



## ZANIMLJIVOSTI

### 57. Državno natjecanje iz matematike Primošten, 4. – 6. travnja 2016.

Matematička natjecanja su ove školske godine počela 21. siječnja 2016., kada su održana školska (odnosno gradska) natjecanja. Županijska natjecanja su održana 23. veljače. Na temelju rezultata županijskih natjecanja, određeni su učenici koji će sudjelovati na Državnom natjecanju.

Zadatke za sve razine natjecanja priređuje Državno povjerenstvo koje se sastoji od tri potpovjerenstva: za osnovne škole, srednje škole A varijante i srednje škole B varijante. Njihov rad uspješno je koordinirala tajnica Državnog povjerenstva, *Draženka Kovačević, prof.*, viša savjetnica za matematiku Agencije za odgoj i obrazovanje, koja je obavila velik dio posla oko organizacije školsko-gradskog, županijskog i državnog natjecanja.

Državno natjecanje iz matematike za učenike osnovnih i srednjih škola ove je godine održano u Primoštenu. Prije dvadesetak godina Osnovnu školu Primošten je polazilo oko 600 učenika, a danas ih ima samo 166. Sve se odvijalo u hotelu Zora, od smještaja učenika, njihovih mentorova i članova Državnog povjerenstva do rješavanja zadataka i pregledavanja radova učenika. Sudjelovalo je 254 učenika i to: 90 iz osnovnih škola (V. – 20, VI. – 24, VII. – 22, VIII. – 24), 91 iz srednjih škola A varijante (I. – 24, II. – 23, III. – 22, IV. – 22) i 73 iz srednjih škola B varijante (I. – 19, II. – 18, III. – 18, IV. – 18).

Prvog dana održan je sastanak Državnog povjerenstva, a zatim smo obavili posljednje pripreme za sutrašnje natjecanje. Navečer je u Kongresnoj dvorani održano svečano otvaranje 57. Državnog natjecanja. Prisutnima su se obratili: *Nedeljko Marinov*, ravnatelj Osnovne škole Primošten, *Vlade Matas*, predstojnik podružnice Split Agencije za odgoj i obrazovanje i *Mea Bombardelli*, predsjednica Državnog povjerenstva.

Drugog dana ujutro održavalo se natjecanje u nekoliko dvorana u hotelu. Poslije podne je povjerenstvo pregledavalo i ocjenjivalo učenička rješenja, a navečer su se, nakon službene prezentacije rješenja, rješavale žalbe. Nakon toga Državno povjerenstvo je donijelo konačnu rang-listu i odlučilo o nagradama. Po već ustaljenim pravilima određeno je koji se učenici pozivaju na 7. Hrvatsku matematičku olimpijadu koja se održava nedugo nakon Državnog natjecanja. Temeljem rezultata Hrvatske matematičke olimpijade određuju se šesteročlane ekipe za 57. Međunarodnu matematičku olimpijadu (IMO) u Hong Kongu i 10. Srednjoeuropsku matematičku olimpijadu (MEMO) u Austriji. Također će biti izabrano četvero učenika koji će sudjelovati na ekipnom Međunarodnom natjecanju mlađih matematičara (MYMC) koje se održava u Italiji.

Na svečanom proglašenju rezultata uručena su priznanja i nagrade najboljim mlađim matematičarima (knjige Hrvatskog matematičkog društva). Osnovnoškolcima je uručeno 7 prvih, 9 drugih i 13 trećih nagrada, dok je 19 učenika bilo pohvaljeno. Za srednje je škole podijeljeno 8 prvih, 10 drugih, 14 trećih nagrada i 12 pohvala za A varijantu, te 5 prvih, 5 drugih, 7 trećih nagrada i 22 pohvale za B varijantu.

