ne može biti potpuno cijenjena čak ni u Horwichevu neformalnom radu, s obzirom na to da on misli kako još uvijek postoje paradoksalni slučajevi njegove propozicijske sheme. Međutim, 'istinito je da' je nula, ili prazna modalnost u modalnom sustavu T, odnosno 'L' za koji je nužno da je $Lp \equiv p$, stoga tako ne može biti $p \equiv \neg Lp$ jer je T dosljedan. Vodeći se time, nema načina kako konstruirati autoreferencijalne propozicije koje su paralelne rečeničnim konstrukcijama koje, primjerice, proizvode identitete poput

$$t = 't \text{ nije istinit}'.$$

Jer 't' je ovdje naziv rečenice, a ne sama rečenica, pa nije moguće dobiti nešto iz obrasca

'*p*' = 'da *p* nije istinit',

s obzirom na to da ništa ne može biti pravi dio samog sebe.

Ovaj pomak u gramatici već otkriva o Readovim temeljnim problemima, stoga je najprije potrebno izravno sagledati probleme s određenim Lažljivcima u tom kontekstu, prije nego što se okrenemo široj procjeni Readovog rada.

2

Glavno pitanje, naravno, usredotočuje se na ono što je pogrešno sa sljedećom vrstom argumenta. Od:

$$t = \text{'}t \text{ nije istinit'}$$

slijedi:

$$t \text{ je istinit} \equiv \text{'}t \text{ nije istinit' je istinit}$$

ali iz T-scheme slijedi:

$$\text{'}t \text{ nije istinit' je istinit} \equiv t \text{ nije istinit,}$$

pa se čini da možemo izvesti:

$$t \text{ je istinit} \equiv t \text{ nije istinit.}$$

Nema poteškoća u nalaženju istinitih identiteta poput onih izraženih u prvom redu, dok drugi red nužno slijedi iz prvog, posljednjeg iz prethodna dva, stoga problem mora biti s trećim redom kao takvim. Read se slaže, ali što uzrokuje problem?

Kao što ćemo vidjeti, upravo je nedostatak jasnog izraza za misao da *t* nije istinit ono što ljude okreće trećem redu. Jasno je da postoji problem s dobivanjem jasnog izraza za takvu misao, ne samo kroz praćenje gramatičkih poteškoća u prethodno spomenutom Readovom radu. Teškoća je mnogo raširenija, kao što se može vidjeti ako se pridržavamo makar i zajedničkog opisa rečenica poput *t* kao 'autoreferencijalnih'. Prvenstveno treba

zapamtiti da originalni identitet sam po sebi ne pokazuje da je neka rečenica sama o sebi, jer ona ne podrazumijeva:

$$(\exists x)(x = \text{'x nije istinit'}),$$

putem egzistencijalne generalizacije, niti može 't' biti zamijenjen nazivom navoda za navodno autoreferencijalnu rečenicu, s obzirom na to da ništa od forme:

$$\text{'p' = "p nije istinit"}$$

nije moguće: ponovno, ništa ne može biti pravi dio sebe samog. Suprotno tome, ako postoji izjava o *sadržaju t-a*, u rečenici koja nije *izravno citirana* već je dio *neupravnog govora*, poput:

$$t \text{ kaže da } t \text{ nije istinit,}$$

gdje neproblematično slijedi da

$$(\exists x)(x \text{ kaže da } x \text{ nije istinit}),$$

i to tako da je nešto autoreferencijalno. I postoji jednaka mogućnost davanja naziva navoda rečenici tražene vrste budući da nema ničega što se protivi istinitosti sljedeće forme:

$$\text{'p' kaže da 'p' nije istinit.}$$

Dakle, ispravno ne postoji sintaktička autoreferencija: nijedna rečenica se sama po sebi ne odnosi na samu sebe.

To bi mnogi mogli brzo odobriti, govoreći da, naravno, rečenica treba interpretaciju prije no što se može reći da se radi o bilo čemu, s obzirom na to da je ona sama po sebi samo sintaktički niz. No brzina takvog priznanja krije ključnu poteškoću. Poteškoća dolazi u raznim oblicima te je minimalno trostruka. Prvo, u nestručnom području, ljudi obično ne primjećuju poteškoće u korištenju-spominjanju, stoga se sintaktički niz 't nije istinit' stapa sa svojim *prima facie* tumačenjem, da t nije istinit, s posljedicom da se izraz "t nije istinit" koristi i za neinterpretirani niz i za protumačeni izraz. Drugo, u stručnom području semantike, takvo stapanje se institucionalizira kada se govori o rečenicama kao

'istinitima u modelima'. Je li '*Pa*' istinit ako se '*a*' odnosi na Sokrata i '*P*' izražava svojstvo bivanja mudrim? Zašto umjesto toga ne bismo rekli da je ono što je točno u navedenom modelu jednostavno to da je Sokrat mudar? Odgovor na to dovodi do treće i važne točke prethodno izražene: u stručnom području formalne logike postoji značajna poteškoća s izricanjem potonjeg, budući da u simbolizmu koji potječe od Fregea ne postoji standardni izraz za riječ 'da' u izrazima poput 'da je Sokrat mudar.' Neki značajni individualci slijedili su Fregea, koji je sam koristio 'horizontalu' i u tu svrhu uveo simbol: tako je Kneale koristio '\$', dok je Cocchiarella koristio 'λ' ([1], p. 217; [4]). No općenitost logičkih tekstova ne sadrži takve izraze.

Sve to je ono što spaja uzroke poteškoća koje su ljudi imali s problematikom Lažljivca, koja uključuje izravno citiranje. Postoji još jedna klasa problematike Lažljivca koja uključuje indirektni govor, koju ćemo sagledati kasnije, ali prvo možemo razjasniti problem sa

'*t* nije istinit' je istinit \equiv *t* nije istinit.

Jer, zbog gore navedenog, postavlja se pitanje o referentu izraza "'*t* nije istinit'" na lijevoj strani. Ili je citirani izraz sintaktički objekt, ili je to interpretacija te rečenice na koju se misli, u kojem slučaju citirani izraz nije tarskijanski sintaktički već horwichevski semantički objekt. U horwichevskom slučaju tada postoji dvosmislenost jer u

t je istinit \equiv '*t* nije istinit' je istinit,

desna strana definitivno uključuje sintaktički objekt, što znači da se tradicionalnu kontradikciju

t je istinit \equiv *t* nije istinit,

ne može dobiti kombinirajući te dvije ekvivalencije. Situacija je još jasnija ako se ukloni stapanje korištenja i spominjanja u ovom slučaju, i bilježi prethodnu ekvivalenciju kao nedvojbenu

da *t* nije istinit je istinito \equiv *t* nije istinit.

Tada je vrlo očito da ne postoji način da se dobije kontradikcija.

No u tarskijevskom slučaju, primjerice ako je sintaktički objekt u T-shemi, to ponovno pokazuje da ne dobivamo kontradikciju. Trebao bi nam, kako je prethodno istaknuto, dokaz o jedinstvenosti rečenice 't nije istinit', koji pokazuje da izvan onog površinskog nijedno drugo tumačenje nije moguće. Homofonijski primjeri rečenične T-sheme su na traženi način necitatni, ali se ne mogu pojaviti kroz semantički dvosmislene rečenice poput 'Postoji banka' ili indeksne poput 'Ona je lijepa'. Stoga prvo treba odgovoriti na pitanje odnosi li se isto i na 't nije istinit' u posebnom slučaju gdje $t = 't \text{ nije istinit}'$. Međutim, jednom kad ih se odvoji od njihovih *prima facie* interpretacija, postaje jasno da takve rečenice mogu imati više od jednog tumačenja.

U slučaju bilo koje rečenice poput 't nije istinit', što sam prethodno nazvao njezinim *prima facie* tumačenjem, izvučenim iz čitanja onoga što je evidentno, jest to da t nije istinit. No to ovisi o izvlačenju 't' iz nje kako bi se na t mogla odnositi, što, iako svakako moguće, nije nužno - kao što smo ranije vidjeli, sintaktička autoreferencija ne postoji. Možda se na vrhu neke stranice nalazi rečenica 'rečenica na vrhu stranice nije istinita', ali kad bi prethodeća rečenica bila, recimo, 'Jednom davno našlo se jednog mudrog starca kako čita određenu stranicu u knjizi', tada referenca sljedećeg predmetnog pojma 'rečenica na vrhu stranice' nije rečenica na vrhu stranice na kojoj se rečenica nalazi, već rečenica u drugom mogućem svijetu. I nije dobro tu rečenicu zamijeniti s nečim poput 'rečenica na vrhu stvarne stranice na kojoj je ova rečenica nije istinita' jer to uključuje indeks, koji bi mogao dati raznovrsnost referenci, u različitim mogućim svjetovima. U tim i sličnim slučajevima stoga postoji, ili može postojati, drugo semantičko čitanje predmetne fraze, izvan onog površnog, ne pokazujući da bi ikakav privid paradoksa trebao postojati.

Naravno, postojat će ako se citirani 't' odnosi na isto što i necitirani 't', no u tom slučaju, primarno moramo zapamtiti da je pridavanje takve reference stvar osobnog izbora. Sintaktička autoreferencija ne postoji, ali ni bilo kakva semantička autoreferencija nije obvezna. Stoga nema načina da se T-shema dobije u potpunosti, s obzirom na to da je citirani izraz slijeva sintaktički objekt, što rezultira time da ni kontradikcija ne mora nužno iz toga slijediti. Nije li barem rečenica t , s obzirom na

autoreferencijalno tumačenje, paradoksalno i istinita i lažna? Ne, za ono u čem tko sudjeluje, ako odabere autoreferencijalno tumačenje, to nije izravno sintaktički identitet već ona vrsta izjave o sadržaju koja je uvedena ranije, naime

t kaže da *t* nije istinit.

