Međunarodno matematičko natjecanje “Klokan bez granica” 2019. g.

Pod pokroviteljstvom Hrvatskog matematičkog društva, natjecanje je ove godine održano *dvadesetprvi put*, 21. ožujka u 12 sati i 30 minuta. S približno istim zadatcima ove se godine natjecalo više od 6 milijuna učenika u 83 države svijeta, što ovo natjecanje čini najvećim školskim natjecanjem u svijetu. Rješavali su ih učenici Albanije, Argentine, Armenije, Austrije, Azerbajdžana, Bangladeša, Belgije, Bjelorusije, Bolivije, Bosne i Hercegovine, Brazila, Bugarske, Cipra, Češke, Čilea, Danske, Ekvadora, Estonije, Etiopije, Filipina, Finske, Francuske, Gane, Grčke, Hondurasa, Hrvatske, Indonezije, Iraka, Irana, Irske, Italije, Izraela, Jamajke, Južne Koreje, Kanade, Kazahstana, Kirgistana, Kolumbije, Kosova, Kostarike, Latvije, Litve, Mađarske, Makedonije, Malezije, Meksika, Moldavije, Mongolije, Mozambika, Myanmara (Burme), Nigerije, Nizozemske, Njemačke, Norveške, Pakistana, Paname, Paragvaja, Perua, Poljske, Portorika, Portugala, Rumunjske, Rusije, Saudijske Arabije, Singapura, Sjedinjenih Američkih Država, Slovačke, Slovenije, Srbije, Španjolske i njene autonomne zajednice Katalonije, Švedske, Švicarske, Tadžikistana, Tanzanije, Tunisa, Turske, Ukrajine, Urugvaja, Uzbekistana, Velike Britanije, Venezuele i Vijetnama. U Hrvatskoj je natjecanje održano u *610 osnovnih i 102 srednje škole*, a učenici su se natjecali podijeljeni u sedam kategorija:

PČELICE	– II. razred osnovne škole – (9054 učenika) – **P**
LEPTIRIĆI	– III. razred osnovne škole – (8546 učenika) – **L**
ECOLIERS	– IV. i V. razred osnovne škole – (12 921 učenika) – **E**
BENJAMINS	– VI. i VII. razred osnovne škole – (8003 učenika) – **B**
CADETS	– VIII. razred osnovne i I. razred srednje škole – (4267 učenika) – **C**
JUNIORS	– II. i III. razred srednje škole – (1889 učenika) – **J**
STUDENTS	– IV. razred srednjih škola – (740 učenika) – **S**

Ukupno se natjecalo 45 420 učenika.

Prilikom dolaska na natjecanje svaki je učenik dobio “poklon za svakoga” (kalendarić, kemijsku olovku i torticu), a 10 % najbolje plasiranih učenika je i nagrađeno. Podijeljeno je 5123 nagrada, a još njih 1405 dobilo je utješne nagrade.

Od 2015. godine nagrađuju se škole s najvećim brojem natjecatelja. Pet godina zaredom sljedeće su škole bile među njih 10 s najvećim brojem natjecatelja: OŠ Vladimira Nazora iz Pazina, OŠ Mertojak iz Splita, OŠ Sveta Nedelja iz Svete Nedelje, Gimnazija Petra Preradovića iz Virovitice i XV. gimnazija iz Zagreba. Nagrada za svaku školu, odnosno školsku matematičku biblioteku, je knjiga *Matematičko natjecanje Klokan bez granica*. Kako bi što više škola dobilo knjigu za školsku knjižnicu, popis nagrađenih škola se proširuje novim imenima: OŠ Split 3 iz Splita, OŠ Strožanac iz Podstrane, OŠ Bartula Kašića iz Zadra, OŠ Stjepana Radića iz Metkovića, a iz Zagreba OŠ Alojzija Stepinca, OŠ Augusta Šenoe, OŠ Trnsko, OŠ Remete, OŠ Ante Kovačića, OŠ Tituša Brezovačkog i OŠ Antuna Gustava Matoša. Nagrađene srednje škole su: Gimnazija Požega iz Požege, Gimnazija Josipa Slavenskog iz Čakovca, Prirodoslovna škola Vladimira Preloga, V. gimnazija i Tehnička škola Ruđera Boškovića iz Zagreba.