Dok su učenici rješavali zadatke održavao se Seminar za mentore:

#### Osnovne škole

- Maja Zelčić, prof., *Diofantske jednadžbe*
- Nevio Cifrek, dipl. ing., *Analitička geometrija*
- dr. sc. Matija Bašić, *Što očekujemo na natjecanjima?*

## Srednje škole

- dr. sc. Matija Bašić, *Što očekujemo na natjecanjima?*
- Tatjana Plantak, prof., *Rješavanje jednadžbi koje se svode na kvadratnu*
- Ratko Višak, prof., *Beskonačno spuštanje.*

Posljednjeg dana neposredno prije proglašenja rezultata i podjele nagrada održan je *Okrugli stol* o matematičkim natjecanjima koji je vodio Matija Bašić, član Državnog povjerenstva. Raspravljalo se dugo i konstruktivno, najviše o raznim problemima organizacije i provedbe Državnog natjecanja.

## Nagrade i pohvale

### A varijanta

#### I. razred

*Daniel Širola*, XV. gimnazija, Zagreb (I. nagrada); *Luka Šimek*, XV. gimnazija, Zagreb, *Andrija Tomorad*, XV. gimnazija, Zagreb, *Krunoslav Ivanović*, XV. gimnazija, Zagreb (II. nagrada); *Tin Kufrin*, XV. gimnazija, Zagreb, *Luka Buršić*, Gimnazija Pula, Pula, *Luka Kraljević*, XV. gimnazija, Zagreb, *Nera Majtanić*, XV. gimnazija, Zagreb, *Filip Vinković*, Gimnazija Josipa Slavenskog Čakovec, Čakovec, *Jelena Dujella*, XV. gimnazija, Zagreb, *Lav Sučević* XV. gimnazija, Zagreb (III. nagrada); *Marin Varivoda*, Gimnazija Frana Petrića, Zadar, *Dominik Tadić*, III. gimnazija Osijek, Osijek, Zagreb, *Iva Barać*, III. gimnazija, Split (pohvala).

#### II. razred

*Petar Nizić-Nikolac*, XV. gimnazija, Zagreb, *Luka Banović*, Gimnazija Andrije Mohorovičića Rijeka, Rijeka (I. nagrada); *Ivan Sinčić*, Gimnazija Andrije Mohorovičića Rijeka, Rijeka, *Tea Arvaj*, III. gimnazija Osijek, Osijek, *Tadej Petar Tukara*, XV. gimnazija, Zagreb, *Nikola Sole*, V. gimnazija, Zagreb (II. nagrada); *Benyamin Taourirt*, Srednja škola Ivanec, Ivanec, *Borna Šimić*, Gimnazija "Matija Mesić", Slavonski Brod, *Paula Vidas*, XV. gimnazija, Zagreb (III. nagrada).

#### III. razred

*Adrian Beker*, XV. gimnazija, Zagreb (I. nagrada); *Lukas Novak*, Gimnazija Josipa Slavenskog Čakovec, Čakovec (II. nagrada); *Lugo Mihovilić*, Gimnazija Lucijana Vranjanina, Zagreb, *Patrik Papac*, Gimnazija Dubrovnik, Dubrovnik, *Ivan Puljiz*, XV. gimnazija, Zagreb (III. nagrada); *Mario Zec*, Gimnazija Daruvar, Daruvar, *Ela Dimotić*, XV. gimnazija, Zagreb, *Timon Spiegel*, Srednja škola Krapina, Krapina, *Ivan Živković*, Gimnazija Andrije Mohorovičića Rijeka, Rijeka, *Marin Knežević*, XV. gimnazija, Zagreb (pohvala).

#### IV. razred

*Domagoj Bradač*, XV. gimnazija, Zagreb, *Daniel Paleka*, Gimnazija Franje Petrića, Zadar, *Petar Orlić*, XV. gimnazija, Zagreb, *Leon Starešinić*, XV. gimnazija, Zagreb (I. nagrada); *Ivan Barta*, XV. gimnazija, Zagreb, *Andrija Mandić*, XV. gimnazija, Zagreb (II. nagrada); *Marko Jukić*, XV. gimnazija, Zagreb (III. nagrada); *Mihovil Stručić*, Gimnazija Franje Petrića, Zadar, *Dario Domjanić*, XV. gimnazija, Zagreb, *Marin Sinožić*, Gimnazija Andrije Mohorovičića Rijeka, Rijeka, *Kristijan Rupić*, XV. gimnazija, Zagreb (pohvala).

