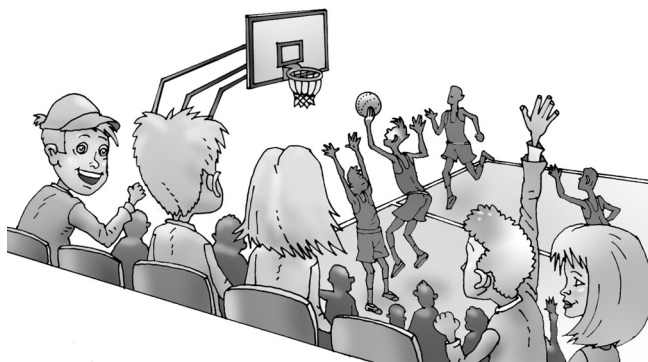


VJEROJATNO ILI NIJE?

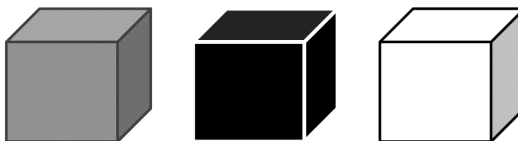
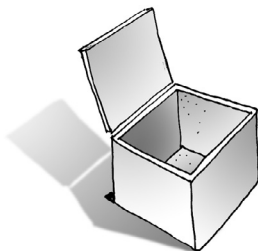
Franka Miriam Brückler, Zagreb

Zasigurno si čuo da ljudi kažu rečenice poput sljedeće: *Vjerojatnost da momčad A pobijedi momčad B na današnjoj utakmici je 70 %*. Malo se koji drugi dio matematike toliko spominje u svakodnevnom govoru kao vjerojatnost. No, vjerojatnost, koja je naizgled samo dodjeljivanje brojeva za događaje kojima ne znamo ishod na što razumniji način, krije mnoga iznenađenja.



Jedan od najpoznatijih primjera je sljedeći:

Zamisli da se natječeš u jednoj televizijskoj nagradnoj igri. Glavna nagrada je nešto što jako želiš, recimo najnoviji model mobitela. Voditelj ti kaže sljedeće: *Ispred sebe imaš tri zatvorene kutije – sivu, crnu i bijelu. U jednoj od njih je glavna nagrada, a druge dvije su prazne. Odaberi jednu kutiju. Ti pokažeš jednu od njih, recimo sivu. Sad ti voditelj kaže: Ja naravno znam u kojoj je kutiji nagrada. Sad ću otvoriti jednu od kutija koje nisi pokazao, i to praznu. Tako i učini. Dakle, ti si pokazao sivu kutiju, a voditelj je otvorio jednu od druge dvije, recimo crnu, i pokazao ti da je ta prazna.*



Naposlijetku ti voditelj ponudi: *Ako želiš, sad možeš promijeniti svoju prvu odluku. Želiš li to učiniti?*

Što misliš, isplati li se to učiniti? Većina ljudi će pomisliti – čemu? Sad znam da je mobitel u jednoj od dvije kutije (sivoj ili bijeloj) pa mi je ionako šansa 50 % (to je isto što i $\frac{1}{2}$) da pogodim. No, to je zaključivanje krivo!



Naime, na početku igre imao si šansu $\frac{1}{3}$ da si pogodio pravu kutiju (bile su tri kutije, dakle 1 od 3 je prava – vjerojatnost pogađanja je $\frac{1}{3}$). Nakon toga si doznao da je crna kutija prazna. Ako se sad predomisliš, jedino u slučaju da si na početku već pogodio kutiju možeš pogriješiti (ako je mobitel stvarno u sivoj kutiji), a ako na početku nisi pogodio kutiju (mobitel nije u sivoj kutiji, za što je vjerojatnost bila $\frac{2}{3}$), predomišljanjem i odabirom bijele kutije osvojit ćeš mobitel. Dakle, ako se nakon ponude voditelja predomisliš, svoju početnu šansu dobitka ($\frac{1}{3}$) udvostručio si na $\frac{2}{3}$ (što je naravno više od $50\% = \frac{1}{2}$).

Sličan je i klasični zadatak: Nakon puno godina susrele su se dvije prijateljice, Ana i Barbara. Kaže Ana: *U međuvremenu imam dvoje djece. Jedno od njih je curica, pogodi što je drugo!* Većina ljudi Barbari bi rekla da su još šanse da pogodi 50% – drugo je dijete dečko ili curica. No, to je krivo.

Naime, Anina su se djeca rodila jedno za drugim (čak i ako su blizanci). Da je Ana rekla samo *Imam dvoje djece*, imali bismo mogućnosti: obojica su dečki; obje su curice; starije dijete je dečko, a mlađe je curica; starije dijete je curica, a mlađe dečko. Kad je Ana dodala da je jedno dijete curica, otpala je mogućnost da su oboje djece dečki, pa su preostale 3 mogućnosti. U 2 od njih jedno je dijete curica, a drugo dečko, dok su samo u 1 obje curice. Dakle, vjerojatnost je $\frac{2}{3}$, a ne samo $\frac{1}{2}$ da je drugo dijete dečko.

Ovakva pitanja, kod kojih konačan odgovor – konačna procjena vjerojatnosti – ovisi o dodatnom podatku koji smo saznali, spadaju u nešto što matematičari nazivaju uvjetnom vjerojatnošću. Ne krije samo uvjetna vjerojatnost iznenađenja, nekom drugom prilikom opisat ćemo još neke primjere u kojima intuicija o vjerojatnosti navodi na krivi zaključak. Za ovaj put završavamo sa zadatkom za tebe. Zadatak se pripisuje Lewisu Carrollu, autoru *Alice u zemlji čudesas*, koji je bio strastveni matematičar. Ovaj zadatak zapisao je u zbirci zabavnih matematičkih zadataka koju je nazvao *Pillow-problems (Zadaci za rješavanje na jastuku)*. Zadatak je varljivo lagan, ali točno rješenje nije:

U neprozirnoj vrećici dvije su kuglice. Svaka od njih je crna ili bijela, ali ne znamo kojih su stvarno boja. Podrazumijeva se da je za svaku od njih jednako vjerojatno da je crna ili bijela. Bez da otvoriš vrećicu, utvrdi kojih boja su kuglice u njoj!

Napomena: Ako uzastopno izvlačiš kuglice bez gledanja, vjerojatnosti pojedinih rezultata se množe. Ako pak imaš alternative (ili-ili), vjerojatnosti se zbrajaju.