Sljedeći zadatci mogu vas upoznati s ovogodišnjim natjecanjem i korisno poslužiti kao priprema za novo natjecanje koje će se održati 19. ožujka 2020. godine.

Koordinatorica natjecanja, Maja Marić

Zadatci za učenike 8. razreda osnovne i 1. razreda srednje škole (Cadet)

Pitanja za 3 boda:

1. U kojem se oblaku nalaze četiri parna broja?

A. 

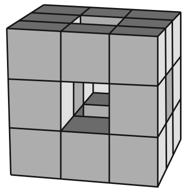
B. 

C. 

D. 

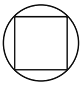
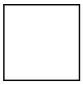
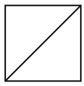
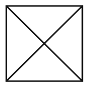
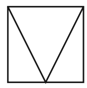
E. 

2. Kocka dimenzija $3 \times 3 \times 3$ sastavljena je od kocaka dimenzija $1 \times 1 \times 1$. Potom su uklonjene neke kocke od prednjih prema stražnjima, slijeva nadesno i odozgo prema dolje, kako je prikazano na slici. Koliko je $1 \times 1 \times 1$ kocaka ostalo?



A. 15 **B.** 18 **C.** 20 **D.** 21 **E.** 22

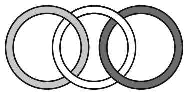
3. Koji od crteža ne može biti nacrtan bez podizanja olovke s papira i bez crtanja istom linijom više puta?

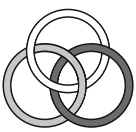
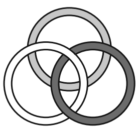
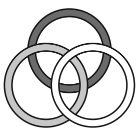
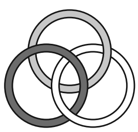
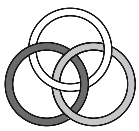
A.  **B.**  **C.**  **D.**  **E.** 

4. Eva čita knjigu kojoj su sve stranice numerirane. Korišteni brojevi sadrže znamenku 0 točno pet puta, a znamenku 8 točno šest puta. Koji je broj na posljednjoj stranici knjige?

A. 48 **B.** 58 **C.** 60 **D.** 68 **E.** 88

5. Tri prstena spojena su kako je prikazano na slici. Koja od sljedećih slika također prikazuje prstene spojene na isti način?

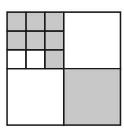


A.  **B.**  **C.**  **D.**  **E.** 

6. Kad se petero prijatelja sastalo, svaki je svakome dao kolačić. Potom je svatko pojeo kolačić koji je dobio. Nakon toga se ukupan broj kolačića koje su imali smanjio na pola. Koliko su ukupno kolačića imali kad su se sastali?

A. 20 **B.** 24 **C.** 30 **D.** 40 **E.** 60

7. Veliki kvadrat podijeljen je na manje kvadrate kao na slici. Koliki je dio velikoga kvadrata obojen sivo?



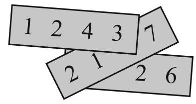
A. $\frac{2}{3}$ **B.** $\frac{2}{5}$ **C.** $\frac{4}{7}$ **D.** $\frac{4}{9}$ **E.** $\frac{5}{12}$

8. Adian je nekoliko jabuka podijelio u šest jednakih hrpa. Frane je isti broj jabuka podijelio u pet jednakih hrpa. Frane je primijetio da svaka njegova hrpa sadrži dvije jabuke više od svake Adianove hrpe. Koliko jabuka ima Adian?

A. 60 **B.** 65 **C.** 70 **D.** 75 **E.** 90

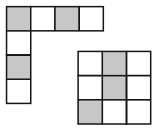
Pitanja za 4 boda:

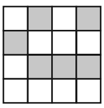
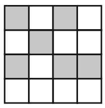
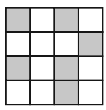
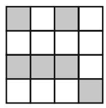
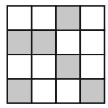
9. Četveroznamenkasti brojevi napisani su na tri papira. Papiri su složeni tako da su prekrivene tri znamenke, kako je prikazano na slici. Zbroj tih triju brojeva je 10 126. Koje su znamenke prekrivene?



