Rješenje nagradnog natječaja br. 214

Ako su brojevi a, b, $c \in (0, 1)$ takvi da je $a + b + c = 2$ dokaži nejednakost

$$\frac{a}{1-a} \cdot \frac{b}{1-b} \cdot \frac{c}{1-c} \geq 8.$$

Rješenje. Supstitucijom $u = 1 - a$, $v = 1 - b$, $w = 1 - c$ nejednakost zapišimo u ekvivalentnom obliku

$$\frac{1-u}{u} \cdot \frac{1-v}{v} \cdot \frac{1-w}{w} \geq 8, \quad u + v + w = 1.$$

Sređivanjem dobivamo

$$\begin{aligned} (1-u)(1-v)(1-w) &\geq 8uvw \\ 1 - (u+v+w) + (uv+vw+wu) - uvw &\geq 8uvw \\ 1 - 1 + (uv+vw+wu) &\geq 9uvw. \end{aligned}$$

Dakle, treba dokazati nejednakost

$$\frac{uv+vw+wu}{3} \geq 3uvw.$$

Sada imamo

$$\frac{uv+vw+wu}{3} \geq \sqrt[3]{(uvw)^2}.$$

Dovoljno je pokazati

$$\sqrt[3]{(uvw)^2} \geq 3uvw \quad \text{tj.} \quad \frac{1}{3} \geq \sqrt[3]{uvw}.$$

Ovo je istinito jer je

$$\frac{1}{3} = \frac{u+v+w}{3} \geq \sqrt[3]{uvw}$$

nejednakost između aritmetičke i geometrijske sredine.

Knjigom Zvonimir Jakobović, *Brojevi i brojke*, KIKLOS – KRUG KNJIGE d.o.o., Zagreb, 2016., nagrađeni su rješavatelji:

1. *Zlatko Petolas* (3), Gimnazija Lucijana Vranjanina, Zagreb;

2. *Borna Šimić* (2), Gimnazija “Matija Mesić”, Slavonski Brod.

Riješili zadatke iz br. 3/263

(Broj u zagradi označava razred–godište srednje–osnovne škole.)

a) Iz matematike: *Zlatko Petolas* (3), Gimnazija Lucijana Vranjanina, Zagreb, 3511–3524.

b) Iz fizike: *Maja Drmač* (8), OŠ Malešnica, Zagreb, 403–405.

Nagradni natječaj br. 216

Na stranicama $\overline{BC}$ i $\overline{DC}$ paralelograma $ABCD$ izabrane su točke D_1 i B_1 tako da je $|BD_1| = |DB_1|$. Dužine $\overline{BB_1}$ i $\overline{DD_1}$ sijeku se u točki Q. Dokaži da je AQ simetrala kuta $\sphericalangle BAD$.

SVIM SURADNICIMA

U Matematičko–fizičkom listu objavljuju se članci iz matematike, fizike i informatike, s malim prilogom iz astronomije, zadaci i rješenja, prikazi natjecanja i ljetnih škola iz matematike i fizike, zanimljivosti u obliku članaka i zadataka od učenika, profesora i ostalih matematičara, novosti iz znanosti, prilozi o državnoj maturi i nagradni natječaj.

Prilozi trebaju biti napisani računalom (Word, Tex, Latex) ili pisaćim strojem.

Slike trebaju biti jasno nacrtane na posebnom papiru i pogodne za presnimavanje ili pošaljite slike crtane računalom (eps, tif, gif, jpg, png i sl.).

Članci neka ne budu dulji od osam stranica, a ako je to potrebno neka budu napisani u nastavcima.

Pozivaju se učenici da pošalju članak o nekoj zanimljivoj temi, originalne zadatke s rješenjima ili prikaze nekih manifestacija (ljetne škole, susreti učenika, rad školske grupe).

Kako se rukopisi ne vraćaju, sačuvajte original, a pošaljite kopiju na papiru formata A-4.

Svi rukopisi podliježu recenziji redakcije ili neke stručne osobe za određeno područje.

Prilozi se šalju na adresu ovog časopisa koja je na početku lista.

RJEŠAVATELJIMA ZADATAKA

Svako rješenje neka bude napisano na **posebnom** papiru i to samo na **jednoj** strani papira. Uz svako rješenje na vrhu papira treba potpuno ispisati tekst zadatka. Svako rješenje treba čitljivo potpisati (ime i prezime), naznačiti razred, školu i mjesto. **Rješenja se mogu slati i e-poštom na adresu glavnog urednika:** `hanjs@math.hr`

Matematičko-fizički list na Facebooku

Možete pronaći MFL i na Facebooku na stranici

`https://www.facebook.com/MatFizL`

Uz razno-razne podatke o MFL-u moći ćete naći i nove zadatke za rješavanje.