

Izvorni znanstveni članak
UDK 532(091):008(497.13DUB) »17«
Članak je primljen 12. II. 1991.

Stipe Kutleša

Zavod za povijest prirodnih, matematičkih
i medicinskih znanosti HAZU, Zagreb

HIDROMEHANIKA U TEZAMA NIKOLE LUCIJANA PUCIĆA I IVANA BOŽIDAREVIĆA KRAJEM 18. STOLJEĆA

Slobodno se može reći da je mehanika 18. stoljeća djelo izvrsnih matematičara. Mehanički su problemi potakli istraživanja u matematici i doveli do novih ideja koje su se mogle primijeniti na razna područja. S druge strane, matematika i njezini rezultati bili su potreban uvjet za uspješnost mehaničkih istraživanja. Newton je mehaniku formulirao geometrijski. Ali, pod utjecajem infinitezimalnog računa i analitičkih metoda u prvoj polovici 18. stoljeća došlo je do reinterpretacije mehanike. Leonard Euler (1707–1783) postavio je matematiku i mehaniku na analitičke osnove.¹ Mehanika mu je ona disciplina koja nužno mora koristiti matematičku analizu. »Ako postoji i jedna disciplina koja bi koristila od primene analize, to je bez sumnje mehanika.«² Jean Le Rond d'Alembert (1713–1783) pošao je još dalje smatrajući mehaniku jednom granom matematike; zakoni gibanja mogu se po njemu izvesti i dokazati iz geometrijskih teorema. Objekti racionalne mehanike trebaju, kao što je to slučaj u geometriji, biti apstrakcije. Među temeljna dostignuća matematičke fizike 18. stoljeća treba svakako ubrojiti zakon održanja sile Johanna i Daniela Bernoullija koji je, doduše, bio ograničen samo na polje mehanike, »načelo virtualne radnje« Johanna Bernoullija (1667–1748) (prvotno nazvano »načelo virtualnih brzina«), tzv. »d'Alembertovo načelo« koje se odnosi na tijela u gibanju, Maupertuisovo »načelo najmanjeg djelovanja« (1744). I Euler je nezavisno od drugih došao do načela minimuma i maksimuma djelovanja te je prvi koji ekstremalni princip primjenjuje u dinamici. Sve najvažnije rezultate mehanike 18. st. sintetizirao je Joseph-Louis Lagrange (1736–1813) postavivši opća načela i jednadžbe gibanja iz kojih se mogu izvesti jednadžbe gibanja za bilo koji sustav tijela. No, još i prije njega neka su načela primjenjivana na određena područja mehanike. Tako je Daniel Bernoulli (1700–1782) primijenio načelo održanja sile na tekuća tijela.³ Primjenu analiza na rješavanje nekih hidrodinamičkih problema koristili su Euler, Alexis Claude Clairaut (1713–1765), d'Alembert i dr.

Zbog tako uske veze matematike i mehanike metoda rješavanja mehaničkih problema bila je vrlo slična aksiomatskoj. Ne navode se, doduše, aksiomi, ali su svi ostali elementi kao kod aksiomatske metode. Iznose se pojmovi, definicije, na-

¹ Leonhard Euler, *Mechanica siva motus scientia analytice exposita*, sv. I (1736), sv. II (1742).

² Navedeno prema Milorad Mladenović, *Razvoj fizike. Mehanika i gravitacija* (Beograd, 1986), str. 296.

³ Daniel Bernoulli, *Hydrodynamica seu de viribus et motibus fluidorum commentarii* (1738).

čela, zakoni i na temelju dokazanih tvrdnji rješavaju se primjeri koji ilustriraju iznesenu teoriju. Zato se gotovo svi autori toga doba služe tom metodom.

Napredak znanosti znatno je utjecao na tehnologiju. Između ostalih područja veliki razvitak se osjetio na polju hidraulike. Unaprijeđena je izgradnja brodova, uvedene su u navigaciju nove sprave, učinjen je veliki napredak u svezi s korištenjem unutrašnjih vodenih putova. Izgrađeni su mnogi kanali koji su povezali rijeke i tako stvorili u Europi vrlo razvijenu plovnu mrežu, pa se tako ostvario davni san da se rijekama i kanalima povežu Atlanski ocean i Sredozemno more (1681). Nakon otkrića niza zakonitosti u hidromehanici ukazala se potreba da se ti zakoni primijene u praktične svrhe. To je osobito došlo do izražaja kod izgradnje brana, nasipa, kanala i dr.