To je očito istinito samo u određenoj semantičkoj interpretaciji, stoga ono nije samo ekstenzivna primjedba o sintaktičkom objektu '*t* nije istinit'. Distinkcija jasno pokazuje da ono što je istinito ili lažno nije rečenica '*t* nije istinit', nego propozicija da *t* nije istinit. Kao što je prethodno istaknuto, nemogućnost logičke tradicije da predstavlja takvu propozicijsku referirajuću frazu poput '*da t* nije istinit', zbog čega se čini da je ono što je istinito ili lažno o danom tumačenju još uvijek (spomenuta) rečenica, ali samo rečenica *u upotrebi*, kojoj prethodi '*da*', odnosi se na stavku koja ima istinosnu vrijednost.

Zapravo, posljedično, rečenice same po sebi nisu ni istinite ni lažne, stoga *t* nije istinit je definitivno istinit, u ovom slučaju. Iz toga slijedi da više nema poteškoća s ojačanim Lažljivcima. Svakako, prirodno se nameće pitanje o tome što reći u 'ojačanim' slučajevima, gdje, primjerice,

s = '*s* nije ni istinit ni lažan'.

No prvenstveno nema potrebe tako definiranu rečenicu pustiti da o sebi tvrdi da nije ni istinita ni lažna, budući da rečenice same po sebi nemaju glas. Ako tko odluči ovu rečenicu protumačiti autoreferencijski, to je onda dodatna (intencionalna) materija izvan izravnog govornog identiteta. Ono što je istinito u tom autoreferencijalnom slučaju jest jednostavno to da *s* nije ni istinit ni lažan, što ni u kojem slučaju nije paradoksalno, jer tvrditi to ne znači da ono što je istinito je *s*, primjerice '*s* nije ni istinit ni lažan'. Autoreferencijalni slučaj je, štoviše, izražen sa

s kaže da *s* nije ni istinit ni lažan,

stoga se sada okrećemo velikom dijelu Readovog rada, dakle studiji takvih izraza u neupravnom govoru.

Iznad navedeno izrazito podržava Readove argumente protiv tarskijevske T-sheme, ali, kako se čini, to vodi do pozitivnog prikaza istine koja je, iako slična Readovoj, od nje bitno drugačija. Readov slučaj (C), primjerice, jedan je od onih obuhvaćenih, na sličan način, u Goodsteinovom originalnom radu o formalizaciji neupravnog govora [2], što je izravno dovelo do Priorove teorije [5], te potom postupno do njegove naknadne izmjene koristeći se Knealeovim 'da'. No, prvo, postoje određeni gramatički problemi s Readovom simbolizacijom iste vrste materijala. Još važnije, on također uvodi, ili se barem na nj oslanja, daljnji aksiom koji isključuje onu vrstu dvosmislenosti za koju smo vidjeli da je potrebna pri omogućavanju bijega od gore spomenutih sintaktičkih paradoksa. Koje su gramatičke poteškoće kad se prebacimo na problematiku Lažljivca koja se pojavljuje s neupravnim govornim oblikom 'x kaže da p', ako je to simbolizirano onako kako to Read simbolizira: 'x : p'? Za početak, prethodne poteškoće s formaliziranjem 'da p je istinit' utječe na ovaj stil simboliziranja, u formulama poput Readove (A), tj.:

$$Tx \Leftrightarrow \forall p(x : p \rightarrow p)$$

Ovaj izraz koristi kvantifikaciju umjesto propozicija, koju on ističe referenciranjem na Churchevu teoriju tipova, u fusnoti 2. Ovu vrstu simbolizma uvelike je koristio Prior, a Readova teza (A) se definitivno može pronaći u Priorovoj knjizi [5], na str. 104. No postoje veliki problemi u čitanju Priorovih propozicijskih kvantifikatora, s kojima se i on sam mučio u poglavlju 3 ove knjige (vidi također [3] str. 130), a prisutni su i u Readovom prikazu. Naime, ne postoji odredba, unutar takvog sustava propozicijske kvantifikacije, o istinosnim predikacijama propozicija. U 'x : p ∧ p', primjerice, 'p' nije referencijalna fraza, pa tako nije ni bilo koji 'p' u kvantifikatoru; također pri čitanju 'x : p ∧ p' kada 'x kaže da p i istinito je da p', nema reprezentacije 'istinito je da' u formalizmu.

Ono što je traženo, prije svega (c.f. [6]), jest nominalizer koji će u formalizaciji 'da p' proizvesti referirajuću frazu koja upućuje na propoziciju izraženu s 'p'. Osim toga, tada je potrebno imati predikat istine takvih nominaliziranih fraza, pa kada

generaliziramo izraze poput 'x kaže da p , i da p je istina', moramo upotrijebiti varijable koje se protežu ne samo preko 'da' klauzula, nego i drugih fraza koje se odnose na propozicije, kao što je, primjerice, 'što x kaže'. Oblik danog slučaja je tada 'x kaže r , i r je istinit', putem kojeg se može objektivno kvantificirati, s kvantifikatorima koje se prilično izravno može čitati kao 'za neke/za sve propozicije r ' itd. Analiza Readovog (C), tj.:

$$\forall p(C : p \rightarrow \neg p)$$

tada nastavlja kako slijedi. Prvo C kaže da je sve što C kaže lažno, tj.

$$Sc\$(\forall r)(Scr \supset \neg Tr)$$

pa pretpostavimo da je sve što C kaže zaista lažno, primjerice $(\forall r)(Scr \supset \neg Tr)$, a tada bi, kontradiktorno, nešto što C kaže bilo istinito, primjerice $(\exists r)(Scr.Tr)$, budući da iz propozicijske T-sheme odatle posebice slijedi da:

$$(\forall r)(Scr \supset \neg Tr) \equiv T\$(\forall r)(Scr \supset \neg Tr)$$

Stoga ne može sve što C kaže biti lažno, primjerice $\neg(\forall r)(Scr \supset \neg Tr)$, i tako, podjednako, $(\exists r)(Scr.Tr)$, no tada C kaže nešto lažno, naime $\$(\forall r)(Scr \supset \neg Tr)$, i tako, također, $(\exists r)(Scr.\neg Tr)$. Slijedi da C mora (neizravno) reći najmanje dvije očite stvari, jednu istinitu i drugu lažnu. Read kaže slično: "Međutim, iako $C : \forall p(C : p \rightarrow \neg p)$, to ne mora biti sve što C kaže", dobivanjem, također, $(\exists p)(C : p \wedge p)$.

Doista, postoji bliska sličnost s drugom problematikom postavljenom na početku, budući da iz svog (A), tj.

$$Tx \Leftrightarrow \forall p(x : p \rightarrow p)$$

slijedi uvjetna T-shema, koja zahtijeva 'jedinstvenost izraza', npr. nešto poput jedinstvenosti interpretacije prije nego što se napravi istinosna procjena rečenica u tradiciji T-sheme, naime:

$$[x : p \ \&(q)(x : q \rightarrow q = p)] \Rightarrow (Tx \equiv p)$$

Stoga i nužnost ove uvjetne T-scheme, i njezine posljedice, Read je potvrdio, te se one trebaju prihvatiti jednom nakon što se učine gramatički ispravci.

Što se može reći, nasuprot tome, za suštinsku kritiku Readovog prikaza paradoksa Lažljivca koji se pojavljuju u nepravnom govoru? Glavni zaključak koji se mora izvesti jest problem jednoglasja, budući da suprotna linija analize dopušta dvosmislene rečenice, te ih u nekim slučajevima čak i zahtijeva, dok Read eksplicitno odbija dvosmislenost, i smatra da ako x kaže i da p i kaže da q , tada x kaže da p i q . Naravno, potonja tvrdnja, naime Pridruživanje, nije eksplicitno istaknuta u Readovim aksiomima, ali je on svejedno koristi, prenoseći je, primjerice, u Sekciji 4, iz:

$$L : (TL \vee \neg q)$$

i tako

$$L : ((TL \vee \neg q) \wedge q)$$

pritom je $L : q$, ne nešto što se zaista provodi pomoću njegovih navedenih pravila. Read koristi Pridruživanje, implicitno, u toj derivaciji u Sekciji 4, te u svojoj raspravi (C) u Sekciji 5. Stoga, nakon primjedbe o $C : \forall p(C : p \rightarrow \neg p)$ kako ono nije moguće da sačinjava sve što C kaže, citirano iznad, on nastavlja: "Pretpostavimo da C kaže i da q , da je $C : (\forall p(C : p \rightarrow \neg p) \wedge q)$ ", dodajući taj dodatni ' q ' kao veznik drugoj stvari koju C kaže. No, za početak, s obzirom na to da se samo toliko može izvući bez korištenja toga pravila (vidi npr. [7]), Occamova oštrica, ako ništa drugo, snažno sugerira da bi ga trebalo izostaviti. To podsjeća na raspravu o Mooreovom paradoksu u 'Budžetu paradoksa' poglavlje [5], str. 81–84. To se prvo analizira pomoću Hintikkinog aksioma uvjerenja, a s druge strane nastaje jedno potpuno adekvatno objašnjenje njegove 'logičke neobičnosti' koristeći se samo teorijom kvantifikacije.

Međutim, postoji snažniji argument protiv Pridruživanja, nego što je potreba za aksiomatskom ekonomijom. Jer vidjeli smo, u Sekciji 2, kad se bavimo paradoksima Lažljivca koji se javljaju u

upravnom govoru, da je nužno dvosmislenosti dati mjesto, povezano s identitetima poput

$$t = 't \text{ nije istinit}'.$$

Dakle, zašto se Read protivi dvosmislenosti? Read uistinu raspravlja o tom pitanju, ali samo ukratko, te njegovi zaključci nisu dobro poduprti njegovim argumentima. Stoga je zabrinut za to kako je smisao formalizacije ukloniti dvosmislenost, no čini se da zaboravlja da i zabrinutost dopušta da nastanu potpuno precizne tvrdnje o dvosmislenosti određenih rečenica. Ako je x dvosmislen, može biti potpuno nedvosmisleno da x ima dva značenja, primjerice, značenje koje p i značenje koje q , bez značenja da p i q . Točnije, Read kaže, o dvosmislenim izrazima poput 'Obiteljska posjeta može biti dosadna' (engl. *Visiting relatives can be boring*, op.a.), da "mi ne zahtijevamo da oba smisla trebaju postojati kako bi x bio istinit - bilo koji će biti dovoljan." No takva rečenica je tada istinita u jednom smislu i lažna u drugom, ne pravi simpliciter ili vrijeme, pa se Readov 'Tx' bolje čita kao ' x je istinit u svakom smislu', ne 'isitnit simpliciter'. Samo započevši od gore navedene uvjetovane sheme istine jest da je istina rečenica ograničena na istinu simpliciter, pa tako i na istinu općenito shvaćenu unutar tarskijske tradicije.