A. 5, 6 i 7 **B.** 4, 5 i 7 **C.** 4, 6 i 7 **D.** 4, 5 i 6 **E.** 3, 5 i 6

10. Koja se od sljedećih 4×4 pločica ne može dobiti pomoću dva dana dijela?

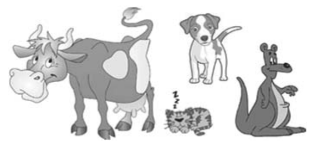


A.  **B.**  **C.**  **D.**  **E.** 

11. Maja, Sanja, Iva, Drago i Vjeran sreli su se na zabavi i rukovali točno jednom sa svakom osobom koju poznaju. Maja se rukovala jednom, Sanja dva puta, Iva se rukovala tri puta, a Drago četiri puta. Koliko se puta rukovao Vjeran?

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4 **E.** 0

12. Roč ima pse, krave, mačke i klokane kao kućne ljubimce. Valentini je rekao da ima ukupno 24 ljubimca, $\frac{1}{8}$ su psi, $\frac{3}{4}$ nisu krave i $\frac{2}{3}$ nisu mačke. Koliko klokana ima Roč?

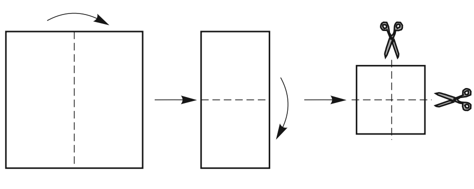


A. 4 **B.** 5 **C.** 6 **D.** 7 **E.** 8

13. Jana igra košarku. Poslije serije od 20 bacanja imala je uspješnost 55 %. Pet bacanja kasnije, uspješnost joj je narasla na 56 %. Koliko je uspješnih bacanja imala u posljednjih 5 bacanja?

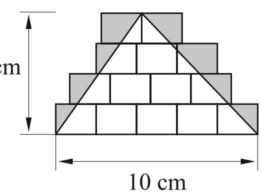
A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4 **E.** 5

14. Katarina je kvadratni komad papira presavila dva puta točno na pola, a potom ga je prerezala po sredini dva puta kao što je pokazano na slici. Koliko je dijelova papira, koje je na taj način dobila, kvadratnog oblika?



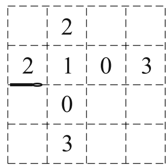
A. 3 **B.** 4 **C.** 5 **D.** 6 **E.** 8

15. Na podu je nacrtano nekoliko identičnih pravokutnika. Nad njima je, kako je pokazano na slici, nacrtan trokut duljine osnovice 10 cm i visine 6 cm, a dio pravokutnika izvan trokuta je osjenčan. Kolika je površina osjenčanog dijela?



A. 10 cm^2 **B.** 12 cm^2 **C.** 14 cm^2 **D.** 15 cm^2 **E.** 21 cm^2

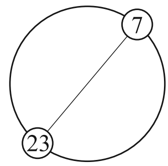
16. Ana želi napraviti stazu od najmanjeg mogućeg broja šibica. Svaku šibicu stavlja na papir duž točkaste linije kao što je prikazano na slici. Njezina staza završava na lijevom kraju početne šibice. Brojevi istaknuti u nekim poljima jednaki su broju šibica postavljenih oko toga polja. Od koliko se šibica sastoji njezina staza?



A. 12 **B.** 14 **C.** 16 **D.** 18 **E.** 20

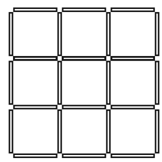
Pitanja za 5 bodova:

17. Prirodni brojevi od 1 do n (uključujući i 1 i n) redom su smješteni na kružnici. Promjer kružnice koji sadrži poziciju broja 7 također sadrži poziciju broja 23, kao što je pokazano na slici. Koju vrijednost ima broj n?



A. 30 **B.** 32 **C.** 34 **D.** 36 **E.** 38

18. Eva ima mnogo štapića duljine 1. Štapići su plavi, crveni, žuti ili zeleni. Želi napraviti rešetku dimenzija 3×3, kao što je prikazano na slici, tako da stranice svakoga kvadrata u mreži, dimenzija 1×1, budu različitih boja. Koji je najmanji broj zelenih štapića koje će Eva koristiti?

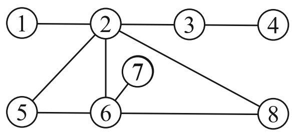


A. 3 **B.** 4 **C.** 5 **D.** 6 **E.** 7

19. Ela ima veliku kutiju sa 60 čokolada. Desetinu je čokolada pojela u ponedjeljak, devetinu ostatka u utorak, osminu preostalih u srijedu, sedminu novog ostatka u četvrtak, i tako redom sve dok nije pojela polovinu čokolada koje su joj preostale od prethodnog dana. Koliko joj je čokolada ostalo?

