



Petar Mladinić, Zagreb

MOZGALICE S LIKOVIMA U RAVNINI

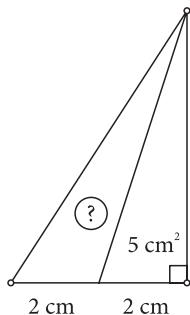
Današnji razvoj računala i računalnog softvera omogućuje nam jednostavniju uporabu ideja i metoda starih matemagičara. U ovom ćemo tekstu razmotriti i ilustrirati probleme koje smo najavili u *Matki* broj 107 u ožujku 2019. godine.

Živimo u zlatno doba numeričkih mozgalica kao što su *sudoku* ili *kakuro* ili neke treće. Vrlo su domišljate i geometrijske mozgalice, tj. mozgalice zadane pomoću ravninskih likova (kvadrata, pravokutnog trokuta, paralelograma, trapeza i/ili njihovih kombinacija).

Za rješavanje ovih mozgalica treba znati formule za površinu pravokutnika $p = a \cdot b$, pravokutnog trokuta $p = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b$, paralelograma $p = a \cdot v_a$, trapeza $p = \frac{a+c}{2} \cdot v_a$, gdje su a, b, c duljine stranica i v_a visine na stranicu a .

Primjeri s trokutom, paralelogramom i trapezom

U sljedećim primjerima treba odrediti površinu nekog lika ili duljinu neke dužine. Ilustrirajmo to!

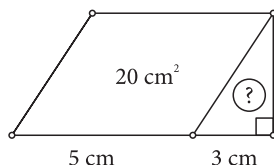


Primjer 1. Zadan je pravokutni trokut s podacima označenim na slici. Odredimo površinu trokuta označenog s ?.

Rješenje. Iz manjeg pravokutnog trokuta čija je površina jednaka 5 cm^2 , a osnovica duljine 2 cm iz $\frac{1}{2}av_a$ da je njegova visina v_a jednaka 5 cm . Površina većeg pravokutnog trokuta tada je jednaka $p = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 5 = 10 \text{ cm}^2$. Površina većeg trokuta jednaka je $10 = ? + 5$, a odavde je $? = 5 \text{ cm}^2$.

Primjer 2. Odredimo površinu ? pravokutnog trokuta na slici.

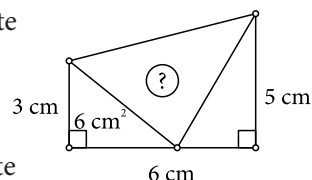
Rješenje. Iz površine paralelograma $p = a \cdot v_a$ dobivamo da je $v_a = \frac{20}{5} = 4 \text{ cm}$, a odavde je površina pravokutnog trokuta jedanaka 6 cm^2 .



Primjer 3. Zadan je trapez s podacima kao na slici. Izračunajte površinu trokuta označenog s ?.

Rješenje. Površina zadanog trapeza jednaka je $\frac{5+3}{2} \cdot 6 = 24 \text{ cm}^2$.

Iz pravokutnog trokuta s površinom od 6 cm^2 i duljinom jedne katete 3 cm dobivamo da je duljina druge katete 4 cm. Drugi pravokutni trokut ima katete duljina $6 - 4 = 2 \text{ cm}$ i 5 cm, pa je njegova površina jednaka $p = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 5$, tj. $p = 5 \text{ cm}^2$.



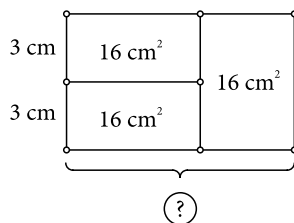
Površina trapeza jednaka je zbroju površina triju trokuta koji ga tvore, tj. $24 = 6 + ? + 5$, pa je $? = 13 \text{ cm}^2$.

Primjeri s drugim likovima

U sljedećim primjerima likovi su „izgrađeni” pomoću različitih pravokutnika.

Primjer 4. Izračunajmo duljinu stranice označene s ? na slici na kojoj su zadani podatci o duljinama nekih stranica i površinama nekih pravokutnika.

Rješenje. Iz gornjeg pravokutnika dobivamo da je duljina njegove stranice jednaka $\frac{16}{3} \text{ cm}$, a iz desnog pravokutnika $\frac{16}{3+3} = \frac{16}{6} \text{ cm}$. Dakle, ukupna duljina lika jednaka je $? = \frac{16}{3} + \frac{16}{6} = 8 \text{ cm}$.

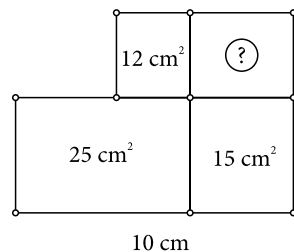


Primjer 5. Kolika je površina ? na liku sa slike?

Rješenje. Iz pravokutnika površine 12 cm^2 dobivamo da mu je duljina druge stranice $\frac{12}{3} = 4 \text{ cm}$. Iz površine donjih dvaju pravokutnika dobivamo da je njihova visina v jednaka $25 + 15 = 10 \cdot v$, tj. $v = 4 \text{ cm}$.

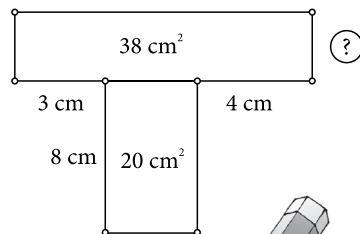
Iz pravokutnika površine 15 cm^2 dobivamo da mu je druga stranica duljine $\frac{15}{4} \text{ cm}$, a to je i duljina stranice pravokutnog trokuta označenog s ?.