Takav pomak u znanosti i tehnologiji imao je za posljedicu, između ostalog, reformu školstva koje sve više važnosti polaže na izučavanje prirodnih znanosti. U tom su smjeru išla i nastojanja pijarista koji su u 18. st. (1777) otvorili u Dubrovniku svoj kolegij, a kasnije i filozofski tečaj u okviru kojeg su se, pored ostalih predmeta, izučavale matematika, fizika, astronomija.⁴ Struktura kolegija i nastavni

**S P E C I M E N
PHYSICO = MATHEMATICUM**

QUOD IN AULA

NOB. COLLEGII PTOLEMÆI

EXHIBET PUBLICE PROPUGNANDUM

NICOLAUS LUCIANUS DE POZZA

COMES DE SAGORIE PATRICIUS RHACUSINUS

IN FORMAM COLLEGIO .

SUB CÆR. REC. SCH. PIAR. DISCIPLINA

CONVICTOR ET ACADEMICUS
INNOMINATUS .

Folio cuilibet post seriem opponendæ, & interrogandæ facultate.



S E N I S

EX TYPOGRAPHEO PAZZINIANO

M. DCC. LXXXI.

Slika 1. Naslovna stranica Pucićeve djela

⁴ O pijarističkom kolegiju u Dubrovniku vidi: Žarko Dadić, *Povijest egzaktnih znanosti u Hrvata I* (Zagreb, 1982), str. 250–257.

programi bili su vjerojatno isti, ili barem slični na svim pijarističkim kolegijima i filozofskim tečajevima, na što bi mogao ukazati jedan rukopis koji potječe iz Collegiuma Ptolemeuma u Sieni, a koji je služio kao podloga za predavanja iz matematike u pijarističkom kolegiju u Dubrovniku.⁵ Postojale su sigurno i druge vrste veza između dubrovačkog i sienskog pijarističkog kolegija.

**THEOREMATA
AC PROBLEMAT A
E SCIENTIA NAVALI EXCERPTA
QUÆ IN AULA NOB. COLL. PTOLEMÆI
DEMONSTRANDA ET SOLVENDA EXHIBET
COMES JOANNES BOSDARIUS
PATRICIUS RACUSINUS
IN EODEM COLLEGIO
SUB CC. RR. SCHOLARUM PIARUM DISCIPLINA
ALUMNUS
SS. ACADEMICORUM-INNOVATORUM
PRORINCIPES.
*Accedit EXERCITATIO MATHEMATICA de Locis Geometricis.***



S E N I S
EX TYPOGRAPHIA PAZZINIANA
Superior. Facult.
M. DCC. LXXXII.

Slika 2. Naslovna stranica Božidarevićeva djela

Kako hrvatski đaci nisu često imali prilike u vlastitoj domovini steći vrhunsku izobrazbu, to su bili prisiljeni odlaziti u druga europska kulturna središta. Tako je bilo kako u prijašnjim stoljećima tako i u osamnaestom.⁶ I u Sieni susrećemo na pijarističkom Collegiumu Ptolemeumu u 18. stoljeću dva Hrvata koji su 1791. i 1792. branili svoje radove (teze) iz matematike. To su Nikola Lucijan Pucić (Nicolaus Lucianus de Pozza) i Ivan Božidarević (Joannes Bosdarius), obojica dubrovački plemići. Njihov odlazak u Sienu, kao i tolikih drugih u razna europska središta, bio je moguć zahvaljujući postojanju redovničkih veza između naših i ostalih eu-

⁵ Isto, str. 286.

⁶ O hrvatskim učenjacima u drugim zemljama posebno u Italiji, Madarskoj i Slovačkoj usp. Ž. Dadić, Nav. dj., str. 285–293 i 336–341.

ropskih krajeva. Ne treba, naime, zaboraviti da većinu naše inteligencije, ako ne i svu, u to doba čine redovnici, svećenici i nešto plemstva. Božidarević je vjerojatno otišao u Sienu godine 1790, jer sâm u posveti svoga djela *Theoremata ac problemata e scientia navali excerpta (Poučci i problemi izabrani iz pomorske znanosti)*, posvećenog ujaku Bernardu Zamanji (Džamanjiću)⁷, čijoj brizi i poticaju za studij ime zahvaliti, kaže da mu je za studij u Sieni bilo potrebno dvije godine, a sigurno je da je navedene teze branio 1792. godine i one su iste godine tiskane (vidi sl. 1). Pucićev rad je nešto opširniji i nosi naslov *Specimen physico-mathematicum (Fizikalno-matematički primjeri)*,⁸ a branjen je 1791. godine kada je i tiskan (vidi sl. 2). Obuhvaća područje mehanike, hidromehanike, optike i astronomije.