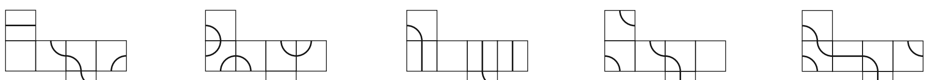
A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4 **E.** 6

20. Paula je obojila svaki od osam krugova na slici crvenom, žutom ili plavom bojom tako da nikoja dva kruga koja su izravno povezana nisu obojena istom bojom. Paula takvo bojenje može izvesti na nekoliko načina, ali u svakom su načinu dva kruga obojena istom bojom. Koja su to dva kruga?



A. 5 i 8 **B.** 1 i 6 **C.** 2 i 7 **D.** 4 i 5 **E.** 3 i 6

21. Mrav želi hodati površinom kocke duž linije nacrtane na njezinoj mreži dok ne dođe do mjesta s kojega je i krenuo. Od koje mreže treba složiti kocku kako bi to putovanje bilo moguće?



A. **B.** **C.** **D.** **E.**

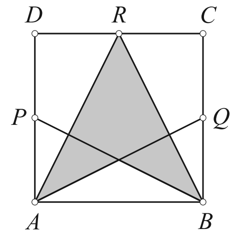
22. Tročlani tim šahista sudjeluje na turniru. Svaki igrač iz tima igra točno jednom protiv svakog igrača svih ostalih timova. Zbog organizacijskih razloga ukupno se na turniru može odigrati najviše 250 partija šaha. Koliko najviše timova može sudjelovati na tome turniru?

A. 11 **B.** 10 **C.** 9 **D.** 8 **E.** 7

23. Vlak ima 18 vagona u kojima putuje 700 putnika. U svakih 5 uzastopnih vagona ukupno je 199 putnika. Koliko se putnika nalazi u dva susjedna srednja vagona toga vlaka?

A. 70 **B.** 77 **C.** 78 **D.** 96 **E.** 103

24. Slika prikazuje kvadrat $ABCD$ s istaknutim polovištima P, Q, R njegovih stranica $\overline{AD}$, $\overline{BC}$ i $\overline{CD}$ redom. Koliki je dio kvadrata osjenčan?



A. $\frac{3}{4}$ **B.** $\frac{5}{8}$ **C.** $\frac{1}{2}$ **D.** $\frac{7}{16}$ **E.** $\frac{3}{8}$

Zadatci za učenike 2. i 3. razreda srednjih škola (Junior)

Pitanja za 3 boda:

1. $20 \cdot 19 + 20 + 19 =$

A. 389 **B.** 399 **C.** 409 **D.** 419 **E.** 429

2. Model vlaka napravi jedan krug po tračnicama za točno 1 minutu i 11 sekundi. Koliko mu vremena treba da napravi šest krugova?

A. 6 min 56 s **B.** 7 min 6 s **C.** 7 min 16 s **D.** 7 min 26 s **E.** 7 min 36 s

3. Brijač želi na ploči napisati riječ SHAVE tako da je klijent koji natpis gleda u ogledalu može ispravno pročitati. Kako bi je trebao napisati na ploči?

A. SHAVE **B.** SHAVƎ **C.** ƎVAHS **D.** EVAHƧ **E.** ƎVAHƧ

4. Koliko različitih zbrojeva točaka možemo dobiti ako istovremeno bacamo tri standardne igraće kocke?

A. 14 **B.** 15 **C.** 16 **D.** 17 **E.** 18

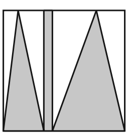
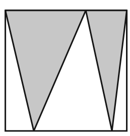
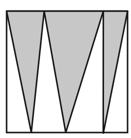
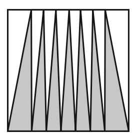
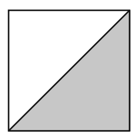
5. Park ima pet ulaza. Monika želi ući kroz jedan ulaz, a izaći kroz drugi. Na koliko načina to može učiniti?

A. 25 **B.** 20 **C.** 16 **D.** 15 **E.** 10

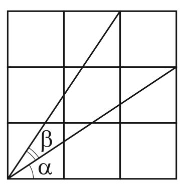
6. Masa svakoga od tri klokana različit je prirodan broj. Njihova je ukupna masa 97 kg. Koliko najviše kilograma može imati najlakši od njih?