Postoji i drugi pojam koji je općenito dio te tradicije. Primjerice, rasprava u Sekciji 2 uključila je pojam značenja, što je pojam koji nije pronađen u Readovom radu, ali je ključan za davidsonsku tradiciju koja slijedi nakon Tarskog. Read svoj ' $x : p$ ' prevodi na razne načine, poput ' x kaže da p ', ' x implicira da p ', no postoji i drugi izraz u toj domeni, ' x znači da p ', koji se ponaša prilično drugačije. Stoga 'John je neženja' znači da je John nevjenčani muškarac godina prikladnih za brak, a potonje implicira da je John neoženjen. Dakle, značenje nečega je sam svoj potpuni sadržaj, ili barem nešto iz čega se njegov potpuni sadržaj može deducirati. Pisati ' x znači da p ' kao ' $Mx\wp$ ', i koristiti 'ja' za relaciju implikacije, tada zapravo možemo definirati ' x kaže da p ' kao 'nešto što x znači implicira da p ', tj.

$$(\exists r)(Mxr.Ir\wp).$$

S obzirom na to, drugi glavni aksiom koji Read koristi, (K), odnosno

$$(\forall p, q)((p \Rightarrow q) \rightarrow (x : p \Rightarrow x : q))$$

postaje, s prikladnim gramatičkim ispravicima, samo pitanje definicije također. Stoga možemo dobiti 'x kaže što god je implicirano onime što kaže', poput sheme:

$$(p \Rightarrow q) \rightarrow [(\exists r)(Mxr.Ir\wp) \Rightarrow (\exists r)(Mxr.Ir\wp q)]$$

To slijedi iz prijenosnosti implikacije, koristeći neku teoriju kvantifikacije i prateći odgovarajuću gramatiku.

Mora se zapamtiti, u tom smislu, da je 'implicira' glagol i povezuje dva propozicijska subjekta koja proizlaze iz referirajućih fraza, kao u 'da je John neženja implicira da je neoženjen' i 'ono što je Peter izjavio implicira da je John neoženjen'. Simbol koji Read koristi, '⇒', je, suprotno tome, propozicijski veznik, koji se može definirati pomoću ekvivalencije:

$$I\wp\wp q \text{ ako i samo ako } ifp \Rightarrow q$$

Nedostatak propozicijskog nominalizatora jest, naravno, ono što mnoge (ustvari većinu) navodi da taj veznik čita kao 'implicira'. Ta zabuna se i produbljuje ako tkogod, poput Reada, kaže da rečenice impliciraju nešto; uistinu je on tada zahvaćen potpunom gramatičkom zabunom s kojom smo započeli.

4

Zaključno, podržao sam Readove argumente protiv Tarskija, preciznije upućujući na zabludu koja druge navodi njegovoj shemi - određenom stapanju sintakse i semantike. Međutim, središnji gramatički uvid koji je trebalo osloboditi Tarskija, Readov sustav i dalje ignorira, te postoje suvišni i restriktivni aksiomi u kojima to može biti ili reducirano na definicije, ili je onemogućen potpun pristup slučajevima na koje se može naići. Logika je egzaktna znanost, ali u njoj postoje mnogi problemi s egzaktnošću koju zahtijeva, stoga logika mora dopustiti

neprecizne i dvosmislene izraze. Samo teorija kvantifikacije, na propozicijskoj razini, odnosno razini neupravnog govora, mora djelovati kroz 'paradoksalne' slučajeve koji su toga rezultat. Readovo odbacivanje dvosmislenosti i njegovo posljedično potvrđivanje Pridruživanja su središnja obilježja njegovog prikaza, koja ga sprječavaju da uvidi kako je potrebna samo teorija kvantifikacije. Međutim, njegov nedostatak uvažavanja mjesta dvosmislenosti je također izravno povezano s njegovom konfuzijom oko rečeničnih versus propozicijskih naravi T-sheme. Vidjeli smo, najzad, da je pojašnjenje te distinkcije ono što nas izvlači iz standardnih paradoksa Lažljivca u izravnom govoru.

Reference

- [1] Cocchiarella, N. (1986) Logical Investigations of Predication Theory and the Problem of Universals, Bibliopolis, Naples.
- [2] Goodstein, R.L. (1958) On the formalisation of indirect discourse, Journal of Symbolic Logic, 23, 417–419.
- [3] Haack, S. (1978) Philosophy of Logics, C.U.P. Cambridge.
- [4] Kneale, W. (1972) Propositions and truth in natural languages, Mind, 81, 225–243.
- [5] Prior, A.N. (1971) Objects of Thought, O.U.P. Oxford.
- [6] Slater, B.H. (2001) Prior's analytic revised, Analysis, 61, 86–90.
- [7] Slater, B.H. (2004) Ramseying liars, Logic and Logical Philosophy 13, 57–70.

prevela Ivana Kovačić

REFERENCIJA I MODALNOST¹

W. V. O. QUINE

1

Jedno od temeljnih načela koja upravljaju identitetom je *supstitutivnost* – ili, kako se još može nazvati, *nerazlučivost istovjetnih*. Ono omogućuje da, *ako imamo istinitu tvrdnju identiteta, jedan od njezina dva termina možemo supstituirati za drugi u svakoj istinitoj tvrdnji, te će rezultirajuća tvrdnja biti istinita*. Lako je pronaći slučajeve suprotne ovom načelu. Naprimjer tvrdnje:

(1) Giorgione = Barbarelli,

(2) Giorgione je bio tako zvan zbog svoje veličine

su istinite; međutim kad se ime 'Giorgione' zamijeni imenom 'Barbarelli', (2) postaje neistina:

Barbarelli je bio tako zvan zbog svoje veličine.

Nadalje tvrdnje:

(3) Ciceron = Tulije,

(4) 'Ciceron' sadrži sedam slova

su istinite, ali kad se prvo ime zamijeni drugim, (4) postaje neistina. Ipak, osnova se načela supstitutivnosti, čini se, poprilično čvrsta; što god se može reći o osobi Ciceronu (ili Giorgioneu) treba

¹ Citiranje drugih autora, koje Quine u originalu navodi brojevima, referirajući se na bibliografiju na kraju cijele knjige (e.g. Carnap [3]) u prijevodu navodimo u bilješkama na kraju teksta s punim nazivom djela. U svemu smo se ostalome trudili poštivati original, izmjenjujući samo minimalno onda kada smo smatrali da je to potrebno ne bi li Quineov argument bio jasniji hrvatskom čitatelju. Tamo gdje su bile nužne veće intervencije, naglasili smo ih u bilješkama na kraju teksta. Sve su fusnote Quineove. Samo su bilješke na kraju teksta intervencija prevoditelja.

biti jednako istinito o osobi Tuliju (ili Barbarelliju), budući da je to ista osoba.

U slučaju (4), ovaj se paradoks odmah razrješava. Činjenica je da (4) nije tvrdnja o osobi Ciceronu, već tek o riječi 'Ciceron'. Načelo supstitutivnosti ne bi trebalo biti prošireno na kontekste u kojima se ime koje treba biti zamijenjeno pojavljuje, a da se jednostavno ne referira na predmet. Neuspjela supstitucija otkriva samo to da pojavljivanje termina koji treba zamijeniti nije *isključivo referencijalno*², to jest da tvrdnja ne ovisi samo o predmetu, nego i o formi imena. Jer očito je da svaka istina koja može biti izrečena o nekom predmetu ostaje istinita kada na taj predmet upućujemo bilo kojim drugim imenom.

Izraz koji se sastoji od nekog drugog izraza stavljenog u jednostruke navodnike konstituira ime tog drugog izraza; i očito je da pojavljivanje tog drugog izraza ili nekog njegovog dijela unutar konteksta navodnika nije općenito referencijalno. Konkretno, pojavljivanje osobnog imena unutar konteksta navodnika u (4) nije referencijalno, tj. nije podložno načelu supstitutivnosti. To osobno ime tamo se pojavljuje tek kao fragment dužeg imena koje mimo toga fragmenta sadrži dva navodna znaka. Provođenje supstitucije nad osobnim imenom unutar takvog konteksta ne bi bilo opravdanije od provođenja supstitucije nad terminom 'pas' unutar konteksta 'pastir'.

Primjer (2) malo je suptilniji, jer je to tvrdnja o čovjeku, a ne samo o njegovom imenu. Čovjek je, a ne njegovo ime, zbog svoje veličine bio nazvan tako i tako. Unatoč tome neuspjeh supstitutivnosti pokazuje da pojavljivanje osobnog imena u (2) nije *isključivo referencijalno*. Ustvari je lako prevesti (2) u drugu tvrdnju koja sadrži dva pojavljivanja imena, jedno *isključivo referencijalno* i drugo koje to nije:

(6) Giorgione je bio zvan 'Giorgione' zbog svoje veličine.

Prvo je pojavljivanje *isključivo referencijalno*. Supstitucija na osnovi (1) pretvara (5) u drugu tvrdnju koja je podjednako istinita:

² Frege je u „O smislu i značenju“ govorio o neposrednim (*gerade*) i posrednim (*ungerade*) pojavljivanjima, a supstitutivnost identiteta je kao kriterij razlikovanja koristio jednako kako ga ja ovdje koristim.

Barbarelli je bio zvan 'Giorgione' zbog svoje veličine.

Drugo pojavljivanje osobnog imena nije ništa više referencijalno od bilo kojeg pojavljivanja unutar konteksta navodnika.

Ne bi bilo posve točno zaključiti da pojavljivanje imena unutar jednostrukih navodnika *nikada* nije referencijalno. Razmotrite tvrdnje:

(6) 'Giorgione je igrao šah' je istinito

(7) 'Giorgione' je imenovalo igrača šaha,

pri čemu je svaka istinita ili lažna u skladu s istinitošću ili neistinitošću tvrdnje bez navodnika:

(8) Giorgione je igrao šah.