U skladu s običajem toga doba, da se mehanički problemi izlažu aksiomatskom metodom, postupaju i Pucić i Božidarević. Najprije iznose poučke (tvrdnje, teoreme), posljedice tih teorema (korolare), a na nekim mjestima primjedbe uz tumačenja (sholiji). Nakon teorijskog obrazloženja načela i dokaza teorema prelazi se na primjenu tih načela i zakona kod rješavanja nekih problema koristeći, naravno, već navedene teoreme i korolare. Kod obojice autora prvi dio izlaganja (mogli bismo ga uvjetno nazvati teorijski dio pisan je na latinskom jeziku a drugi (tzv. »praktični« dio koji iznosi primjere) na talijanskom i nosi naslov *Applicazione dei precedenti principii (Primjena prethodnih načela)*. Pucićev rad, kako je rečeno, obuhvaća područja mehanike, hidromehanike, optike i astronomije, od kojih je samo ovo drugo predmet ovog rada. Ipak, cjelovitosti radi, navest ću kojim se problemima Pucić bavi i u ostalim područjima. U okviru mehanike raspravlja o jednolikom gibanju, centralnim silama, njihalima, o sudaru tijela, o rotaciji (vrtnji) oko zadane osi, o središtu gravitacije i o načelu ravnoteže, o ravnoteži kod strojeva i konačno, o ravnoteži u svodovima (lukovima) navodeći trinaest teorema, devetnaest korolara i sedam sholija⁹ potkrijepljenih sa četrdeset primjera (problema).¹⁰ Iz područja optike Pucić je naznačio samo tri pitanja i to o pravocrtnom širenju svjetlosti, o odbijanju i lomu svjetlosti.¹¹ Svoja izlaganja iz astronomije ograničio je na svijet kao cjelinu, Zemlju i Mjesec, Sunce i gibanje planeteta.¹² Za razliku od njega Božidarević u čitavom radu razmatra samo usko područje iz pomorske znanosti (*e scientia navali*).

Osnovno pitanje kojim svoja izlaganja o hidromehanici započinju gotovo svi autori toga doba jest tlak tekućine. Svaka čestica fluida podnosi neki tlak koji odgovara težini stupca fluida čija je baza ta čestica, a visina udaljenosti od horizon-

⁷ »Comiti Bernardo Zamagnae avunculo amantissimo«, u Božidarević, *Theoremata ac problemata e scientia navali excerpta*, str. 1.

⁸ Ovaj rad, kao i Božidarevićev, dobio sam zahvaljujući mr. Ivici Martinoviću iz Dubrovnika. Ti se radovi čuvaju u knjižnici samostana Male braće u Dubrovniku. Puni naslovi i signature su im: *Specimen Physico-Mathematicum quod in aula Nob. Collegii Ptolemaei exhibit publice propugnandum Nicolaus Lucianus de Pozza comes de Sagorje Patricius Rhacusinus in eodem collegio sub Cler. Reg. Sch. Piar. Disciplina Convictor et Academicus Innominatus, Facta cuilibet post tertium opponendi & interrogandi facultate*, Senis 1791, 58 str. i 2 table. — sign. 33—X—21; *Theoremata ac problemata e scientia navali excerpta, quae in aula nob. Coll. Ptolemaei demonstranda et solvenda exhibit Comes Joannes Bosdarius Patricius Racusinus in eodem collegio sub CC. RR. Scholarum piarum disciplina alumnus et Academicorum Innominatorum princeps. Accedit Exercitatio Mathematica de Locis Geometricis*, Senis 1792, 16 str. i 1 tabla. — sign. 35—XI—4.

⁹ N. L. Pucić, nav. dj., str. 1—9.

¹⁰ Isto, str. 28—40.

¹¹ Isto, str. 18—23 i 48—54.

¹² Isto, str. 24—27 i 55—58.

talne ravnine.¹³ U poglavlju pod naslovom *De fluidorum percussione (O tlaku tekućina)* Božidarević najprije općenito rješava problem analitički i dolazi do relacije za tlak koji djeluje na molekule tekućine.¹⁴ U posebnom slučaju kad je molekula vode u polju sile teže dobije se da tlak na nju ovisi o gustoći i dubini, tj. udaljenosti od horizontalne površine vode.¹⁵ To nije ništa drugo nego, kao i kod Pucića u poglavlju *De fluidorum pressionibus (O tlakovima tekućina)* (vidi sl. 3), izraz za hidrostatski tlak, iako izričito ne spominje taj naziv. Zakon hidrostatskog tlaka prvi je, naime, objasnio Simon Stevin (1548–1620) koji je napisao prvu važniju modernu raspravu o hidrostatici.¹⁶ Tlak mirujućeg fluida ovisi o visini (dubini) a ne o količini fluida. U tome je i objašnjenje tzv. »hidrostatskog paradoksa.«.

Iz tvrdnje da tlak mirujućeg fluida ovisi o visini proizlaze neke posljedice kao što su zakon spojenih posuda za tekućine iste¹⁷ i različite¹⁸ specifične težine. Na temelju toga Pucić rješava praktični zadatak izračunavanja težine zraka koji opkoljuje zemaljsku kuglu¹⁹ i dobiva rezultat od okolo 11 trilijuna francuskih libara. Za elastičnu tekućinu izračunava elementarni tlak čestice i na temelju toga koristi zgodnu metodu za računanje visine brda očitavajući visine na podnožju i na visini koja se želi mjeriti. Poziva se na zapažanja Pierrea Bouguera (1698–1758).²⁰ Uz pomoć opće relacije, koja omogućuje da se nade tražena visina, nalazi formulu koja objašnjava teoriju aerostatskih balona i proračunava konstrukciju balona koji treba udovoljavati nekim postavljenim zahtjevima.²¹ Time se Pucić skromno priključio onima koji su vodili znanstvene rasprave o aerostatskim balonima.