A. 1 **B.** 30 **C.** 31 **D.** 32 **E.** 33

7. Dio svakog jediničnog kvadrata na slikama je osjenčan. U kojem je kvadratu osjenčana površina najveća?

A.  **B.**  **C.**  **D.**  **E.** 

8. Na slici je kvadrat podijeljen na devet jednakih kvadrata. Koja je od danih izjava uvijek istinita za označene kutove?



A. $\alpha = \beta$ **B.** $2\alpha + \beta = 90°$ **C.** $\alpha + \beta = 60°$

D. $2\beta + \alpha = 90°$ **E.** $\alpha + \beta = 45°$

Pitanja za 4 boda:

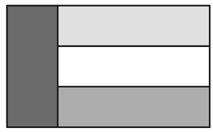
9. Vrhovi kvadrata označeni su A, B, C, D u smjeru kazaljke na satu. Konstruiran je jednakostraničan trokut s vrhovima A, E, C označenima u smjeru kazaljke na satu. Odredi mjeru kuta CBE u stupnjevima.

A. 30 **B.** 45 **C.** 135 **D.** 145 **E.** 150

10. Brojevi a, b, c, d različiti su prirodni brojevi između 1 i 10 (uključujući). Koja je najmanja vrijednost koju može poprimiti izraz $\frac{a}{b} + \frac{c}{d}$?

A. $\frac{2}{10}$ **B.** $\frac{3}{19}$ **C.** $\frac{14}{45}$ **D.** $\frac{29}{90}$ **E.** $\frac{25}{72}$

11. Zastava Klokanije pravokutnik je čije su stranice u omjeru $3:5$. Zastava je podijeljena na četiri pravokutnika iste površine, kao na slici. Odredi omjer stranica bijelog pravokutnika.

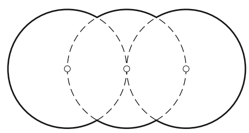


A. 1 : 3 **B.** 1 : 4 **C.** 2 : 7 **D.** 3 : 10 **E.** 4 : 15

12. Sok se razrjeđuje u omjeru $1:7$. Koncentrat soka nalazi se u boci volumena 1 litre i boca je polupuna. Koliki dio preostalog koncentrata treba iskoristiti ako želimo dobiti 2 litre razrijeđenog soka?

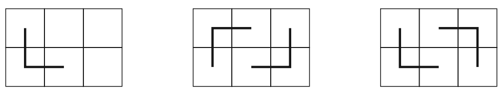
A. $\frac{1}{4}$ **B.** $\frac{1}{2}$ **C.** $\frac{2}{7}$ **D.** $\frac{4}{7}$ **E.** Sve.

13. Lik na slici napravljen je od dijelova triju sukladnih kružnica radijusa R kojima su središta kolinearna. Kružnica koja se nalazi u sredini prolazi središtima preostalih dviju kružnica. Odredi opseg danog lika.

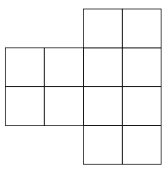


A. $\frac{10\pi R}{3}$ **B.** $\frac{5\pi R}{3}$ **C.** $\frac{2\pi R\sqrt{3}}{3}$ **D.** $2\pi R\sqrt{3}$ **E.** $4\pi R$

14. Pravokutnik dimenzija 3×2 može biti potpuno prekriven dvjema L-figurama (slika lijevo) na dva različita načina (slike desno).



Na koliko različitih načina lik na donjoj slici može biti potpuno prekriven L-figurama?

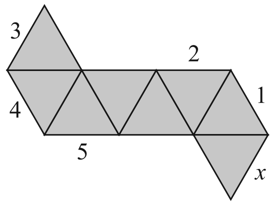


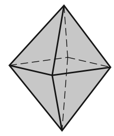
A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4 **E.** 48

15. Sedam znamenaka telefonskog broja $\overline{aaabbbb}$ zbrojene daju dvoznamenkast broj $\overline{ab}$. Odredi zbroj $a+b$.

A. 8 **B.** 9 **C.** 10 **D.** 11 **E.** 12

16. Na slici je mreža oktaedra. Kada se od nje napravi oktaedar, koja će se od označenih dužina podudarati s dužinom označenom x?