Zbog našeg je kriterija referencijalnosti pojavljivanja, pojavljivanje imena 'Giorgione' u (8) referencijalno, pa pojavljivanja istog imena u (6) i (7) moraju biti referencijalna po istom ključu, unatoč jednostrukim navodnicima u (6) i (7). Poanta navođenja nije da ono mora uništiti referencijalna pojavljivanja, nego da ono to može učiniti (i obično to i čini). Primjeri (6) i (7) iznimni su po tome što posebni predikati 'je istinito' i 'je imenovalo' imaju učinak ukidanja jednostrukih navodnika – kao što je očito pri usporedbi (6) sa (7) i (8).

Da bismo dobili primjer drugog uobičajenog tipa tvrdnje u kojoj se imena ne pojavljuju referencijalno, razmotrimo bilo koju osobu koja se zove Filip i zadovoljava uvjet:

(9) Filip nije svjestan da je Tulije javno optužio Katilinu.

Ili možda uvjet:

(10) Filip vjeruje da je Tegucigalpa u Nikaragvi.

Supstitucija na osnovi (3) pretvara (9) u tvrdnju:

(11) Filip nije svjestan da je Ciceron javno optužio Katilinu, koja je nesumnjivo neistinita. Supstitucija na osnovi istinitog identiteta:

Tegucigalpa = glavni grad Hondurasa

Pretvara istinitu (10) u neistinitu:

(12) Filip vjeruje da je glavni grad Hondurasa u Nikaragvi.

Stoga vidimo da pojavljivanja imena 'Tulije' i 'Tegucigalpa' u (9) i (10) nisu isključivo referencijalna.

U ovome postoji fundamentalni kontrast između (9) ili (10) i:

Kras je čuo Tulija kako javno optužuje Katilinu.

Ova tvrdnja potvrđuje odnos između triju osoba i osobe ostaju u tom odnosu neovisno o imenima koja im dajemo. Ali ne možemo smatrati da (9) samo potvrđuje odnos triju osoba, niti (10) odnos između osobe, grada i države – barem ne dok god naše riječi tumačimo na način koji dopušta (9) i (10) kao istinite, a (11) i (12) kao neistinite.

Neki čitatelji mogli bi poželjeti protumačiti nesvjesnost i vjerovanje kao relacije između osoba i tvrdnji, tako pišući (9) i (10) kao:

(13) Filip nije svjestan [tvrdnje]³ 'Tulije je javno optužio Katilinu',

(14) Filip vjeruje [u tvrdnju] 'Tegucigalpa je u Nikaragvi',

kako bi unutar konteksta jednostrukih navodnika stavili svako pojavljivanje imena koje nije isključivo referencijalno. Church [5]⁴ raspravlja protiv toga. Pritom iskorištava pojam analitičnosti, o kojem smo izrazili neke sumnje (str. 23-37 gore)⁵; ipak, njegov argument ne može se olako ostaviti po strani, niti je za naše

³ Objekt 'tvrdnja' je ubačen u tekst jer za razliku od engleskog, u kojemu spomenuta rečenica još može figurirati kao direktni objekt, u hrvatskome ne može.

⁴ Church, A. „On Carnap's analysis of statements of assertion and belief“, *Analysis* 10 (1950), 97 i dalje.

⁵ Quine se referira na članak „Two Dogmas of Empiricism“ objavljen kao poglavlje u istoj knjizi „From a Logical Point of View“, preveden ovdje u 2. broju KRITiKAe.

potrebe nužno da o tome ovdje zauzmemo stav. Dovoljno je reći da zasigurno nema *potrebe* rekonstruirati (9)-(10) na način (13)-(14). Ono što *jest* potrebno je opaziti tek to da konteksti 'nije svjestan da...' i 'vjeruje da...' *podsjecaju* na kontekst jednostrukih navodnika u sljedećem smislu: ime se može pojaviti referencijalno u tvrdnji *S*, pa se ipak ne pojaviti referencijalno u dužoj tvrdnji formiranoj uključivanjem *S* u kontekst 'nije svjestan da...' ili 'vjeruje da...'. Kraće rečeno, možemo govoriti o kontekstima 'nije svjestan da...' i 'vjeruje da...' kao o *referencijalno neprozirnim*⁶. Isto vrijedi za kontekste 'zna da...', 'kaže da...', 'sumnja da...', 'iznenađen je da...' itd. Bilo bi urednije, ali nepotrebno, ugarati sve referencijalno neprovidne kontekste u kalup navodnika; umjesto toga možemo prepoznati navodnike kao jedan referencijalno neprovidan kontekst među mnogima.

Sada ću pokazati da referencijalna neprozirnost utječe i na takozvane *modalne* kontekste 'nužno je da...' i 'moguće je da...', dokle god im je pridano značenje *stroge* nužnosti i mogućnosti kao u Lewisovoj modalnoj logici.⁷ Prema strogom značenju 'nužnosti' i 'mogućnosti', ove tvrdnje bile bi uzete kao istinite:

(15) 9 je nužno veće od 7,

(16) Nužno je da, ako ima života na Večernjoj zvijezdi, onda ima života na Večernjoj zvijezdi,

(17) Moguće je da je broj planeta manji od 7,

a ove kao neistinite:

(18) Broj planeta nužno je veći od 7,

(19) Nužno je da, ako ima života na Večernjoj zvijezdi, onda ima života na zvijezdi Danici,

⁶ Ovaj je termin ugrubo suprotstavljen Russellovom 'transparentan', koji koristi u Dodatku C *Principiji*, 2. izdanje, sv. 1.

⁷ Lewis, C. I., *A Survey of Symbolic Logic* (Berkeley, 1918), Gl. 5; Lewis, C. I. i Langford, C. H., *Symbolic Logic* (New York, 1932; 2. izdanje, New York: Dover, 1951) str. 78-89, 120-166.

(20) Moguće je da je 9 manje od 7.

Općenita ideja strogih modalnosti temeljena je na navodnom pojmu *analitičnosti* na sljedeći način: tvrdnja oblika 'nužno je da...' istinita je ako i samo ako je sastavna tvrdnja, kojom 'nužno' upravlja, analitička, a tvrdnja forme 'moguće je da...' neistinita je ako i samo ako je negacija sastavne tvrdnje, kojom 'moguće' upravlja, analitička. Tako (15)-(17) možemo parafrazirati na sljedeći način:

(21) ' $9 > 7$ ' je analitička tvrdnja,

(22) 'Ako ima života na Večernjoj zvijezdi, onda ima života na Večernjoj zvijezdi' je analitička tvrdnja,

(23) 'Broj planeta nije manji od 7' nije analitička tvrdnja,

Na odgovarajući način isto vrijedi za (18)-(20).

Sada je lako uočiti da su konteksti 'nužno je da...' i 'moguće je da...' referencijalno neprozirni, jer ako istinite izjave (15)-(17) preformuliramo koristeći istinite identitete:

(24) broj planeta = 9,

(25) zvijezda Danica = Večernja zvijezda,

dobivamo neistinite izjave (18)-(20).

Valja napomenuti da to što su (15)-(17) i (21)-(23) ekvivalenti i to što se '9' i 'Večernja zvijezda' u (21)-(23) pojavljuju u navodnim znacima nije dovoljan razlog za zaključiti da se '9', 'Večernja zvijezda' i 'broj planeta' u (15)-(17) koriste u nereferencijalnom značenju. Ovo je jasno kada se razmotri ekvivalentni argument, u kojemu se na osnovu ekvivalencije (8) s jedne strane i (7) i (6) s druge zaključuje na nereferencijalno značenje pojma 'Giorgione' u (8). Ipak, na nereferencijalno značenje '9', 'Večernja zvijezda' i 'broj planeta' u (15)-(17) (a time i u (18)-(20)) možemo zaključiti na osnovu toga da preformulacija (15)-(17) u (24)-(25) pretvara istinite izjave u neistinite (i neistinite izjave (18)-(20) u istinite). Neki tvrde da se može misliti da (9) i (10) izraz svojeg korijenskog značenja dobivaju u (13) i (14). U istom duhu mnogi žele (21)-(23)

razumjeti kao izraz korijenskog značenja (15)-(17).⁸ Ipak, ovakve su interpretacije suviše. Nemamo razloga (6) ili (7) smatrati nekako osnovnijim ili korijenskim formulacijama u odnosu na (8), pa nema potrebe ni (21)-(23) promatrati kao osnovnije ili korijenske u odnosu na (15)-(17). Važno je samo prepoznati da su konteksti 'nužno je da...' i 'moguće je da...' nalik kontekstu navodnih znakova i kontekstima 'nije svjestan da...' i 'vjeruje da...', dakle referencijalno neprozirni.

2

Sada smo objasnili fenomen referencijalne neprozirnosti na primjeru singularnih termina. Ipak, znamo da singularne termine možemo eliminirati parafrazom.⁹ U konačnici moramo objekte na koje se referiramo u teoriji opisati ne kao predmete koje imenuju singularni termini, već kao vrijednosti kvantificiranih varijabli. Ako je referencijalna prozirnost nešto što nas treba zabrinuti, mora nam zadavati glavobolje i s kvantifikacijom kao što nam zadaje sa singularnim terminima.¹⁰ Okrenimo se kvantifikaciji. Veza između imenovanja i kvantificiranja vidljiva je iz operacije kojom iz 'Sokrat je smrtno' možemo dobiti ' $(\exists x)(x \text{ je smrtno})$ ', dakle 'Postoji nešto što je smrtno'. O toj smo operaciji ranije¹¹ govorili kao o *egzistencijalnoj generalizaciji*. Ovaj je slučaj utoliko različit što umjesto slobodne varijable imamo singularni termin 'Sokrat'. Ideja koja stoji iza ove operacije je da, ako je nešto istinito za neki predmet koji imenujemo singularnim terminom, onda je istinito za neko nešto. Očito je da ovo ne vrijedi kada singularni termin ne imenuje ništa. Iz:

⁸ Cf. Carnap, Rudolf, *The Logical Syntax of Language* (New York: Harcourt Brace, and London: Kegan Paul, 1937). Translation, with extensions, of *Logische Syntax der Sprache* (Vienna: Springer, 1934), pp. 245-259.