Upravo je to doba kada se već ostvarila čovjekova pradavna želja da se pomoću nekih pomagala digne u zrak i poleti. U početku su ljudi oponašali ptičja krila, ali su svi takvi pokušaji završavali neuspješno. Sve do 17. stoljeća općenito se mislilo da bi čovjek jedino mogao poletjeti ako oponaša ptičja krila. U tu svrhu su zamisao o letećim strojevima Leonarda da Vincija (1452–1519) pokušali realizirati u 17. stoljeću Robert Hooke (1635–1703) i Giovanni Alfonso Borelli (1608–1679), ali bez uspjeha. Postojala su, međutim, i drukčija razmišljanja o letenju. Četiri stoljeća prije Krista Arhita iz Terenta načinio je letjelicu koja je mogla letjeti. U red zaslužnih ljudi glede ideje o čovjekovu letenju svakako možemo ubrojiti Rogera Bacona (1214–1294), augustinca Alberta iz Saske (1316–1390), Francesca de Lanu (1631–1687) i dr.²² Nakon što je Otto von Guerickeova (1602–1682) sisaljka omogućila isisivanje zraka iz posude Lana je došao na ideju da bi se pomoću kugli tankih stijenki, iz kojih bi se isisao zrak, moglo podići neke predmete uvis. Tek je kasnije bilo moguće, i to u suradnji s kemičarima, ostvariti let čovjeka balonom. Kad su, naime, otkriveni različiti plinovi i riješen sastav zraka i kad je nađeno da je, npr. vodik 14 puta lakši od zraka nije daleko bilo ostvarenje zamisli da se nači-

¹³ Isto, teorem XIV., str. 10.

¹⁴ I. Božidarević, nav. dj., teorem I., str. 3.

¹⁵ Isto, korolar 1, str. 3.

¹⁶ Njezin naslov je *De Beghinselen des waterwichts* (1586).

¹⁷ N. L. Pucić, nav. dj., korolar 1, str. 10.

¹⁸ Isto, korolar 2, str. 10.

¹⁹ Isto, problem XLI., str. 41.

²⁰ Isto, str. 11.

²¹ Isto, problemi XLII. i XLIII., str. 41.

²² O historijatu letenja usp. reprint izdanje djela iz 1784. godine i hrvatski prijevod T. Ladana u Josip Franjo Domin, *Fizikalna rasprava o postanku, naravi i koristi umjetnog zraka* (Zagreb, 1987), str. 171–180; Bernard Zamagna, *Navis aëria* (Viennae, 1784), str. X.–XXVI.

ni balon koji će se podići u zrak. Napredovala je izrada balona čak i vrlo velikih dimenzija. Za njih se privezivalo lađu u kojoj su ljudi mogli sjediti. Podizanjem balona u zrak ostvaren je čovjekov let. Ta vrsta naprave dobila je ime aerostat.

Godine 1783 (21. studenog) u Parizu je poletio prvi balon s ljudima. Bili su to Pilatre de Rozier (1756 – 1786) i Francois Laurent markiz d'Arlandes (1742 – 1809). Kasnije su to učinili Jacque Alexandre Césaire Charles (1746 – 1823) i jedan od braće Robert, a nakon njih braća Etienne (1745 – 1799) i Joseph (1740 – 1810) de Montgolfier.²³ No i prije su se izrađivali baloni koji su se punili toplim zrakom te su to bile prve letjelice lakše od zraka. Bili su poznati već u 13/14 stoljeću kod Kineza ali i u srednjovjekovnoj Europi. Već spomenuti Lana je prvi načinio projekt zračnog stroja, a manje poznati portugalski isusovac iz Brazila Bartolomeo L. di Gusmao prvi se podigao u zrak 1709. u Lisabonu i to pomoću neke naprave na topli zrak.