## B varijanta

### I. razred

*Josip Srzić*, Srednja škola fra Andrije Kačića Miošića, Makarska (I. nagrada); *Filip Weisser*, Gimnazija Daruvar, Daruvar (II. nagrada); *Ana Althea Šehić*, Isusovačka klasična gimnazija s pravom javnosti u Osijeku, Osijek; *Karlo Frankola*, Srednja škola Mate Blažine, Labin (III. nagrada); *Tvrtko Lončarić*, Privatna klasična gimnazija, Zagreb; *Antun Penić-Ivanko*, Srednja škola Jastrebarsko, Jastrebarsko; *Kim Staničić*, Srednja škola fra Andrije Kačića Miošića, Makarska; *Fran Pipunić*, IX. gimnazija, Zagreb; *Ivan Šarić*, Srednja škola fra Andrije Kačića Miošića, Makarska (pohvala).

### II. razred

*Mirko Duvnjak*, Prirodoslovna škola Vladimira Preloga, Zagreb (I. nagrada); *Ivana Franković*, Gimnazija i strukovna škola Jurja Dobrile, Pazin (II. nagrada); *Ivan Petar Draškić*, I. gimnazija, Zagreb; *Azra Tabaković*, Tehnička škola Karlovac, Karlovac (III. nagrada); *Lovre Kardum*, Klasična gimnazija Ivana Pavla II., Zadar; *Ivana Bošnjak*, Gimnazija i strukovna škola Jurja Dobrile, Pazin; *Patricija Dovjanić*, Srednja škola Blato, Blato; *Ivan Čulin*, V. gimnazija "Vladimir Nazor", Split; *Lovro Anto Barišić*, II. gimnazija, Zagreb; *Tin Sertić*, Gimnazija Sisak, Sisak; *Ivan Novak*, Srednja škola Vrbovec, Vrbovec (pohvala).

### III. razred

*Mihaela Wang*, V. gimnazija "Vladimir Nazor", Split; *Tin Župančić*, Srednja škola Ban Josip Jelačić, Zaprešić (I. nagrada); *Patrik Matošević*, Gimnazija i strukovna škola Jurja Dobrile, Pazin (II. nagrada); *Ivan Orabović*, Srednja škola Petrinja, Petrinja, (III. nagrada); *Marija Puljić*, II. gimnazija, Zagreb; *Nikola Pražić*, Gimnazija Andrije Mohorovičića, Rijeka; *Jan Dam*, Tehnička škola "Ruđer Bošković", Zagreb; *Marko Brajković*, Gimnazija i strukovna škola Jurja Dobrile, Pazin (pohvala).

### IV. razred

*Antonio Buljan*, V. gimnazija "Vladimir Nazor", Split (I. nagrada); *Ivan Kuljak*, Srednja škola Zlatar, Zlatar; *Jurica Genc*, Elektrostrojarska škola, Varaždin; *Viktor Škorjanc*, Prirodoslovna i grafička škola, Rijeka (II. nagrada); *Tin Komerički*, Tehnička škola "Ruđer Bošković", Zagreb; *Ivan Franulović*, Srednja škola Vela Luka, Vela Luka (III. nagrada); *Damir Čupić*, Srednja škola Mate Balote, Poreč; *David Mrkoci*, Srednja škola Zlatar, Zlatar; *Josip Rafael Penić*, Srednja škola Dugo Selo, Dugo Selo; *Mate Gašparini*, Srednja škola Mate Balote, Poreč; *Karlo Videc*, Srednja škola Ivanec, Ivanec; *Matej Kozarac*, Gimnazija Matije Antuna Reljkovića (pohvala).