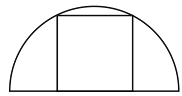




A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4 **E.** 5

Pitanja za 5 bodova:

17. Dva su vrha kvadrata na polukružnici, a dva na njezinom promjeru, kao na slici. Polumjer polukružnice je 1 cm. Kolika je površina kvadrata?



A. $\frac{4}{5}$ cm^2 **B.** $\frac{\pi}{4}$ cm^2 **C.** 1 cm^2 **D.** $\frac{4}{3}$ cm^2 **E.** $\frac{2}{\sqrt{3}}$ cm^2

18. Dvije su točke označene na disku koji rotira oko svoga središta. Jedna od njih je 3 cm udaljenija od središta diska i giba se 2.5 puta brže od druge. Kolika je udaljenost od središta diska do udaljenije točke?

A. 10 cm **B.** 9 cm **C.** 8 cm **D.** 6 cm **E.** 5 cm

19. Prirodni brojevi od 1 do 99 zapisani su uzlazno bez razmaka. Taj niz znamenaka zatim je podijeljen u trojke:

$$123456789101112\ldots979899 \rightarrow (123)(456)(789)(101)(112)\ldots(979)(899).$$

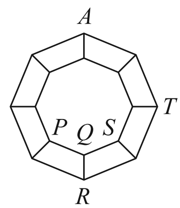
Koju od danih trojki nije moguće dobiti?

A. (222) **B.** (444) **C.** (464) **D.** (646) **E.** (888)

20. Promatramo ravnine koje od 8 vrhova dane kocke sadrže točno tri vrha. Koliko ima takvih ravnina?

A. 3 **B.** 2 **C.** 4 **D.** 8 **E.** 12

21. Graf se sastoji od 16 vrhova povezanih bridovima kao na slici. Mrav se nalazi u vrhu A. U svakom potezu on može prošetati iz jednog vrha do njemu susjednog vrha puzeći bridom. U kojem od vrhova označenim P, Q, R, S, T mrav može biti nakon 2019 poteza?



A. P, R, S **B.** P, R, S, T **C.** Q **D.** T **E.** U bilo kojem od označenih vrhova.

22. Na svaki vrh kvadrata stavljen je jedan prirodan broj. Za bilo koja dva broja povezana stranicom vrijedi da je jedan od njih višekratnik drugoga. Međutim, za bilo koja dva dijagonalno suprotna broja vrijedi da nijedan nije višekratnik onog drugog. Koji je najmanji mogući zbroj tih četiriju brojeva?

A. 12 **B.** 24 **C.** 30 **D.** 35 **E.** 60

23. Koji je najmanji broj elemenata skupa $\{10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90\}$ koje moramo izbaciti da bi umnožak svih preostalih elemenata bio potpuni kvadrat?

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4 **E.** 5

24. Izbrišemo li bilo koju znamenku danog četveroznamenkastog broja, dobit ćemo troznamenkast broj koji je djelitelj početnog broja. Koliko četveroznamenkastih brojeva s ovim svojstvom postoji?

A. 5 **B.** 9 **C.** 14 **D.** 19 **E.** 23

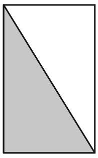
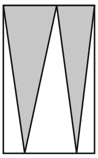
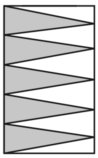
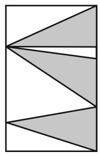
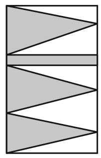
Zadatci za učenike 4. razreda srednje škole (Senior)

Pitanja za 3 boda:

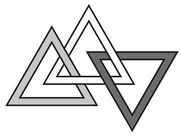
1. Zastava Klokanije je pravokutnik podijeljen na tri manja sukladna pravokutnika, kao na slici. Odredi omjer stranica bijelog pravokutnika.

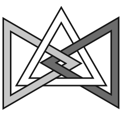
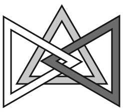
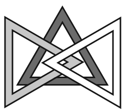
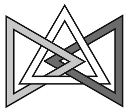
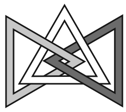
A. 1 : 2 **B.** 2 : 3 **C.** 2 : 5 **D.** 3 : 7 **E.** 4 : 9

2. Pravokutnik je osjenčan na pet različitih načina. Na kojoj je slici osjenčana površina najveća?

A.  **B.**  **C.**  **D.**  **E.** 

3. Tri su trokuta isprepletena kao na slici. Na kojoj su od danih slika trokuti isprepleteni na isti način?



A.  **B.**  **C.**  **D.**  **E.** 

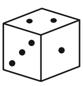
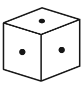
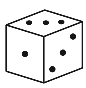
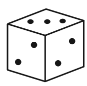
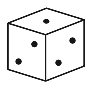
4. Piramida ima 23 strane u obliku trokuta. Koliko ova piramida ima bridova?