Iste godine kad je poletio prvi balon s ljudima Barthélémy Fuajjas de Saint-Fond (1741 – 1819) je objavio knjigu *Opis aerostatskih pokusa gospode Montgolfier* (1783), a slijedeće godine pojavljuju se i djela hrvatskih autora Josipa Franje Domina (1754 – 1819) i Brne Zamanje (Džamanjića) (1735 – 1820) u kojima se govori o aerostatima. Napomenimo da je Domin prvi u Monarhiji vršio pokuse s balonima na vodik.²⁴ Ali, još prije nego što je ostvaren let aerostatskim balonom, Joseph Galien (1699 – 1782) 1755. godine u svom djelu *L'art de naviguer dans les airs (Umijeće plovljenja uzduhom)* iznio je ideju da bi se moglo napuniti brod rijedim uzduhom i tako podići u visinu, što je bilo ostvareno uskoro nakon toga. Nakon što su ljudi poletjeli balonima pojavljuju se i prve teoretske analize aerostata. Tako se čini da je rasprava Ivana Baptiste Horvata (1732 – 1799) *Teorija aerostatske kugle . . . prva teorijska analiza leta balona koji je napunjen vodikom.*²⁵

Posebno je značajna Pucićeva primjedba o određivanju oblika Zemlje pomoću hidrostatskih zakona. On tu, međutim, ne rješava taj problem, nego samo ukazuje na mogućnosti rješavanja koristeći zakone hidrostatičke. Oblik Zemlje su već i prije pokušavali odrediti Christian Huygens (1629 – 1695), Isaac Newton (1642 – 1727) i dr. Huygens polazi od pretpostavke da tekuća masa miruje samo kada joj je površina okomita na rezultantu sila, dok je Newtonu za stanje ravnoteže tekućine važan tlak koji postoji u tekućini. Pri tome se kod primjene hidrostatskih zakona za objašnjenje oblika Zemlje ograničio na homogenu masu. Clairaut je proširio istraživanje na slučaj da se gustoća mijenja u ovisnosti o udaljenosti od središta. To je izraženo tzv. Clairautovim teoremom.²⁶ Problemom određivanja oblika Zemlje hidrostatskom metodom bavili su se još Ruder Bošković (1711 – 1787), Colin MacLaurin (1698 – 1746), d'Alembert i drugi.²⁷

U drugu grupu primjera koje Pucić rješava spadaju razni problemi o čvrstim tijelima koja su uronjena u fluid. Sadrži ih poglavlje *De solidis in fluido mersis (O čvrstim tijelima uronjenim u fluid)*.²⁸ Ne objašnjava ih detaljno, nego samo navodi nekoliko slučajeva i rješava tri zadatka koji ilustriraju u kojim uvjetima će tijelo

²³ Usp. J. F. Domin, nav. dj., str. 171 – 172.

²⁴ Drago Grdenić, »Tumačenje Dominove Fizikalne rasprave o postanku, naravi i koristi umjetnog zraka«, str. 52 – 55, u J. F. Domin, nav. dj.

²⁵ Usp. D. Grdenić, nav. dj., str. 55.

²⁶ Usp. Friedrich Dannemann, *Die naturwissenschaften in ihrer Entwicklung und in ihrer Zusammenhänge*, II. Bd. (Leipzig, 1921), str. 447.

²⁷ Usp. Željko Marković, *Ruđe Bošković*, knj. 1 (Zagreb, 1968), str. 334 – 341.

²⁸ N. L. Pucić, nav. dj., str. 12 – 13 i 44.

plivati, biti uronjeno u fluid do neke određene granice i dr.²⁹ Hvali Arhimeda koji je riješio taj slavni problem.³⁰

Iako je problem istjecanja tekućine iz posude već riješio Evangelista Torricelli (1608 – 1647),³¹ ipak se o njemu, kao jednom od najvažnijih pitanja hidromehanike, još u 18. stoljeću vrlo često govorilo. Koliko je to pitanje za Pucića važno vidi se po tome što ga on smatra osnovnom tvrdnjom hidraulike.³² Zato u dijelu teksta *De fluidis e vase erumpentibus (O fluidima koji istječu iz posude)*³³ on ukazuje na funkcionalnu ovisnost brzine istjecanja tekućine kroz otvor o visini fluida u posudi, a ta je proporcionalna s drugim korijenom iz visine. I Božidarević navodi taj izraz u obliku koji potječe od Torricellija i kasnije od Johanna i Daniela Bernoullija.³⁴ Pucić napominje da je razina tekućine, koja se u posudi spušta, horizontalna sve dotle dok se tekućina ne spusti malo iznad otvora. Tada, naime, ona prima zakrivljeni oblik, jer čestice koje su bliže rubu sporije prolaze kroz otvor jer ih rub priječi u tome, a one kroz središte slobodno prolaze. Zbog toga dolazi do sužavanja mlaza ili kontrakcije, pa je i količina istekle tekućine manja. U svezi s kontrakcijom mlaza tekućine vršeni su pokusi da se odredi o čemu ovisi suženje i koliko ono iznosi. Pokuse su vršili već Newton, Giovanni Poleni (1683 – 1761), Edmé Mariotte (1620 – 1684), D. Bernoulli, J. A. Eytelwein (1764 – 1848), Charles Bossut (1730 – 1814), Giovanni Battista Venturi (1746 – 1822) i dr. i našli različite omjere promjera otvora prema najmanjem promjeru mlaza. I hrvatski učenjak isusovac Franjo Ksaver Bruna³⁵ u svojim rukopisima iz hidromehanike analizira pokuse koje su vršili Bossut, Venturi i Eytelwein i dolazi do rezultata da je stvarna količina istekle tekućine jednaka 5/8 od hipotetske ili teorijski dobivene količine tekućine, i to u slučaju kad je otvor načinjen u tankoj stijenci, a 13/16 kad je otvor cilindričnog oblika, tj. načinjen je u debeloj stijenci. Isti rezultat navodi i Pucić u svojim tezama. Inače su ta pitanja tek kasnije detaljnije istražena i na temelju eksperimentalnih rezultata dobivene su empirijske formule za razne slučajeve. Kad se poznaje zakon istjecanja tekućine onda se lako nađe količina istekle tekućine kao i vrijeme potrebno da se tekućina spusti do neke određene razine ili da se potpuno isprazni. U tu svrhu Pucić rješava nekoliko zadataka. Nalazi, naime, vrijeme za koje se razina tekućine spusti za neki iznos ako su posude različitih oblika, te opću formulu za istjecanje tekućine ako posuda rotira.³⁶