## Zadaci s državnog natjecanja – A varijanta

### I. razred

#### 1. Izračunaj zbroj

$$\frac{2^2 + 1}{2^2 - 1} + \frac{3^2 + 1}{3^2 - 1} + \dots + \frac{100^2 + 1}{100^2 - 1}.$$

2. Dana je dužina  $\overline{AD}$  duljine 3. Neka su  $B$  i  $C$  ( $C \neq A$ ) točke na kružnici s promjerom  $\overline{AD}$  takve da vrijedi  $|AB| = |BC| = 1$ . Izračunaj  $|CD|$ .

3. Odredi sve trojke realnih brojeva  $(x, y, z)$  takve da vrijedi

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y+z} = \frac{1}{3}, \quad \frac{1}{y} + \frac{1}{z+x} = \frac{1}{5}, \quad \frac{1}{z} + \frac{1}{x+y} = \frac{1}{7}.$$

4. Neka su  $a, b$  i  $c$  prirodni brojevi takvi da vrijedi

$$c = a + \frac{b}{a} - \frac{1}{b}.$$

Dokaži da je  $c$  kvadrat nekog prirodnog broja.

5. U ravnini je označeno 15 točaka. Neke su obojane crveno, neke plavo, a ostale zeleno. Poznato je da je broj crvenih točaka veći i od broja plavih i od broja zelenih točaka. Zbroj duljina svih dužina kojima je jedna krajnja točka crvena, a druga zelena iznosi 31. Zbroj duljina svih dužina kojima je jedna krajnja točka zelena, a druga plava iznosi 25. Zbroj duljina svih dužina kojima je jedna krajnja točka plava, a druga crvena iznosi 5. Odredi broj točaka svake boje.

## II. razred

1. Neka su  $a, b$  i  $c$  realni brojevi takvi da je  $a + 2b + c > 0$  i  $a - 2b + c < 0$ . Dokaži da vrijedi  $b^2 > ac$ .

2. Odredi sve parove prirodnih brojeva  $(m, n)$  za koje postoji cijeli brojevi  $a, b$  i  $c$  takvi da vrijedi

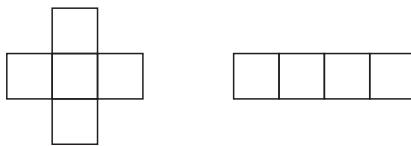
$$a + b + c = 0 \quad \text{i} \quad a^2 + b^2 + c^2 = 2^m \cdot 3^n.$$

3. Neka je  $ABC$  trokut takav da je  $|AB| > |AC|$ . Neka je  $t$  tangenta na opisanu kružnicu trokuta  $ABC$  u točki  $A$ . Kružnica sa središtem u točki  $A$  koja prolazi točkom  $C$  siječe stranicu  $\overline{AB}$  u točki  $D$ , a pravac  $t$  u točkama  $E$  i  $F$  tako da su  $C$  i  $E$  s iste strane pravca  $AB$ . Dokaži da središte upisane kružnice trokuta  $ABC$  leži na pravcu  $DE$ .

4. Odredi sve trojke pozitivnih realnih brojeva  $(x, y, z)$  takve da vrijedi

$$x^3 + 2y^2 + \frac{1}{4z} = 1, \quad y^3 + 2z^2 + \frac{1}{4x} = 1, \quad z^3 + 2x^2 + \frac{1}{4y} = 1.$$

5. Dana je ploča s 2016 redaka i 2017 stupaca. Je li moguće ukloniti dva polja u zadnjem stupcu te ploče tako da dobivenu ploču možemo prekriti bez preklapanja pločicama oblika kao na slici? Pločice je dozvoljeno rotirati.



## III. razred

1. U konveksnom četverokutu  $ABCD$  vrijedi  $|AD| = |CD|$  i  $\angle ADC = 90^\circ$ . Ako je  $|AB| = a$ ,  $|BC| = b$ ,  $|BD| = d$ ,  $\angle ABC = \beta$ , dokaži da vrijedi

$$2d^2 = a^2 + b^2 + 2ab \sin \beta.$$

2. Dokaži da ne postoji prirodni broj  $k$  takav da su

$$k+4 \quad \text{i} \quad k^2 + 5k + 2$$

kubovi nekih prirodnih brojeva.

