

Rješenje nagradnog natječaja br. 215

Dokaži da za pozitivne brojeve a , b , c vrijedi nejednakost

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \leq \frac{a^8 + b^8 + c^8}{a^3 b^3 c^3}.$$

Prvo rješenje. Koristeći nejednakost između aritmetičke i geometrijske sredine imamo

$$8a^2 b^3 c^3 \leq 2a^8 + 3b^8 + 3c^8$$

$$8a^3 b^2 c^3 \leq 3a^8 + 2b^8 + 3c^8$$

$$8a^3 b^3 c^2 \leq 3a^8 + 3b^8 + 2c^8.$$

Zbrajanjem ovih nejednakosti i sređivanjem dobivamo traženu nejednakost.

Ur.

Drugo rješenje. Uzastopnim korištenjem nejednakosti

$$x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + xz + yz$$

(koja je ekvivalentna s $(x - y)^2 + (x - z)^2 + (y - z)^2 \geq 0$),

$$\begin{aligned} a^8 + b^8 + c^8 &\geq a^4 b^4 + a^4 c^4 + b^4 c^4 \\ &\geq a^4 b^2 c^2 + a^2 b^4 c^2 + a^2 b^2 c^4 \\ &= a^2 b^2 c^2 (a^2 + a^2 + c^2) \\ &\geq a^2 b^2 c^2 (ab + ac + bc) \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \frac{a^8 + b^8 + c^8}{a^3 b^3 c^3} \geq \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}.$$

Zlatko Petolas (3),
Gimnazija Lucijana Vranjanina, Zagreb

Knjigom Branimir Dakić, *Priče iz matematike*, Element d.o.o., Zagreb, nagrađen je rješavatelj Zlatko Petolas (3), Gimnazija Lucijana Vranjanina, Zagreb.

Riješili zadatke iz br. 4/264

(Broj u zagradi označava razred–godišće srednje–osnovne škole.)

a) Iz matematike: Almedina Bojnić (3), Gimnazija “Visoko”, Visoko, BiH, 3525, Zlatko Petolas (3), Gimnazija Lucijana Vranjanina, Zagreb, 3525–3538.

b) Iz fizike: Borna Cesarec (7), OŠ Augusta Cesarca, Krapina, 409; Maja Drmač (8), OŠ Malešnica, Zagreb, 406–409.

Nagradni natječaj br. 217

Dani su realni brojevi $x_0 > x_1 > x_2 > \dots > x_n$. Dokaži nejednakost

$$x_0 + \frac{1}{x_0 - x_1} + \frac{1}{x_1 - x_2} + \dots + \frac{1}{x_{n-1} - x_n} \geq x_n + 2n.$$

Kada vrijedi jednakost?

SVIM SURADNICIMA

U Matematičko fizičkom listu objavljuju se članci iz matematike, fizike i informatike, s malim prilogom iz astronomije, zadaci i rješenja, prikazi natjecanja i ljetnih škola iz matematike i fizike, zanimljivosti u obliku članaka i zadataka od učenika, profesora i ostalih matematičara, novosti iz znanosti, prilozi o državnoj maturi i nagradni natječaj.

Prilozi trebaju biti napisani računalom (Word, Tex, Latex) ili pisaćim strojem.

Slike trebaju biti jasno nacrtane na posebnom papiru i pogodne za presnimavanje ili pošaljite slike crtane računalom (eps, tif, gif, jpg, png i sl.).

Članci neka ne budu dulji od osam stranica, a ako je to potrebno neka budu napisani u nastavcima.

Pozivaju se učenici da pošalju članak o nekoj zanimljivoj temi, originalne zadatke s rješenjima ili prikaze nekih manifestacija (ljetne škole, susreti učenika, rad školske grupe).

Kako se rukopisi ne vraćaju, sačuvajte original, a pošaljite kopiju na papiru formata A-4.

Svi rukopisi podliježu recenziji redakcije ili neke stručne osobe za određeno područje.

Prilozi se šalju na adresu ovog časopisa koja je na početku lista.

RJEŠAVATELJIMA ZADATAKA

Svako rješenje neka bude napisano na **posebnom** papiru i to samo na **jednoj** strani papira. Uz svako rješenje na vrhu papira treba potpuno ispisati tekst zadatka. Svako rješenje treba čitljivo potpisati (ime i prezime), naznačiti razred, školu i mjesto. **Rješenja se mogu slati i e-poštom na adresu glavnog urednika: hanjs@math.hr**

Matematičko fizički list na Facebooku

Možete pronaći MFL i na Facebooku na stranici

<https://www.facebook.com/MatFizL>

Uz razno-razne podatke o MFL-u moći ćete naći i nove zadatke za rješavanje.