A. 23 **B.** 24 **C.** 46 **D.** 48 **E.** 69

5. Koja je prva znamenka (slijeva) najmanjeg prirodnog broja kojemu je zbroj znamenaka jednak 2019?

A. 2 **B.** 3 **C.** 4 **D.** 5 **E.** 6

6. Svaka strana kocke označena je jednom, dvjema ili trima točkama, i to tako da je vjerojatnost da padne jedinica $\frac{1}{2}$, vjerojatnost da padne dvojka $\frac{1}{3}$, a vjerojatnost da padne trojka $\frac{1}{6}$. Koja od danih slika ne može biti pogled na takvu kocku?

A.  **B.**  **C.**  **D.**  **E.** 

7. Mihael je izmislio novu "$\diamond$" operaciju s realnim brojevima. Definirana je ovako: $x \diamond y = y - x$. Ako za a, b i c vrijedi $(a \diamond b) \diamond c = a \diamond (b \diamond c)$, koja je od danih izjava nužno točna?

A. $a = b$ **B.** $b = c$ **C.** $a = c$ **D.** $a = 0$ **E.** $c = 0$

8. Koliko je brojeva između 2^{10} i 2^{13} (uključujući) djeljivo brojem 2^{10}?

A. 2 **B.** 4 **C.** 6 **D.** 8 **E.** 16

Pitanja za 4 boda:

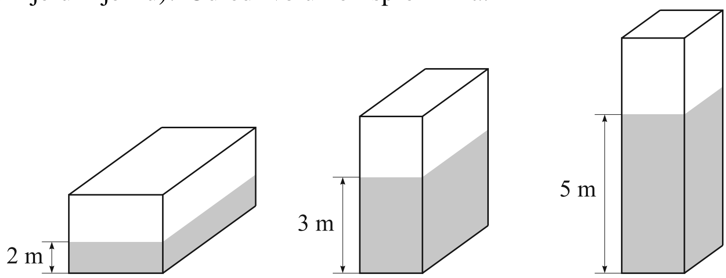
9. Koja je najveća potencija broja 3 djelitelj broja $7! + 8! + 9!$?

A. 3^2 **B.** 3^4 **C.** 3^5 **D.** 3^6 **E.** Potencija broja 3 veća od 3^6.

10. Ove se godine broj momaka u mome razredu povećao 20 %, a broj djevojaka smanjio se 20 %. Sada je u razredu jedan učenik više nego lani. Koji bi od danih brojeva mogao biti trenutačni broj učenika u mome razredu?

A. 22 **B.** 26 **C.** 29 **D.** 31 **E.** 34

11. Kad se u spremniku oblika kvadra nalazi 120 m^3 vode, spremnik nije pun. Dubina vode je 2 m, 3 m ili 5 m, ovisno o tome koja je strana spremnika na tlu, kao na slici (slika nije u mjerilu). Odredi volumen spremnika.

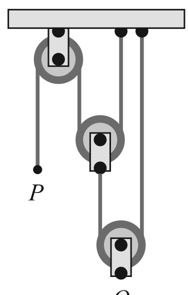


A. 160 m^3 **B.** 180 m^3 **C.** 200 m^3 **D.** 220 m^3 **E.** 240 m^3

12. Za prirodan broj n reći ćemo da je "dobar" ako je njegov najveći djelitelj (ne računajući n) jednak $n - 6$. Koliko postoji dobrih prirodnih brojeva?

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 6 **E.** Beskonačno mnogo.

13. Na slici je sustav od tri koloture povezane vertikalnom užadi. Povučemo li kraj P dolje za 24 cm, koliko će se centimetara točka Q pomaknuti gore?