3. Neka su  $x$ ,  $y$  i  $z$  pozitivni realni brojevi za koje vrijedi  $xyz = 1$ . Dokaži nejednakost

$$\frac{x^6 + 2}{x^3} + \frac{y^6 + 2}{y^3} + \frac{z^6 + 2}{z^3} \geq 3 \left( \frac{x}{y} + \frac{y}{z} + \frac{z}{x} \right).$$

4. Neka je  $H$  ortocentar šiljastokutnog trokuta  $ABC$ . Kružnica opisana trokutu  $ABH$  ima središte  $S$  i siječe dužinu  $\overline{BC}$  u točkama  $B$  i  $D$ . Neka je  $P$  presjek pravca  $DH$  i dužine  $\overline{AC}$ , te neka je  $Q$  središte opisane kružnice trokuta  $ADP$ . Dokaži da je četverokut  $BDQS$  tetivan.

5. Isto kao 5. zadatak za II. razred.

#### IV. razred

1. Odredi sve funkcije  $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  takve da za sve  $x, y \in \mathbf{R}$  vrijedi

$$f(xy+1) = f(x)f(y) - f(y) - x + 2.$$

2. U jednom retku redom su napisani brojevi 1, 2, ..., 2016. U svakom idućem retku napisani su redom zbrojevi dvaju susjednih brojeva. Npr. u drugom retku su napisani brojevi 3, 5, ..., 4031. U zadnjem retku je samo jedan broj. Koji je to broj?

3. U konveksnom četverokutu  $ABCD$  vrijedi

$$\angle BAC = 48^\circ, \quad \angle CAD = 66^\circ, \quad \angle CBD = \angle DBA.$$

Odredi kut  $\angle BDC$ .

4. Naći sve trojke prirodnih brojeva  $(m, n, k)$  takve da vrijedi  $3^m + 7^n = k^2$ .

5. U utrci sudjeluje 200 biciklista koji su na početku poredani jedan iza drugoga. Kažemo da neki biciklist *pretječe* ako mijenja mjesto s biciklistom neposredno ispred sebe. Tijekom utrke poredak se mijenja samo kad neki biciklist pretječe. Neka je  $A$  broj svih mogućih poredaka na kraju utrke u kojoj je svaki biciklist pretjecao točno jednom, te neka je  $B$  broj svih mogućih poredaka na kraju utrke u kojoj je svaki biciklist pretjecao najviše jednom. Dokaži da vrijedi

$$2A = B.$$

#### Zadaci s državnog natjecanja – B varijanta

#### I. razred

1. Neka je  $a > 1$ . Točke  $(x, y)$  za čije koordinate vrijedi  $|x| + y = a$ ,  $x^2 + y = a|x|$  određuju u koordinatnoj ravnini lik površine 120 kvadratnih jedinica. Izračunajte realan broj  $a$ .

2. Riješite nejednadžbu

$$\begin{aligned} \frac{x-8}{2012} + \frac{x-7}{2013} + \frac{x-6}{2014} + \frac{x-5}{2015} + \frac{x-4}{2016} \\ \leqslant \frac{x-2012}{8} + \frac{x-2013}{7} + \frac{x-2014}{6} + \frac{x-2015}{5} + \frac{x-2016}{4}. \end{aligned}$$

3. U skupu prostih brojeva riješite jednadžbu

$$2p^3 - q^2 = 2(p+q)^2.$$

4. Tri prijatelja Ante, Bojan i Vinko pogaćaju nepoznat šestoznamenkasti broj koji je složen od znamenaka 1, 2, 3, 4, 5, 6, pri čemu se znamenke ne ponavljaju.

Ante je rekao da je to broj 123456, Bojan 245163, a Vinko 463215. Niti jedan od njih trojice nije pogodio točno o kojem se broju radi, međutim Ante je pogodio točne pozicije za 3 znamenke, Bojan također za 3 znamenke, a Vinko poziciju za 1 znamenku. Odredite nepoznati broj.