Otkrića niza zakonitosti u hidromehanici primijenila su se u praktične svrhe. To je osobito došlo do izražaja kod izgradnje brana, nasipa, reguliranja unutrašnjih plovnih putova. Za to je trebalo poznavati zakone gibanja vode u kanalima i

²⁹ Isto, problemi LI. – LIII., str. 44.

³⁰ »Hinc Archimedes fertur celeberrimum Problema solvisse«, u N. L. Pucić, nav. dj., kolar 4, str. 13.

³¹ Evangelista Torricelli, *Opera geometrica* (Firenze, 1644), 3. poglavlje »De motu gravium naturaliter descendantium«.

³² »In Theoremate hoc, quod totius Hydraulicae veluti caput, fundamentum vocari potest...«, u Pucić, nav. dj., str. 13.

³³ Isto.

³⁴ Formula za brzinu istjecanja tekućine iz posude $c = \sqrt{2gh}$ nije bila poznata Torricelliju u ovom obliku. Ona potječe od Johanna i Daniela Bernoullija. Kod Torricellija imamo formulu $c = A\sqrt{h}$ gdje je h visina, a A neka konstanta.

³⁵ Franjo Ksaver Bruna (Zagreb 1745 – Pešta 1817), astronom, meteorolog, matematičar, fizičar. Bio je profesor i rektor na Sveučilištu u Pešti. Bavio se posebno astronomijom i hidromehanikom.

³⁶ N. L. Pucić, nav. dj., problemi LIV. – LIX., str. 44 – 46.

rijekama. Moglo bi se reći da skoro nijedan autor koji se bavio hidromehanicom nije zaobišao ta pitanja. Tako i Pucić u poglavljima *De motu aquarum in canalibus (O gibanju vodâ u rijekama)*³⁷ i *De motu aquarum in fluminibus (O gibanju vodâ u rijekama)*,³⁸ kako se u to doba običavalo, određuje brzinu i količinu protekle vode kroz neki presjek. Točnim zapažanjima i pokusima pokazali su Castelli, Domenico Guglielmini (1655 – 1710), H. Pitot (1695 – 1771), Leonard Ximenes, Brünnings i dr. kako se mijenja brzina u transversalnim presjecima. Sve je to bilo važno zbog toga što su rijeke i kanali postali važan čimbenik prometne mreže Europe.

Da bi se plovila izradila tako da budu što korisnija i da lakše plove trebalo je poznavati ponašanje krutih tijela u vodi. Zato i Pucić u poglavlju *De impulsione fluidorum (O udaru tekućina)*³⁹ istražuje djelovanje tekućine na takva tijela kao i otpor koji ta tijela pružaju tekućini. Navodi kako se otpor mijenja u ovisnosti o brzini kao i obliku i položaju tijela. Pri tome spominje one istraživače koji su doprinijeli rješavanju tih pitanja kao što su Jean Charles de Borda (1733 – 1799), Antoine Nicolas Caritat de Condorcet (1743 – 1794), d'Alembert, Bossut i drugi. Poznavanje tih zakonitosti služi za rješavanje praktičnih problema o hidrauličkim strojevima.

Od davnine se koristila snaga vjetra za pokretanje lađa i brodova. Teoretske rezultate o djelovanju vjetra na jedra lađa Božidarević koristi za rješavanje niza zadataka⁴⁰ u okviru razmatranja o jedrima (*De velis*).⁴¹ Izračunava silu vjetra na jedro ako smjer vjetra i jedro čine neki kut, maksimalnu silu na jedro, odnos najveće i najmanje sile te nalazi kut između smjera vjetra i kobilice lađe za zadanu silu.