⁹ v. Quine, Willard Van Orman, *From a Logical Point of View: Second Edition, Revised* (New York and Evanston: Harper & Row, 1963). pp. 7f, 85, 166f.

¹⁰ Ovo je primijetio i dobro prikazao Church u: Church, Alonzo, „Review of Quine“, *Journal of Symbolic Logic* 7 (1942), 100f.

¹¹ v. Quine, Willard Van Orman, *From a Logical Point of View: Second Edition, Revised* (New York and Evanston: Harper & Row, 1963). pp. 120.

Ne postoji Pegaz,

naprimjer ne možemo zaključiti:

$(\exists x)(\text{nema ni\{e}ga \{to je } x)$,

dakle 'Postoji nešto takvo da nečega takvog nema', iliti 'Postoji nešto što ne postoji'.

Jednako je neopravdano zaključivati na ranije raspravljani način iz izjava u kojima se bilo koji supstantiv koristi u nereferencijalnom značenju. Egzistencijalnom generalizacijom iz (2) dobivamo:

$(\exists x)(x \text{ se tako zvao zbog svoje veličine})$,

dakle 'Postoji nešto što se tako zvalo zbog svoje veličine'. Očito je da je ova interpretacija besmislena, jer se 'tako' u njoj ne odnosi ni na što. Nasuprot tome egzistencijalnom generalizacijom iz čisto referencijalne uporabe u (5) dobivamo smisleni zaključak:

$(\exists x)(x \text{ se zvao 'Giorgione' zbog svoje veličine})$,

dakle 'Nešto se zvalo 'Giorgione' zbog svoje veličine'.

Logička operacija *univerzalne instancijacije* takva je operacija kojom iz 'Sve je isto sa samim sobom', dakle simbolički prikazano ' $(x)(x = x)$ ',¹² zaključujemo 'Sokrat = Sokrat'. Ova operacija i egzistencijalna generalizacija predstavljaju dva aspekta istog principa, jer reći da iz ' $(x)(x = x)$ ' slijedi 'Sokrat = Sokrat' ustvari znači isto što i reći da iz 'Sokrat \neq Sokrat' slijedi ' $(\exists x)(x \neq x)$ '. Princip koji proizlazi iz ove dvije operacije ono je što povezuje kvantificirane tvrdnje i pojedinačne tvrdnje koje su njihove instance. Ipak, nazvati taj „princip“ principom možemo samo u najširem značenju te riječi. On vrijedi samo za situacije u kojima singularni termin nešto imenuje i uz to samo kada je iskorišten u referencijalnom značenju. Ustvari je jednak logičkom sadržaju ideje da je dani termin referencijalan. Ovaj se princip zato ne može smatrati doprinosom čisto logičkoj teoriji kvantifikacije. Zato je

¹² Quine ovu notaciju preuzima od Russela, kod kojega $(x)(x = x)$ znači ono što $(\forall x)(x = x)$ označava u standardnoj notaciji predikatne logike.

logički važno to što se svi singularni termini osim varijabli koje služe kao zamjenice za kvantificirane tvrdnje mogu eliminirati parafraziranjem.¹³

Vidjeli smo kako na referencijalno neprozirni kontekst u (2) djeluje egzistencijalna generalizacija. Pogledajmo kako to izgleda s našim ostalim referencijalno neprozirnim kontekstima. Kada egzistencijalnu generalizaciju primijenimo na vlastito ime u (4), dobivamo:

(26) $(\exists x)(\text{'x' sadrži šest slova}),$

to jest:

(27) Postoji nešto takvo da 'to nešto' sadrži šest slova.

ili eventualno:

(28) 'Nešto' sadrži šest slova.

Sada tvrdnja:

'x' sadrži šest slova

Jednostavno znači:

24. slovo engleske abecede sadrži šest slova.

U (26) korištenje slova x u navodnicima ne znači ništa u odnosu na kvantifikator koji mu prethodi, baš kao što samo slovo x ne znači ništa u kontekstu riječi 'pax'. (26) je dakle lažna tvrdnja pred kojom stoji beznačajan kvantifikator. Situacija je slična s (27); njen dio koji glasi:

'to nešto' sadrži šest slova

¹³ v. [Quine, Willard Van Orman, *From a Logical Point of View: Second Edition, Revised* (Ney Work and Evanston: Harper & Row, 1963).] pp. 7f, 13, 166f. Valja primijetiti i da je egzistencijalna generalizacija nakon p. 120 dio čiste teorije kvantifikacije, jer se primjenjuje na slobodne varijable, a ne na singularne termine. Isto vrijedi i za korelativnu upotrebu univerzalne instancijacije, poput one u R2 Eseja 5 [u *ibid.*].

je laž, a predmetak 'postoji nešto takvo da' nema značenja. (28) je također laž.¹⁴

Manje je očito, ali zato važnije primijetiti da se egzistencijalna generalizacija ne može smisleno primijeniti ni na slučajeve (9) i (10). Ako je primijenimo na (9), dobivamo:

$(\exists x)$ (Filip nije svjestan da je x javno optužio Katilinu),

drugim riječima:

(29) Nešto je takvo da Filip nije svjestan da je to nešto javno optužilo Katilinu.

Koji je to predmet koji je javno optužio Katilinu bez da je Filip toga svjestan? Tulijski, dakle Ciceron? Takva bi pretpostavka proturječila tvrdnji da je (11) neistina.

Valja primijetiti da (29) ne znači isto što i:

Filip nije svjestan da $(\exists x)$ (x je javno optužio Katilinu).

Ta tvrdnja, iako nije istinita, ne zadaje ni neke posebne probleme i ne može biti izvedena iz (9) primjenom egzistencijalne generalizacije.

Problemi koji proizlaze iz izvođenja (29) iz (9) javljaju se u sličnom obličju kada egzistencijalnu generalizaciju primijenimo na modalne tvrdnje. Tvrdnje:

(30) $(\exists x)$ (x je nužno veći od 7),

(31) $(\exists x)$ (nužno je da ako ima života na Večernjoj zvijezdi, onda ima života na x),

koje se naizgled daju izvesti iz (15) i (16) otvaraju ista pitanja kao (29). Koji je to broj za koji se u (39) tvrdi da je nužno veći od 7? U (15), iz koje smo izveli (30), riječ je o broju 9, dakle broju planeta,

¹⁴ Rečenica nije prevedena u cijelosti, već je skraćena, jer njen drugi dio nije primjenjiv na hrvatski prijevod primjera. Original: „(28) 'Something contains six letters.' (...) (28), again, is false – if by 'contains six' we mean 'contains exactly six'.”

ali pretpostaviti da je i ovdje o tome riječ proturječilo bi tvrdnji da je (18) neistina. Jednostavno rečeno, nužno bivanje većim od 7 nije karakteristika nekog broja, jer ovisi o načinu na koji se na njega referiramo. Jednako tako postojanje kojeg to predmeta tvrdimo u (31)? U (16), iz koje smo izveli (31), riječ je o Večernjoj zvijezdi, dakle zvijezdi Danici, ali pretpostaviti da je i ovdje o tome riječ proturječilo bi tvrdnji da je (19) neistina. Nužno biti nešto ili nekakvo i moći biti nešto ili nekakvo dakle nije karakteristika razmatranog predmeta, jer ovisi o načinu na koji se referiramo na taj predmet.

Valja primijetiti da (30) i (31) ne znače isto što i:

Nužno $(\exists x)(x > 7)$,

Nužno $(\exists x)$ (ako ima života na Večernjoj zvijezdi, onda ima života na x),

koje je daleko lakše interpretirati nego (30) i (31). Razliku možemo jasnije prikazati na sljedećem primjeru: u igri u kojoj je nemoguć neriješen rezultat, točno jedan igrač nužno mora pobijediti, ali ni za jednog se igrača ne može reći da će nužno pobijediti.

U prošlom smo razdjelu razmotrili referencijalnu prozirnost singularnih termina, a na početku ovoga razdjela za zadatak smo si postavili prikazati kako se pak referencijalna prozirnost odnosi na kvantificirane varijable. Odgovor je sada jasan: ako na varijablu u referencijalno neprozirnom kontekstu primijenimo kvantifikator s namjerom da kvantificiramo navedenu varijablu izvan tog referencijalno neprozirnog konteksta, najčešće dobivamo tvrdnju neželjenog značenja ili bez značenja, kao što su (26)-(31). Jednostavno rečeno, općenito gledano ne možemo *izvana kvantificirati* referencijalno neprozirne kontekste.

Za kontekst navodnika i kontekste '... bio je tako nazvan', 'nije svjestan da ...', 'vjeruje da ...', 'nužno je da...' i 'noguće je da...' ustanovili smo da su referencijalno neprozirni u prethodnom razdjelu razmatranjem neuspješne supstitucije primijenjene na singularne termine. U ovom razdjelu, za te smo kontekste ustanovili da su referencijalno neprozirni zbog kriterija koji nije povezan sa singularnim terminima, već s nemogućnošću

kvantifikacije. Čitatelj bi zaista mogao smatrati da se drugim kriterijem ipak nismo odmaknuli od singularnih termina; jer se diskreditiranje kvantifikacije (29)-(31) još uvijek zasnivalo na ekspozicijskoj međuigri između singularnih termina 'Tulije' i 'Ciceron', '9' i 'broj planeta', 'Večernja zvijezda' i 'zvijezda Danica'. Ipak je ovaj ekspozicijski povratak na naše stare singularne termine moguće izbjeći, što ćemo sada ilustrirati dokazujući da je (30) besmislena tvrdnja na jedan drugi način. Sve ono što je veće od 7 je broj i svaki zadani broj x veći od 7 može biti jedinstveno određen bilo kojim od raznovrsnih uvjeta, od kojih neki imaju ' $x > 7$ ' kao *nužnu* posljedicu, a neki ne. Jedan te isti broj x jedinstveno je određen uvjetom:

$$(32) \quad x = \sqrt{x} + \sqrt{x} + \sqrt{x} \neq \sqrt{x} \quad (x = \sqrt{x} + \sqrt{x} + \sqrt{x} \neq \sqrt{x})$$

i uvjetom:

(33) Postoji točno x planeta,

ali (32) ima ' $x > 7$ ' kao nužnu posljedicu, dok (33) to nema. Biti *nužno* veći od 7 besmisleno je ako se primijeni na neki broj x ; nužnost je samo veza između ' $x > 7$ ' i specifične metode (32) određivanja x , za razliku od metode (33).