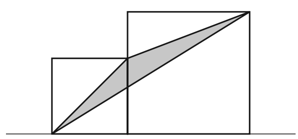


A. 24 **B.** 12 **C.** 8 **D.** 6 **E.** $\frac{24}{5}$

14. U kutiji se nalaze 4 čokolade i 1 voćna pločica. Ivo i Mare naizmjenice izvlače poslasticu iz kutije, bez vraćanja. Pobjeđuje onaj koji izvuče voćnu pločicu. Ivo izvlači prvi. Koja je vjerojatnost da će Mare pobijediti?

A. $\frac{2}{5}$ **B.** $\frac{3}{5}$ **C.** $\frac{1}{2}$ **D.** $\frac{5}{6}$ **E.** $\frac{1}{3}$

15. Na slici su prikazana dva susjedna kvadrata stranica duljina a i b $(a < b)$. Kolika je površina osjenčanog trokuta?



A. $\sqrt{ab}$ **B.** $\frac{1}{2}a^2$ **C.** $\frac{1}{2}b^2$

D. $\frac{1}{4}(a^2 + b^2)$ **E.** $\frac{1}{2}(a^2 + b^2)$

16. Odredi cjelobrojni dio broja $\sqrt{20+\sqrt{20+\sqrt{20+\sqrt{20+\sqrt{20}}}}}$.

A. 4 **B.** 5 **C.** 6 **D.** 20 **E.** 25

Pitanja za 5 bodova:

17. Neka je a zbroj svih pozitivnih djelitelja broja 1024 i b umnožak svih pozitivnih djelitelja broja 1024. Tada vrijedi:

A. $(a-1)^5=b$ **B.** $(a+1)^5=b$ **C.** $a^5=b$ **D.** $a^5-1=b$ **E.** $a^5+1=b$

18. Za koje realne brojeve a jednadžba $2-|x|=ax$ ima točno 2 rješenja?

A. $\langle -\infty,-1]$ **B.** $\langle -1,1\rangle$ **C.** $[1,\infty\rangle$ **D.** $\{0\}$ **E.** $\{-1,1\}$

19. Zadana su četiri pravca kroz ishodište koordinatnog sustava. Oni presijecaju parabolu $y=x^2-2$ u osam točaka. Što od navedenoga može biti umnožak x-koordinata tih osam točaka?

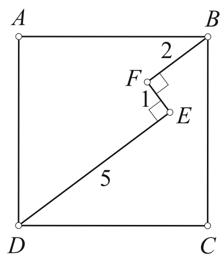
A. samo 16 **B.** samo -16 **C.** samo 8

D. samo -8 **E.** Postoji nekoliko mogućih umnožaka.

20. Za koliko je cijelih brojeva n broj $|n^2-2n-3|$ prost?

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4 **E.** Beskonačno mnogo.

21. Putanja $DEFB$ leži unutar kvadrata $ABCD$ i vrijedi $DE\perp EF$, $EF\perp FB$. Ako je $|DE|=5$, $|EF|=1$ i $|FB|=2$, kolika je duljina stranice kvadrata $ABCD$?



A. $3\sqrt{2}$ **B.** $\dfrac{7\sqrt{2}}{2}$ **C.** $\dfrac{11}{2}$

D. $5\sqrt{2}$ **E.** Ništa od navedenog.

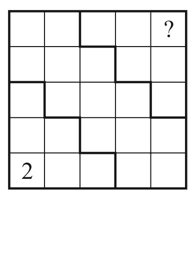
22. Prvi član niza a_1, a_2, $a_3, \ldots$ je $a_1=49$. Za $n\geqslant 1$ broj a_{n+1} dobije se tako da sumi znamenaka broja a_n dodamo 1, a zatim kvadriramo rezultat. Tako je $a_2=(4+9+1)^2=196$. Odredi a_{2019}.

A. 121 **B.** 25 **C.** 64 **D.** 400 **E.** 49

23. Iz skupa $\{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$ nasumično su izabrana tri različita broja. Koja je vjerojatnost da je jedan od njih aritmetička sredina preostalih dvaju?

A. $\dfrac{1}{10}$ **B.** $\dfrac{1}{6}$ **C.** $\dfrac{1}{4}$ **D.** $\dfrac{1}{3}$ **E.** $\dfrac{1}{2}$

24. Kvadrat na slici popunjen je brojevima tako da svaki redak i svaki stupac sadrži brojeve 1, 2, 3, 4 i 5 točno jednom. K tome, zbroj brojeva u svakome od tri ograđena područja jednak je. Koji se broj nalazi u gornjem desnom kutu?



A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4 **E.** 5