5. Točka  $M$  nalazi se na kateti  $\overline{BC}$  pravokutnog trokuta  $ABC$  tako da vrijedi  $|BM| = 2 \cdot |MC|$ . Ako je  $K$  polovište hipotenuze  $\overline{AB}$ , dokažite da je  $\measuredangle BAM = \measuredangle MKC$ . Odredite omjer površina trokuta  $MKC$  i  $ABC$ .

## II. razred

1. Riješite sustav jednadžbi

$$\begin{aligned}x^3 + x^3y^3 + y^3 &= 17 \\x + xy + y &= 5.\end{aligned}$$

2. Kate i Mare su se često nadmetale u rješavanju matematičkih zadataka. Profesoru je dosadilo njihovo nadmetanje pa im je dao zadatak kojeg moraju rješavati zajedničkim snagama. Kate je na ploči redom ispisivala 2016 brojeva, s tim da je svaki od brojeva bio ili  $\sqrt{2} - 1$  ili  $\sqrt{2} + 1$ . Mare je redom pomnožila prvi i drugi broj, zatim treći i četvrti, i tako sve do zadnja dva napisana broja, a zatim je sve te umnoške zbrojila i zapisala rezultat. Ako zbroj nije bio cijeli broj Kate ga je obrisala. Postupak su morale ponoviti dok na ploči ne napišu sve cijele brojeve koje može poprimiti Marin zbroj. Koliko je takvih zbrojeva ostalo na ploči?
3. Duljine stranica šesterokuta  $ABCDEF$  su redom  $|AB| = b$ ,  $|BC| = |CD| = a$ ,  $|DE| = b$ ,  $|EF| = |FA| = a$ ,  $a \neq b$ . Šesterokutu je opisana kružnica polumjera 8 sa središtem u točki  $O$ . Ako je  $\cos \measuredangle EFO = \frac{\sqrt{2}}{4}$ , izračunajte opseg i površinu tog šesterokuta.
4. Ako za realne brojeve  $x$ ,  $y$  vrijedi jednakost  $|x+y| + |x-y| = 2$ , odredite maksimalnu vrijednost izraza  $x^2 - 6x + y^2$ .
5. Kompleksni brojevi  $z_1$ ,  $z_2$ ,  $z_3$  pridruženi su točkama kompleksne ravnine  $A$ ,  $B$ ,  $C$  koje su od ishodišta udaljene za 2016. Ako za kompleksne brojeve  $z_1$ ,  $z_2$ ,  $z_3$  vrijedi  $z_1 + z_2 + z_3 = 0$ , izračunajte duljine stranica trokuta  $ABC$ .

## III. razred

1. Neka je  $a > 0$ ,  $a \neq 1$  realan broj. Za koje vrijednosti realnog parametra  $m$  jednadžba

$$\frac{a^{(\log m+2)x} + 2a^{\frac{2x+\log m}{x}}}{a^{2+2x}} = 3 \frac{a^{\frac{1}{x} \cdot \log m}}{a^{2x}},$$

ima dva različita realna rješenja istog predznaka?

2. Odredite dva prirodna broja koja su djeljiva s četiri i kojima je razlika kubova četveroznamenkasti broj djeljiv s 91.
3. Matko je za svoju web-stranicu napravio od krugova neobičan logo. Trokutu je konstruirao težišnice koje su trokut podijelile na 6 trokutića, te je svakom od njih konstruirao opisani krug. Mjerio je površine opisanih krugova i dobio zanimljivu jednakost

$$\frac{P_1}{P_2} \cdot \frac{P_3}{P_4} \cdot \frac{P_5}{P_6} = 1.$$

Dokažite Matkovu jednakost. (Površine  $P_1, \dots, P_6$  su redom površine krugova opisanih susjednim trokutićima.)