Brodovi su se, osim jedrima, pokretali i pomoću vesala. Sve do 17. stoljeća postojala su dva glavna tipa brodova. Jedan su tip bile galije pokretane pomoću vesala, a drugi jedrenjaci. Dužina vesala kod galije s jednim redom vesala dostigla je dužinu od 16 metara, pa je za svakim veslom veslalo po sedam veslača. Kasnije su sve više na važnosti dobivali jedrenjaci, pogotovo na Atlantskom oceanu, jer je upravljanje kormilom, koje se kod njih koristilo, bilo mnogo uspješnije. Još kasnije (18/19. st.) dolazi do novog izuma; brod se, naime, pokreće pomoću kola s lopaticama. Tu ideju susrećemo i kod naših autora i to prvi put kod Marka Antuna Horvatića (sredina 18. st. – 1821) čiji »izum nije bio potpuno originalan, ali njegova primjena na našu riječnu providbu sigurno je to bila«.⁴²

Iako je iz iskustva bilo jasno kako je moguće pospješiti pokretanje broda pomoću vesala, tek se u 18. st. pojavljuju teorijski radovi Eulera, Buoguera i drugih koji objašnjavaju zakone na kojima se temelji veslanje. Božidarević ovaj problem, kao uostalom i sve o kojima raspravlja u svojim tezama, rješava u poglavlju *De remo (O veslu)* korištenjem matematičkog znanja.⁴³ On uzima u obzir težinu vesla i njegov moment, otpor koji veslo pruža vodi i druge pojedinosti i na temelju teorijskih postavki izvodi nekoliko matematičkih izraza u svezi s problemom vesla. Zatim rješava konkretan problem nalaženja brzine lađe ako je poznat broj veslača, dužina vesla, težina lađe, otpor koji voda pruža lađi i veslima, vrijeme između za-

³⁷ Isto, str. 15.

³⁸ Isto, str. 16 – 17.

³⁹ Isto, str. 14 – 15.

⁴⁰ I. Božidarević, nav. dj., problemi I. – XII., str. 9 – 11.

⁴¹ Isto, str. 5.

⁴² Ž. Dadić, *Povijest egzaktnih znanosti u Hrvata*, sv. II, str. 62.

⁴³ I. Božidarević, nav. dj., teoremi V. – VII., str. 7 – 8 i problemi XX. – XXIV., str. 12 – 13.

veslaja i put što ga prevali ruka veslača pri veslanju.⁴⁴ Za konkretne vrijednosti zadanih veličina nalazi da je brzina lađe četiri milje na sat.

Jedno od najvažnijih pitanja u pomorstvu oduvijek je bilo upravljanje brodom. Dugo vremena za to je služilo veslo, ali je ono uzmaklo pred kormilom koje je, učvršćeno na krmenu stativu, omogućilo mnogo uspješnije upravljanje. Kormilo su vjerojatno poznavali Kinezi već u 8. stoljeću. U 12. stoljeću poznato je u Bizantu, a u 13. u Poljskoj. Koji je razlog da se brod pomoću kormila može zakretati nije se znalo, iako je to pitanje nazočno u znanstvenim raspravama 17. stoljeća. Upravo u to doba jedan naš Dubrovčanin, Stjepan Gradić (1613–1683), vodi raspravu o tom pitanju s Alfonsom Borelijem i objašnjava zakretanje broda teorijom impetusa.⁴⁵ Iako ni Gradićevo ni Borellijevo tumačenje nije bilo zadovoljavajuće (jer se to pitanje moglo riješiti tek u 18. st. kada su stvoreni čvrsti matematički temelji hidromehanike), Gradićevo je tumačenje izazvalo pozornost dvojice njegovih suvremenika, Jacoba Bernoullija (1654–1705) i Gotfrieda Wilhelma Leibniza (1646–1716).⁴⁶ I Božidarević tome posvećuje pažnju u poglavlju *De navium gubernaculo (O brodskom kormilu)*. Nalazi analitički izraz za silu vode na površinu elementa kormila kao i silu otpora tog elementa prema vodi. Integriranjem dobiva ukupnu silu i ukupni otpor. I opet uzima u obzir različite mogućnosti položaja kormila prema smjeru gibanja vode i lađe kao i položaj kormila prema vertikalnoj osi lađe.⁴⁷ Pita se u kojim je slučajevima sila kormila pozitivna, negativna ili nula.⁴⁸ Pri tome misli na to kako kormilo djeluje na zakretanje broda. Iskustvena je činjenica da se pramac broda zakreće u onu stranu na koju je nagnuto kormilo. Ako je kormilo okomito na kobilicu (tj. horizontalnu os broda), onda je sila nula, što znači da kormilo ne djeluje na zakretanje broda. Ako se kut još poveća, kormilo djeluje tako da se pramac broda zakreće u suprotnu stranu. Tim se problemom, kao što je rečeno, bavio i Božidarevićev sugrađanin Stjepan Gradić.⁴⁹ Vrlo je važno i pitanje za koji se položaj kormila dobije najveća sila kojom kormilo zakreće brod i kolika je ta sila.⁵⁰ Božidarević jednom nalazi da je to kut od $54^\circ 44'$, a drugi put kut od $45^\circ \pm \delta/2$.⁵¹

Spomenimo još samo to da Božidarević u okviru primjene matematičkih načela govori o geometrijskim mjestima (*Dei luoghi geometrici*).⁵² Tu rješava šesnaest problema u svezi s kružnicom, parabolom, hiperbolom i cikloidom. No, to nije predmet ovog rada.

