

Rješenje nagradnog natječaja br. 227

Neka su a , b , c realni brojevi takvi da je suma svakih dvaju različita od nule. Dokaži nejednakost

$$\frac{a^5 + b^5 + c^5 - (a + b + c)^5}{a^3 + b^3 + c^3 - (a + b + c)^3} \geq \frac{10}{9}(a + b + c)^2.$$

Rješenje. Koristit ćemo identitete

$$a^5 + b^5 + c^5 = (a + b + c)^5 - 5(a + b)(b + c)(c + a)(a^2 + b^2 + c^2 + ab + bc + ca)$$

i

$$a^3 + b^3 + c^3 = (a + b + c)^3 - 3(a + b)(b + c)(c + a).$$

Tada je

$$\frac{a^5 + b^5 + c^5 - (a + b + c)^5}{a^3 + b^3 + c^3 - (a + b + c)^3} = \frac{5}{3}(a^2 + b^2 + c^2 + ab + bc + ca).$$

Dovoljno je dokazati nejednakost

$$\frac{5}{3}(a^2 + b^2 + c^2 + ab + bc + ca) \geq \frac{10}{9}(a + b + c)^2$$

tj.

$$3(a^2 + b^2 + c^2 + ab + bc + ca) \geq 2(a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca).$$

Ova nejednakost je ekvivalentna s

$$a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca,$$

koja očito vrijedi.

Riješili zadatke iz br. 4/276

(Broj u zagradi označava razred–godište srednje–osnovne škole.)

a) Iz matematike: *Borna Cesarec* (2), Srednja škola Krapina, Krapina, 3695, 3697; *Oliver Kukas* (3), Gimnazija A. G. Matoša, Zabok, 3693–3706; *Filip Vučić* (8), OŠ Trnsko, Zagreb, 3696, 3697, 3699, 3700.

b) Iz fizike: *Borna Cesarec* (2), Srednja škola Krapina, Krapina, 1701, 1702, 1706; *Filip Vučić* (8), OŠ Trnsko, Zagreb, 455–457, 1701, 1703, 1705, 1706.

Nagradni natječaj br. 229

Nađi sva međusobno različita pozitivna cjelobrojna rješenja jednadžbe

$$x^2 + y^2 + z^2 + w^2 = 3(x + y + z + w).$$

SVIM SURADNICIMA

U Matematičko fizičkom listu objavljuju se članci iz matematike, fizike i informatike, s malim prilogom iz astronomije, zadatci i rješenja, prikazi natjecanja i ljetnih škola iz matematike i fizike, zanimljivosti u obliku članaka i zadataka od učenika, profesora i ostalih matematičara, novosti iz znanosti, prilozi o državnoj maturi i nagradni natječaj.

Prilozi trebaju biti napisani računalom (Word, Tex, Latex) ili pisaćim strojem.

Slike trebaju biti jasno nacrtane na posebnom papiru i pogodne za presnimavanje ili pošaljite slike crtane računalom (eps, tif, gif, jpg, png i sl.).

Članci neka ne budu dulji od osam stranica, a ako je to potrebno neka budu napisani u nastavcima.

Pozivaju se učenici da pošalju članak o nekoj zanimljivoj temi, originalne zadatke s rješenjima ili prikaze nekih manifestacija (ljetne škole, susreti učenika, rad školske grupe).

Kako se rukopisi ne vraćaju, sačuvajte original, a pošaljite kopiju na papiru formata A-4.

Svi rukopisi podliježu recenziji redakcije ili neke stručne osobe za određeno područje.

Prilozi se šalju na adresu ovog časopisa koja je na početku lista.

RJEŠAVATELJIMA ZADATAKA

Svako rješenje neka bude napisano na **posebnom** papiru i to samo na **jednoj** strani papira. Uz svako rješenje na vrhu papira treba potpuno ispisati tekst zadatka. Svako rješenje treba čitljivo potpisati (ime i prezime), naznačiti razred, školu i mjesto. **Rješenja se mogu slati i e-poštom na adresu glavnog urednika: hanjs@math.hr**

Matematičko fizički list na Facebooku

Možete pronaći MFL i na Facebooku na stranici

<https://www.facebook.com/MatFizL>

Uz razno-razne podatke o MFL-u moći ćete naći i nove zadatke za rješavanje.