Po sličnom je ključu (31) besmislica, zbog stvari x koje ispunjavaju uvjet:

(34) Ako na Večernjoj zvijezdi ima života, tada života ima i na x ,

dakle fizički predmet, koji može biti jedinstveno određen bilo kojim od raznovrsnih uvjeta, od kojih nemaju svi (34) kao nužnu posljedicu. Nužno ispunjenje (34) besmisleno je ako se primijeni na bilo koji fizički predmet x ; nužna bi bila samo veza između (34) i nekog konkretnog određenja x .

Teško je prenasloviti važnost prepoznavanja referencijalne neprozirnosti. Vidjeli smo u §1 da referencijalna neprozirnost može ometati supstitutivnost identiteta. Sada možemo vidjeti i da može smetati kvantifikaciji: kvantifikatori koji su izvan referencijalno neprozirne konstrukcije ne moraju imati utjecaja na

varijable koje su unutar nje. Ovo je ponovno očito za kontekst navodnika, kao što se vidi iz grotesknog primjera:

$(\exists x)(\text{'pax' sadrži 'x'})$.

3

Vidimo iz (30)-(31) kako kvantifikator, kad se primjeni na modalnu rečenicu, može od nje jednostavno učiniti besmislicu. Besmisao zaista jest naprosto izostanak smisla te se uvijek može popraviti arbitrarnim upisivanjem smisla. Ipak, važno je primijetiti da ako na uobičajeni način razumijemo i modalitet (recimo nekritičkim prihvaćanjem ideje dubinske analitičnosti), i kvantifikaciju, to ne znači automatski da možemo upisati ikakvo značenje u kvantificirane modalne rečenice poput (30)-(31). Bilo tko tko želi izraditi zakone za kvantificiranu modalnu logiku mora to uzeti u obzir.

Izvor je problema referencijalna neprozirnost modalnih konteksta. Ipak, referencijalna neprozirnost donekle ovisi o ontologiji koju prihvaćamo, odnosno o tome koje predmete prihvaćamo kao moguće objekte referencije. To najlakše možemo uočiti ako se vratimo na §1, gdje smo referencijalnu neprozirnost objasnili pomoći nemogućnosti da se jedan naziv za neki predmet zamjeni drugim nazivom za isti predmet. Što ako sada odbacimo sve predmete, poput 9 ili planeta Venere, ili Večernje zvijezde, koje se može imenovati nazivima koji nisu zamjenjivi u modalnom kontekstu? Tako bismo uklonili sve primjere koji ukazuju na (ne)prozirnost modalnih kontekstā.

Koji bi predmeti preostali u takvom pročišćenom svemiru? Da bi opstao, predmet x mora zadovoljiti sljedeći uvjet: ako je S tvrdnja koja sadrži referencijalnu pojavnost nekog imena x , i S' je dobiven iz S imenovanjem x bilo kojim drugim njegovim imenom, tada S' i S moraju ne samo imati istu istinosnu vrijednost takvi kakvi jesu već moraju zadržati iste istinosne vrijednosti čak i kad su im predmetnuti 'nužno je da...' i 'moguće je da...'. Drugim riječima, bilo koja dva naziva x moraju biti sinonimni.¹⁵

¹⁵ v. [Quine, Willard Van Orman, *From a Logical Point of View: Second Edition, Revised* (Ney Work and Evanston: Harper & Row, 1963).] pp. 32.

Stoga je planet Venera kao materijalni predmet isključen, jer ima heteronimna imena 'Venera', 'Večernja zvijezda', 'zvijezda Danica'. Da modalni konteksti ne bi bili referencijalno neprozirni, moramo smatrati da ta tri imena imenuju tri različita predmeta, a ne jedan – možda koncept Venere, koncept Večernje zvijezde i koncept zvijezde Danice.

Jednako je tako 9, jedinstveni cjeloviti broj između 8 i 10, isključen, jer ima heteronimna imena '9' i 'broj planeta'. Da modalni konteksti ne bi bili referencijalno neprozirni, moramo smatrati da ta dva imena imenuju dva različita predmeta, a ne jedan; možda koncept broja 9 i koncept broja planeta. Ti koncepti sami nisu brojevi, jer prvi nije ni identičan, ni manji, ni veći od drugoga.

Uvjet da bilo koja dva imena za x moraju biti sinonimna može se promatrati ne kao ograničenje prihvatljivih predmeta x , nego kao ograničenje prihvatljivih singularnih termina. Tim gore za ovu formulaciju ograničenja; ovo je jednostavno još jedan primjer površnog bavljenja ontološkim pitanjima razmatrajući singularne izraze. Pravi je uvid koji dobivamo, a koji se može previdjeti u ovome izlaganju, sljedeći: uvjete za nužnost ne ispunjavaju sami *predmeti* (recimo kugla kamena koja se zove Venera ili broj koji je broj planeta), kad se ne razmatra neki konkretan način na koji ih se specificira. Ovaj je zaključak najlakše izvesti na primjeru singularnih izraza, ali nastavlja vrijediti i kada se oni eliminiraju. Razmotrimo sada kvantifikaciju umjesto singularnih izraza.

Kad je riječ o kvantifikaciji, referencijalna neprozirnost modalnih kontekstâ vidi se u beznačajnosti kvantifikacija poput (30)-(31). Suština je problema s (30) u tome što broj x može biti jedinstveno određen bilo kojim od dva uvjeta, primjerice (32) i (33), koji nisu nužno, dakle analitički, ekvivalentni jedan drugome. No recimo da sada odbacimo sve takve predmete i zadržimo samo takve predmete x da *su bilo koja dva uvjeta koja jedinstveno određuju x analitički ekvivalentna*. Svi primjeri poput (30)-(31) na kojima se vidi referencijalna neprozirnost modalnih kontekstâ, tada bi bili uklonjeni. Imalo bi smisla reći da postoji predmet za koji, bez obzira na konkretan način na koji je specificiran, vrijedi ovo ili

Sinonimija naziva ne znači samo da imenuju istu stvar; ona znači da je tvrdnja o identitetu tih dvaju naziva analitička.

ono. Ukratko, postalo bi legitimno kvantificirati modalne kontekste izvana.

Naši nas primjeri ne navode da odbacimo kvantificiranje modalnih kontekstā izvana dokle god se tako kvantificirane varijable odnose samo na *intenzionalne predmete*. To bi značilo da se u slučaju ovakve kvantifikacije ne bi dozvolilo klase, već klasne pojmove i atribute, pri čemu se razumije da dvije otvorene rečenice koje određuju istu klasu ipak određuju izrazite atribute, osim ako su analitički ekvivalenti. Za potrebe takve kvantifikacije tada bi se dopuštali ne brojevi već samo neke vrste koncepata koji su povezani s brojevima u odnosu „mnogi naprema jednom“. Nadalje za potrebe takve kvantifikacije ne bi se dopuštali konkretni predmeti, već samo ono što je Frege¹⁶ nazvao smislom imena, a što su Carnap¹⁷ i Church nazvali individualnim konceptima. Nedostatak je takve ontologije to što princip individuacije entiteta neizbježno mora situirati u pretpostavljenom pojmu sinonimije iliti analitičnosti.

Ustvari, čak i ako prihvatimo te sumnjive pojmove, ubrzo možemo uočiti da je rješenje dobiveno ograničavanjem vrijednosti varijabli na njih u konačnici pogrešno. Ne rješava izvornu poteškoću kvantificiranja modalnih kontekstā izvana; naprotiv, primjeri koji su uznemirujući koliko i oni prije razmatrani mogu se konstruirati i kad se ograničimo na intenzionalne predmete. Recimo uzmimo da je A bilo koji intenzionalni predmet, recimo atribut, a 'p' stoji za bilo koju istinitu rečenicu. Očito je da

$$(35) A = (\neg x)[p \cdot (x = A)].^{18}$$

Ipak, ako istinita rečenica 'p' nije analitična, onda nije ni (35) i njena lijeva i desna strana nisu ništa više zamjenjive u modalnim

¹⁶ Frege, Gottlob, "On sense and nominatum," u: Feigl, Herbert i Sellars, Wilfrid, (urednici), *Readings in Philosophical Analysis* (New York: Appleton-Century-Crofts, 1949), pp. 85-102. Prijevod djela "Über Sinn und Bedeutung," *Zeitschrift für Philosophie und philosophische Kritik* 100 (1892), 25-50.

¹⁷ Carnap, Rudolf, *Meaning and Necessity* (Chicago: University of Chicago Press, 1947)

¹⁸ U standardnoj notaciji $xpx=A$.

kontekstima nego 'Večernja zvijezda' i 'zvijezda Danica' ili '9' i 'broj planeta'.

Ili, ako poantu želimo izraziti bez oslanjanja na singularne termine, uvjet koji smo maloprije napisali u kurzivu — 'da su bilo koja dva uvjeta koja unikatno određuju x analitički ekvivalentni' — nije ispunjen samim time što smo x ograničili na intenzionalne predmete. Uzmimo da je ' Fx ' bilo koji uvjet koji jedinstveno određuje x i ' p ' kao bilo koju neanalitičku istinu. Onda ' $p . Fx$ '¹⁹ jedinstveno određuje x , no nije analitički ekvivalentan ' Fx ', unatoč tome što je x intenzionalni predmet.