Radovi Pucića i Božidarevića iz hidromehanike i njezinih primjena ne spadaju u ona temeljna djela europske znanosti koja su postavila temelje toj grani znanosti. To nisu ni ona od manje važnih djela koja su utjecala na druge znanstvenike. Po svojoj prirodi to su teze koje su branili studenti na završnim ispitima, pa kao takve vjerojatno nisu morale biti izvorni znanstveni tekst. No, to pitanje o tezama koje su studenti branili nije definitivno riješeno u povijesti znanosti. Ako se njihove

⁴⁴ Isto, problem XXIV., str. 13.

⁴⁵ Usp. Ž. Dadić, »Stjepan Gradić i problem upravljanja broda kormilom«, u *Atom vodi igru* (Zagreb, 1973), str. 227–233.

⁴⁶ Stjepan Krasić, *Stjepan Gradić (1613–1683): Život i djelo* (Zagreb, 1987), str. 489–490.

⁴⁷ I. Božidarević, nav. dj., problemi XIII.–XIX., str. 11–12.

⁴⁸ Isto, problem XIV., str. 11.

⁴⁹ Njegovo objašnjenje upravljanja broda kormilom vidi: Ž. Dadić, dj. pod bilj. 45. i S. Krasić, dj. pod bilj. 46., str. 486–490.

⁵⁰ I. Božidarević, nav. dj., problemi XVII., XVIII., str. 12.

⁵¹ Isto, problem XV., str. 11. i problem XVII., str. 12.

⁵² Isto, problemi XXV.–XL., str. 13–16.

radove usporedi s programima pijarističkog kolegija u Dubrovniku, može se zaključiti da su na višoj znanstvenoj razini. Oni dublje ulaze ne samo u temeljne zakone i načela hidromehanike, nego i u posebna područja njihove primjene.⁵³ Ipak, radovi nisu detaljno razlaganje problema o kojima se u njima govori, nego više sažeto nizanje rezultata. Dokazi postavljenih tvrdnji svakako pridonose razumijevanju tvrdnji i njihovoj važnosti za praktičnu primjenu. Treba naglasiti da su problemi kojima se oba autora bave već kod drugih autora razrađeni, ali oni su još uvijek u to doba aktualni. Posebno je značajno da oni raspravljaju i o suvremenim problemima tadašnje znanosti i njezinih primjena kao što su teorija aerostatskih balona koja se tek tada pojavljuje, gibanje vode u koritima rijeka i kanala, analitičko objašnjenje djelovanja snage vjetra i vesala na pokretanje brodova kao i upravljanje kormilom. Iz radova ovih autora može se zaključiti da oni poznaju vodeće europske znanstvenike koji su rješavali ta pitanja. Tako su se, baveći se rješavanjem znanstvenih problema svoga doba, uključiti u zajedničko nastojanje europske znanosti da odgonetne neka pitanja i da ih iskoristi za praktične svrhe.

Stipe Kutleša

HYDROMECHANICS IN THE THESES OF NIKOLA LUCIJAN PUCIĆ AND IVAN BOŽIDAREVIĆ AT THE END OF THE 18TH CENTURY

Summary

The paper presents the theses on hydromechanics written by Nikola Lucijan Pucić (Nicolaus Lucianus de Pozza) and Ivan Božidarević (Joannes Bosdarius), published in Siena in 1791 and 1792 and defended at the Piarist Collegium Ptolemaeum the same years. Pucić's thesis is entitled *Specimen physico-mathematicum* (Physico-mathematical Specimen) and deals with problems in mechanics, hydro-mechanics, optics and astronomy.

In his thesis *Theoremata ac problemata e scientia navali excerpta* (Theorems and problems taken from the science of navigation), Božidarević limits himself to particular cases related to the application of hydromechanical laws to navigation.

Both theses deal with basic laws of hydromechanics discovered before the writers' time (the pressure of liquids, the outflow of liquids from different vessels, the motion of liquids in pipes, the motion of solid bodies in liquids, etc.) and with their application. Pucić also used hydromechanical laws to determine the form of the Earth and discussed the theory of aerostatic balloons, an important issue at the time. Božidarević was more occupied with practical problems of navigation and tried to find theoretical explanations.

Thus, he explained how the wind moved sailing-ships, how and why a ship could be moved by means of oars, how the rudder was used to steer a ship and which laws of nature were applied in these cases.

⁵³ Ž. Dadić, dj. pod bilj. 4, str. 287.