Dakle, površina ? jednaka je $? = 4 \cdot \frac{15}{4} = 15 \text{ cm}^2$.

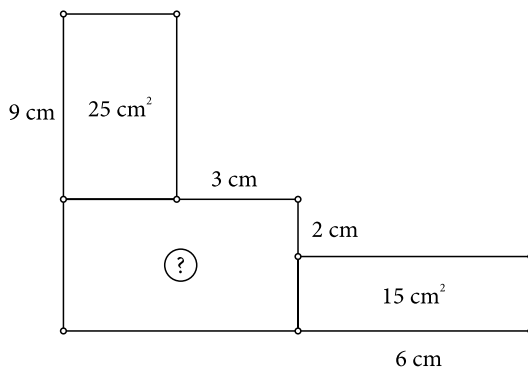


Primjer 6. Izračunajmo duljinu stranice označene s ? na slici.

Rješenje. Iz površine pravokutnika jednake 20 cm^2 dobivamo da je duljina njegove druge stranice jednaka $\frac{20}{8} = \frac{5}{2} \text{ cm}$. Iz gornjeg pravokutnika slijedi da mu je površina $38 = (3 + \frac{1}{2} + 4) \cdot ?$, tj. da je $? = 4 \text{ cm}$.



Primjer 7. Odredimo površinu pravokutnika označenog s ? na slici.



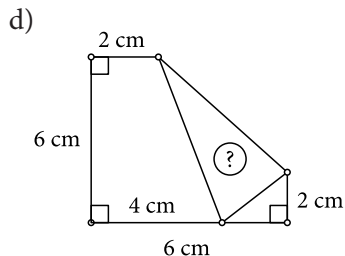
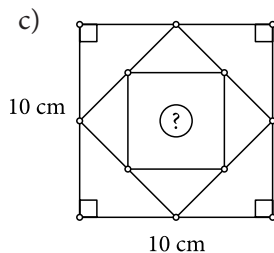
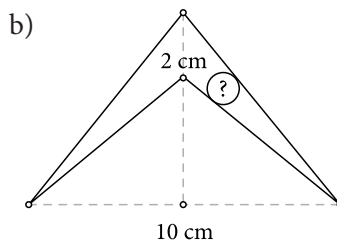
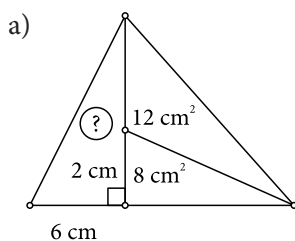
Rješenje. Iz pravokutnika površine 25 cm^2 slijedi da je njegova duljina jednaka $\frac{25}{9} \text{ cm}$, a iz pravokutnika površine 15 cm^2 da je njegova visina jednaka $\frac{15}{6} = \frac{5}{2} \text{ cm}$. Duljina trećeg pravokutnika jednaka je $\frac{25}{9} + 3 \text{ cm}$ i visina $2 + \frac{5}{2} \text{ cm}$. Njegova je površina jednaka $\left(\frac{25}{9} + 3\right) \cdot \left(2 + \frac{5}{2}\right) = 26 \text{ cm}^2$.

Zadatci

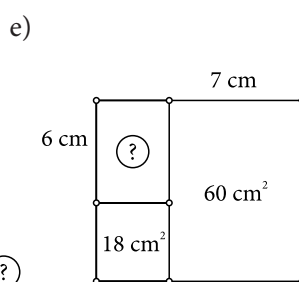
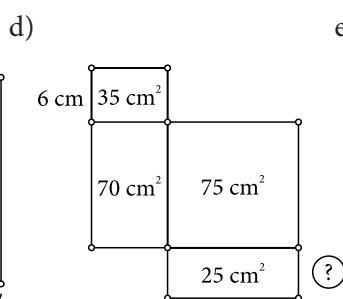
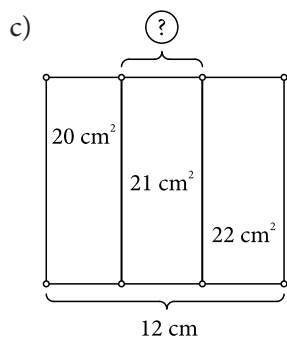
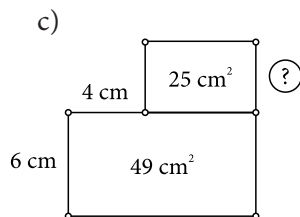
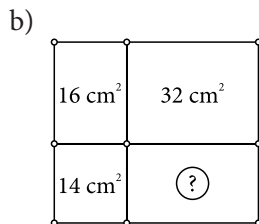
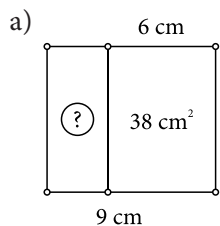
Riješite sljedeće zadatke. Objavit ćemo ime svakog Matkača koji nam pošalje rješenja zadataka i nagradit ćemo ga.

1. Odredite površinu lika označenog s ?.

U zadatcima 2. i 3. dijelovi likova su pravokutnici.



2. Odredite tri površine i tri duljine označene s ?.



3. Riješite ova dva podzadatka koji se smatraju težima od do sada predstavljenih.