4. Kolika je površina trokuta kojemu je zbroj kvadrata duljina stranica jednak 2016, a zbroj kotangensa kutova 18?
5. Svaka stranica konveksnog šesterokuta podijeljena je točkama na  $n$  dijelova. Među tim točkama biramo vrhove trokuta. Koliko je različitih trokuta time određeno?

#### IV. razred

1. Neka je  $a_1, a_2, \dots$  niz brojeva definiran s

$$a_1 = 1,$$

$$a_{n+1} = \sqrt{a_n^2 - 2a_n + 3 + 1} \quad \text{za sve } n \in N.$$

Odredite  $a_{801}$ .

2. Dana je funkcija  $f(x) = a \cos x + b \sin x$ , gdje su  $a$  i  $b$  realni brojevi. Ako postoje  $x_1, x_2 \in \mathbf{R}$ , takvi da je  $f(x_1) = 0$ ,  $f(x_2) = 0$  i  $\frac{x_1 - x_2}{\pi} \neq \mathbf{Z}$ , onda je  $a = b = 0$ . Dokažite!
3. Trokutu  $ABC$  upisana je kružnica sa središtem u točki  $S$ . Kružnica dodiruje stranice trokuta u točkama  $D \in \overline{BC}$ ,  $E \in \overline{AC}$  i  $F \in \overline{AB}$ . Ako je  $|AE| = 3$  cm,  $|CS| = 2\sqrt{7}$  cm, a mjera kuta pri vrhu  $A$  je  $60^\circ$ , izračunajte površinu trokuta  $ABC$ .
4. Barba Ante je, tražeći način kako da zabavi unuke Ivu i Matu, pronašao tri kartice. Na prvoj kartici s jedne strane piše broj 1, a s druge broj 4. Na drugoj kartici s jedne strane piše broj 2, a s druge broj 4. Na trećoj kartici s jedne strane piše broj 3, a s druge opet broj 4. Barba Ante je odmah znao kako će zaposliti unuke na dulje vrijeme. Mlađemu je Mati rekao da slaže te tri kartice u niz, a školarac Ivo trebao je zapisivati troznamenkaste brojeve koje Mate slaganjem kartica dobiva i na kraju još izračunati zbroj svih zapisanih brojeva. Pri tome Mate slučajno bira karticu i njezinu stranu. Koliko najviše različitih troznamenkastih brojeva može Ivo zapisati i koliko iznosi njihov zbroj?
5. Jednakostraničan trokut površine  $P$  zarotiramo u njegovoj ravnini za  $30^\circ$  oko težišta. Kolika je površina presjeka polaznog trokuta i trokuta dobivenog rotacijom?

\*\*\*

Učenici pozvani na Hrvatsku matematičku olimpijadu, tj. kandidati za Međunarodnu matematičku olimpijadu, Srednjoeuropsko matematičku olimpijadu ili Mediteransko natjecanje su:

**I. razred:** Daniel Širola, Luka Šimek, Andrija Tomorad, Krunoslav Ivanović

**II. razred:** Petar Nizić-Nikolac, Luka Banović, Ivan Sinčić, Tea Arvaj, Tadej Petar Tukara, Nikola Sole

**III. razred:** Adrian Beker, Lukas Novak, Lugo Mihovilić, Patrik Papac, Ivan Puljiz

**IV. razred:** Domagoj Bradač, Daniel Paleka, Petar Orlić, Leon Starešinić, Ivan Barta, Andrija Mandić

Dodatne kandidatkinje samo za Mediteransko natjecanje su: Nera Majtanić, Jelena Dujella, Iva Barać, Paula Vidas, Ela Dimoti.

Članovi IMO ekipe su: Adrian Beker, Domagoj Bradač, Andrija Mandić, Petar Orlić, Daniel Paleka, Leon Starešinić; MEMO ekipe: Luka Banović, Petar Nizić-Nikolac, Lukas Novak, Patrik Papac, Ivan Sinčić, Tadej Petar Tukara i za MYMC: Tea Arvaj, Ela Dimoti, Lugo Mihovilić, Nikola Sole.

Željko Hanjš