U članku iz 1943. prvi sam puta prigovorio kvantificiranju modalnih kontekstā izvana, a Church je u recenziji tog članka predložio rješenje u obliku ograničavanja varijabli koje su kvantificirane na taj način na intenzionalne vrijednosti. Iako sada pokazujem kako je to rješenje pogrešno, u to se vrijeme činilo prihvatljivim. Carnap²⁰ ga je prihvatio u ekstremnom obliku, ograničavajući referenciju varijabli na intenzionalne predmete u cijelom svom sustavu. Doduše, nije tako opisao ono što je učinio; zakomplicirao je stvar uvodeći neobičnu dvostruku interpretaciju. Ja pak tvrdim²¹ da takvo kompliciranje ne utječe značajno na njegov argument, te da ga je bolje ostaviti po strani.

Kad je Church došao do formulacije vlastite intenzionalne logike²², možda je već shvatio da kvantifikacija modalnih kontekstā izvana ne može biti opravdana jednostavno tako da se reference kvantificiranih varijabli ograniče na intenzionalne predmete. U svakom slučaju, njegovo je rješenje znatno radikalnije. Umjesto operatora nužnosti koji se može pridati rečenicama, uvodi predikat nužnosti koji se može pridati kompleksnim imenima određenih intenzionalnih predmeta koje zove propozicijama. Ovakav je odmak veći no što se doima, jer se konstante i varijable

¹⁹ U standardnoj notaciji $F(x)P$.

²⁰ Carnap, Rudolf, *Meaning and Necessity* (Chicago: University of Chicago Press, 1947)

²¹ Moju je kritiku Carnap velikodušno naveo u *Meaning and Necessity* (Chicago: University of Chicago Press, 1947), pp. 196f.

²² Church, Alonzo, "A formulation of the logic of sense and denotation," u: *Structure, Method, and Meaning: Essays in Honor of Henry M. Sheffer* (Paul Henle, H. M. Kallen, i S. K. Langer, urednici; New York: Liberal Arts Press, 1951), pp. 3-24.

koje se pojavljuju u rečenici ne pojavljuju ponovno bez dodatne kvalifikacije u imenu odgovarajuće propozicije. Church takvu dodatnu kvalifikaciju uvodi u obliku primitivne funkcije čija je izlazna vrijednost kada se primjeni na intenzionalni predmet ekstenzija tog predmeta. Interakcija između pojavljivanja tvrdnji izvan i unutar modalnih kontekstā u Churchevom je sustavu posredovana tom funkcijom. Možda ga ne treba zvati sustavom modalne logike; Church uglavnom to nije činio. U svakom slučaju, nastavak mog razmatranja o modalnoj logici treba shvatiti kao razmatranje modalne logike u užem smislu, gdje se modalni operator veže za rečenicu.

Church²³ i Carnap pokušali su — a dokazivao sam da nisu uspjeli — odgovoriti na moje kritike kvantificirane modalne logike ograničavajući vrijednosti varijabli. Arthur Smullyan odabrao je drugi put i napao samu moju kritiku. Njegov je argument zasnovan na pretpostavljanju temeljne podjele imena na vlastita imena i (otvorene ili prikrivene) opise, pri čemu su vlastita imena koja imenuju isti predmet uvijek sinonimna. (Cf. (38) u nastavku.) On daje opravdanu kritiku ako se prihvate njegove pretpostavke, naime da primjeri poput (15)-(20) i (24)-(25), koji ukazuju na neuspjeh supstitutivnosti identiteta u modalnome kontekstu, moraju uključivati barem neke opise, a ne samo vlastita imena. Slijedi Russella²⁴ i objašnjava neuspjeh supstitutivnosti pomoću razlike u strukturi kontekstā u odnosu na ono što Russell zove opsegom opisa.²⁵ Ipak, kao što sam pokazao u prethodnome razdjelu, referencijalna neprozirnost nije riješena ni eliminacijom opisa i drugih singularnih termina.

Ipak, kvantificirana modalna logika može opstati samo ako prihvatimo nešto nalik Smullyanovom rješenju, a ne Churchevom²⁶

²³ Church, Alonzo, "Review of Quine", *Journal of Symbolic Logic* 8 (1943), 45ff

²⁴ Russel, Bertrand, "On denoting," *Mind* 14 (1905), 479-493. Ponovno objavljeno u Feigl, Herbert i Sellars, Wilfrid, (urednici), *Readings in Philosophical Analysis* (New York: Appleton-Century-Crofts, 1949).

²⁵ Osim ako opis ne uspije imenovati, njegov je opseg indiferentan spram ekstenzionalnog konteksta. Unatoč tome još uvijek može vrijediti spram intenzionalnih.

²⁶ Church, Alonzo, "Review of Quine", *Journal of Symbolic Logic* 8 (1943), 45ff

i Carnapovom,²⁷ zbog sljedećeg: mora se nadvladati moj prigovor. Mora se moći argumentirati ili odlučiti da kvantifikacija modalnih kontekstā izvana ima smisla unatoč tome što je vrijednost tako kvantificirane varijable određiva uvjetima koji nisu međusobno analitički ekvivalentni. Preostaje nam jedino preostaje prihvatiti situaciju koju smo prikazali na primjeru (32) i (33) i inzistirati njemu unatoč da je x nužno veći od 7. To znači da nam moraju biti odbojni određeni načini jedinstvenog specificiranja x , primjerice (33), i da moramo preferirati druge načine, primjerice (32), te ih smatrati onima koji bolje otkrivaju "esenciju" predmeta. Ako tako promatramo stvari, posljedice koje izvodimo iz (329) možemo promatrati kao nužno istinite za objekt koji je 9 (i jest broj planeta), dok druge posljedice izvedene iz (33) možemo uzeti za samo kontingentno istinite za taj predmet.

Očigledno je taj povratak na aristotelijanski esencijalizam²⁸ potreban ako se inzistira na kvantifikaciji modalnih kontekstā izvana. Za predmet sam po sebi, bez obzira na to koje ime ima i ima li ga uopće, mora se smatrati da posjeduje neka od svojih svojstava nužno, a neka kontingentno, unatoč činjenici da ove druge možemo analitički izvesti iz određenog načina specificiranja predmeta, jednako kao i prve iz nekog drugog načina specificiranja. U stvari, možemo direktno vidjeti da bilo koja kvantificirana modalna logika mora pokazati takvu pristranost nekim svojstvima predmeta; jer sigurno se zadržava da za svaku stvar x vrijedi u jednu ruku da

(36) nužno $(x = x)$,

a u drugu ruku da

(37) \sim nužno $[p \cdot (x = x)]$,²⁹

gdje 'p' označava neku kontingentnu istinu.

²⁷ Carnap, Rudolf, *Meaning and Necessity* (Chicago: University of Chicago Press, 1947)

²⁸ Cf. Quine, Willard Van Orman, *From a Logical Point of View: Second Edition, Revised* (New York and Evanston: Harper & Row, 1963). pp. 22.

²⁹ U standardnoj notaciji \sim nužno $[p \wedge (x = x)]$.

Esencijalizam je u suprotnosti s idejom objašnjavanja nužnosti analitičnošću koja je draža Carnapu, Lewisu i drugima.³⁰ Pozivajući se na analitičnost, možemo pretendirati na razlikovanje esencijalnih i akcidentalnih svojstava predmeta samo relativno, zavisno od načina na koji je predmet specificiran, a ne apsolutno. Ipak, pobornik kvantificirane modalne logike mora se opredijeliti za esencijalizam.

Ograničavanje vrijednosti njegovih varijabli nije ni nužno ni dovoljno da se opravda kvantifikacija varijable u modalnom kontekstu izvana. Takvo ograničavanje ipak može imati smisla kada se kombinira s esencijalizmom: ako se želi ograničiti esencijalizam na posebnu vrstu predmeta, mora se odgovarajuće ograničiti vrijednosti varijabli koje se u modalnom kontekstu kvantificiraju izvana.

Sustav kvantificirane modalne logike koji je u pionirskim radovima predstavila gđa Barcan razlikovao se od Carnapovog i Churchevog sistema po tome što nije nametao nikakva posebna ograničenja na vrijednosti varijabli. Bila je spremna prihvatiti esencijalističku pretpostavku, što je natuknuto u njezinom teoremu:

$$(38) (x)(y)\{(x = y) \supset [\text{nužno } (x = y)]\},^{31}$$

jer je to kao da kažemo da najmanje neka od (i u stvari najviše neki broj; usp. 'p . Fx') svojstava koja određuju objekt čine to nužno. Fitcheva modalna logika³² prati gđu Barcan u obje točke. Treba uzeti u obzir da (38) proizlazi direktno iz (36) i zakona supstitutivnosti identiteta za varijable:

$$(x)(y)[(x = y \cdot Fx) \supset Fy].^{33}$$

Rezultat ovih refleksija jest taj da, ako se uopće želimo baviti kvantificiranom modalnom logikom, moramo prihvatiti aristotelijanski esencijalizam. Ipak, nemam namjere ovdje braniti aristotelijanski esencijalizam. Takva je filozofija po mojem

³⁰ Cf. ranije u istom tekstu, [str. 143].

³¹ U standardnoj notaciji $(x)(y)\{(x = y)[\text{nužno } (x = y)]\}$.

³² Fitch, F. B., *Symbolic Logic* (New York: Ronald Press, 1952)

³³ U standardnoj notaciji $(x)(y)[(x = y \wedge Fx)Fy]$.

mišljenju nerazumna, a tako misle i Carnap i Lewis. Zato zaključujem ono što Carnap i Lewis nisu: tim gore za kvantificiranu modalnu logiku. A samim time i za nekvantificiranu modalnu logiku; jer ako ne namjeravamo kvantificirati izvan operatora nužnosti, uporaba tog operatora prestaje imati bilo kakvu prednost nad prostim navođenjem rečenice uz napomenu da je analitična.

4

Brige koje se pojavljuju zbog logičkih modaliteta također se javljaju kad uvodimo atribute (umjesto klasa). Idiom 'atribut bivanja takvim i takvim' referencijalno je neproziran, kao što se može vidjeti primjerice iz činjenice da istinita tvrdnja:

(39) Atribut bivanja većim od 9 = atribut bivanja većim od 9
prelazi u neistinu:

Atribut bivanja većim od broja planeta = atribut bivanja većim od 9

nakon supstitucije prema istinitom identitetu (24). Povrh toga egzistencijalnom generalizacijom (39) dobili bismo:

(40) $(\exists x)(\text{atribut bivanja većim od } x = \text{atribut bivanja većim od } 9)$,

koja se opire koherentnom tumačenju isto kao što je bio slučaj s egzistencijalnim generalizacijama (29)-(31) izvedenim iz (9), (15) i (16). Kvantifikacija rečenice koja sadrži varijablu kvantifikacije unutar konteksta oblika 'atribut (čega) . . .' jednaka je kvantifikaciji modalne rečenice.

Kao što sam ranije napomenuo, atributi su individuירani putem sljedećeg principa: dvije otvorene rečenice koje određuju istu klasu ne određuju iste atribute osim ako su analitično ekvivalentne. Još je jedna popularna vrsta intezionalnog entiteta *propozicija*. Propozicije su zamišljene u odnosu spram tvrdnji kao što su atributi zamišljeni u odnosu spram otvorenih rečenica: dvije rečenice određuju iste propozicije samo u slučaju kada su

analitički ekvivalentne. Prethodne odredbe atributa očito su jednako primjenjive na propozicije. Istina:

(41) Propozicija da $9 > 7 =$ propozicija da $9 > 7$

postaje neistinom:

Propozicija da broj planeta $> 7 =$ propozicija da $9 > 7$

nakon supstitucije prema (24). Egzistencijalna generalizacija (41) polučuje rezultat usporediv s (29)–(31) i (40).

Većina logičara, semantičara i analitičkih filozofa koji slobodno koriste termine „atributi“, „propozicije“ ili „logički modaliteti“ propuštaju primijetiti da time impliciraju metafizičku poziciju koju bi oni sami teško podržali. Vrijedno je spomenuti da su u *Principiji Mathematici*, gdje se atributi nominalno pridodaju entitetima, svi konteksti u kojima se termini pojavljuju u toku formalne razrade takvi da im klase odgovaraju jednako dobro kao i atributi. Svi konteksti koji se pojavljuju *ekstenzionalni* su na način koji smo razmotrili na 30. stranici.³⁴ Autori *Principije Mathematice* u praksi

³⁴ Zamijenjivost *salva veritate* je beznačajna sve dok se ne relativizira na jezik čiji je opseg određenu relevantnom pogledu. Pretpostavimo da razmatramo jezik koji sadrži samo sljedeće materijale. Postoji beskonačno velika zaliha jednomjesnih predikata (primjerice, 'F' gdje 'Fx' znači da je x muškarac) i višemjesnih predikata (primjerice, 'G' gdje je 'Gxy' znači da x voli y), koja se uglavnom tiče dodatnih logičkih predmeta. Ostatak jezika je logičan. Atomske rečenice sastoje se od predikata kojeg prati jedan ili više varijabli 's', 'y' itd; i složenene rečenice koje su izgrađene na atomskim pomoću istinitosnih funkcija ('ne', 'i', 'ili' itd.) i kvantifikacija. Zapravo, takav jezik uživa u pogodnostima deskripcije i singlarni termini uopće, koji su pak kontekstualno definirajući na poznate načine. Čak i apstraktni singlarni termini poput imenovanja klasa, klasa klasa itd. su kontekstualno definirajući u slučaju da pretpostavljena zaliha predikata uključuje dvomjesne predikate skupovnog članstva. Takav jezik može biti primjeren za klasičnu matematiku i za opći znanstveni diskurs, no samo ako posljednje uključuje diskutabilan aparat kao što su to protučinjenični kondicionali ili modalni prilozi poput 'obavezno'. Jezik toga tipa je ekstenzionalan u ovome smislu: bilo koja dva predikata koja se slažu ekstenzionalno (odnosno, istiniti su o istim objektima) jesu zamjenivi *salva veritate*.

poštuju princip ekstenzionalnosti za kojeg se ne zalažu u teoriji. Da su postupili drugačije, možda bismo ranije shvatili važnost principa.

Vidjeli smo kako su modalne rečenice, atributi i propozicije u konfliktu s neesencijalističkim pogledom na svijet. Ne smije se zaboraviti da su u takvom konfliktu jedino kad ih se kvantificira izvana, odnosno kada se kvantifikator pridaje njima, a same sadrže varijablu koja je kvantificirana. Upoznati smo s činjenicom (koja je vidljiva iz (26) ranije u tekstu) da navodnici ne mogu sadržavati efektivno slobodnu varijablu koja se može dohvatiti pomoću vanjskog kvantifikatora. Ako zauzmemo sličan stav prema modalitetima, atributima i propozicijama, moći ćemo slobodno koristiti iste, a da ne naletimo na probleme poput onih o kojima smo ovdje raspravljali.

Sve što je rečeno o modalnosti na ovim stranicama odnosi se samo na striktnu modalnost. Za ostale vrste, primjerice fizičku nužnost i mogućnost, prvi bi problem bio formulirati te pojmove na jasan i precizan način. Tek bismo nakon toga mogli istražiti mogu li se takvi modaliteti kvantificirati izvana, a da ne uđemo u ontološku krizu. To je pitanje usko vezano uz praktičnu uporabu jezika. Tiče se primjerice korištenja protučinjeničnih kondicionala unutar kvantifikacije; jer je razumno pretpostaviti da se protučinjenični kondicional reducira na oblik 'nužno je da ako p onda q ' u nekom smislu nužnosti. Onda o razumijevanju protučinjeničnog kondicionala ovisi naprimjer ovakva definicija topljivosti u vodi: Reći da je objekt topljiv u vodi jest reći da bi se otopio kad bi se nalazio u vodi. U raspravama iz fizike, naravno, trebamo kvantifikacije koje sadrže tvrdnju 'x je topljiv u vodi' ili ekvivalent izražen riječima; ipak, prema predloženoj definiciji, trebali bismo

U ekstenzionalnom jeziku, stoga, zamijenivost *salva veritate* nije garancija kognitivne sinonimnosti željenog tipa. Da su 'neženja' i 'neoženjen muškarac' zamijenjivi *salva veritate* u ekstenzionalnom jeziku uvjerava nas samo u to da ['Svi i samo neženje su neoženjeni muškarci'] je istinito. Ovdje ne postoji uvjerenje da ekstenzionalan dogovor 'neženje' i 'neoženjenog muškarca' radije leži na značenju nego na slučajnoj činjenici, kao što je to ekstenzionalan dogovor 'stvora sa srcem' i 'stvora s bubrežima'.

Quine, Willard Van Orman, *From a Logical Point of View: Second Edition, Revised* (Ney Work and Evanston: Harper & Row, 1963). pp. 30-31.

prihvatiti da su kvantificirani izrazi 'ako je x u vodi, onda bi se x otopio', odnosno 'nužno je da, ako je x u vodi, onda se x otapa'. Unatoč tome ne znamo postoji li prikladan smisao 'nužnosti' koji možemo kvantificirati³⁵.

Bilo koji način umetanja tvrdnji unutar tvrdnji, bez obzira temeljile li se na nekom pojmu 'nužnosti' ili primjerice pojmu 'vjerojatnosti' kao kod Reichenbacha, mora se pažljivo preispitati o pitanju svoje podložnosti kvantificirati. Možda su jedini korisni načini sastavljanja tvrdnji koje su podložne kvantifikaciji bez ograničenja istinosne funkcije. Srećom, niti jedan drugi način sastavljanja tvrdnji tako i tako nije potreban u matematici; a to je značajno, jer je matematika grana znanosti čije su potrebe najjasnije shvaćene.

Za naše posljednje široko razmatranje, vratimo se našem prvom testu referencijalne neprozirnosti naime neuspjehu supstitucije identiteta; pretpostavimo da se krećemo unutar granice teorije u kojoj su (a) *logički* ekvivalentne formule zamjenjive u svim kontekstima *salva veritate* i (b) smijemo koristiti logiku klasa.³⁶ Za takvu teoriju možemo pokazati da je *bilo koji* način sastavljanja tvrdnji osim istinosnih funkcija referencijalno neproziran. Neka ϕ i ψ budu tvrdnje iste istinosne vrijednosti te neka $\Phi(\phi)$ bude bilo koja istinita tvrdnja koja sadrži ϕ kao svoj dio. Ono što treba pokazati jest to da će $\Phi(\psi)$ također biti istinit, osim ako je kontekst koji predstavlja ' Φ ' referencijalno neproziran. Sada je klasa, koju ćemo nazvati $\dot{\alpha}\phi$, ili V ili Λ , ovisno o tome je li ϕ istinit ili lažan; jer sjetimo se da je ϕ u kojoj nema slobodnog α . (Ako se notacija $\dot{\alpha}\phi$ bez ponavljanja α čini nejasnom, čitajmo je kao $\dot{\alpha}(\alpha = \alpha \cdot \phi)$.)³⁷ Sada je ϕ logički ekvivalentan $\dot{\alpha}\phi = V$. Stoga, prema (a), $\Phi(\phi)$ je istinito, pa je i $\Phi(\dot{\alpha}\phi = V)$ istinito. Ali $\dot{\alpha}\phi$ i $\dot{\alpha}\psi$ imenuju jednu te istu klasu, jer su ϕ i ψ slični u pogledu istinosne vrijednosti. Stoga, s obzirom da je $\Phi(\dot{\alpha}\phi = V)$ istinit, također je i

³⁵ Za teoriju dispozicijskih termina poput 'topljivo' vidi Carnap, Rudolf, "Testability and meaning," *Philosophy of Science* 3 (1936), 419-471; 4 (1937), 1-40 (reizdanje, New Haven: Graduate Philosophy Club, Yale University, 1950).

³⁶ v. Quine, Willard Van Orman, *From a Logical Point of View: Second Edition, Revised* (Ney Work and Evanston: Harper & Row, 1963). pp. 27, 87.

³⁷ U standardnoj notaciji $\dot{\alpha}(\alpha = \alpha \cdot \phi)$.

$\Phi(\psi = V)$, osim ako je kontekst koji je reprezentiran s ' Φ ' referencijalno neproziran. No ako je $\Phi(\psi = V)$ istinit, onda je zauzvrat i $\Phi(\psi)$, prema (a).

**preveli Ivana Kovačić,
Augustin Kvočić,
Karlo Mikić,
Dajan Plačković**