Rješenje nagradnog natječaja br. 212

Odredi maksimalnu vrijednost izraza

$$a^3(b+c+d)+b^3(c+d+a)+c^3(d+a+b)+d^3(a+b+c),$$

gdje su a, b, c, d realni brojevi čiji je zbroj kvadrata jednak 1.

Rješenje. Koristimo:

$$(x-y)^4 = x^4-4x^3y+6x^2y^2-4xy^3+y^4 \implies$$
$$x^3y+xy^3 = \frac{x^4+y^4+6x^2y^2-(x-y)^4}{4} \qquad (*)$$

$$\begin{aligned}
&a^3(b+c+d)+b^3(c+d+a)+c^3(d+a+b)+d^3(a+b+c)\\
&=(a^3b+ab^3)+(a^3c+ac^3)+(a^3d+ad^3)+(b^3c+bc^3)+(b^3d+bd^3)+(c^3d+cd^3)\\
&\overset{(*)}{=}\frac{1}{4}(3(a^4+b^4+c^4+d^4)+6(a^2b^2+a^2c^2+a^2d^2+b^2c^2+b^2d^2+c^2d^2))\\
&\quad-\frac{1}{4}((a-b)^4+(a-c)^4+(a-d)^4+(b-c)^4+(b-d)^4+(c-d)^4)\\
&=\frac{3}{4}(a^2+b^2+c^2+d^2)^2-\frac{1}{4}((a-b)^4+(a-c)^4+(a-d)^4+(b-c)^4+(b-d)^4+(c-d)^4)\\
&=\frac{3}{4}-\frac{1}{4}((a-b)^4+(a-c)^4+(a-d)^4+(b-c)^4+(b-d)^4+(c-d)^4)\\
&\le\frac{3}{4}.
\end{aligned}$$

Odavde se ujedno vidi da se maksimum dostiže za $a=b=c=d=\dfrac{1}{2}$.

Zlatko Petolas (3),
Gimnazija Lucijana Vranjanina, Zagreb

Knjigom su nagrađeni ovi rješavatelji:

1. *Sara Džebo* (4), Peta gimnazija, Sarajevo, BiH;
2. *Zlatko Petolas* (3), Gimnazija Lucijana Vranjanina, Zagreb.

Riješili zadatke iz br. 4/260

(Broj u zagradi označava razred–godište srednje–osnovne škole.)

a) Iz matematike: *Bruno Babić* (3), X. gimnazija "Ivan Supek", Zagreb, 3495; *Karlo Cahun* (3), X. gimnazija "Ivan Supek", Zagreb, 3495; *Irma Dadić* (4), Peta gimnazija, Sarajevo, BiH, 3483; *Marina Delić* (4), Peta gimnazija, Sarajevo, BiH, 3483; *Lejla Dobrić* (4), Peta gimnazija, Sarajevo, BiH, 3483; *Ajla Džano* (4), Peta gimnazija, Sarajevo, BiH, 3483; *Sara Džebo* (4), Peta gimnazija, Sarajevo, BiH, 3483–3496; *Filip Đuran* (3), X. gimnazija "Ivan Supek", Zagreb, 3495; *Almasa Festa* (4), Peta gimnazija, Sarajevo, BiH, 3483, 3492; *Selma Jažić* (4), Peta gimnazija, Sarajevo, BiH, 3483; *Hanna Kovač* (4), Peta gimnazija, Sarajevo, BiH, 3483; *Kanita Lemeši* (3), Gimnazija "Visoko", Visoko, BiH, 3486; *Mišo Lukenda* (3), X. gimnazija "Ivan Supek", Zagreb, 3495; *Ajla Panjeta* (4), Peta gimnazija, Sarajevo, BiH, 3483; *Zlatko Petolas* (3), Gimnazija Lucijana Vranjanina, Zagreb, 3483–3496; *Amina Sekić* (4), Peta gimnazija, Sarajevo, BiH, 3483; *Dženana Šabović* (4), Peta gimnazija, Sarajevo, BiH, 3483.

b) Iz fizike: *Martina Čuljak* (8), OŠ Mate Lovraka, Zagreb, 394, 397; *Nives Ostojić* (8), OŠ Horvati, Zagreb, 394–397; *Laura Vuković* (8), OŠ Horvati, Zagreb, 394–397; *Matej Zubić* (8), OŠ Ljudevit Gaj, Krapina, 395; *Amina Alihodžić* (4), Peta gimnazija, Sarajevo, BiH, 1597; *Almasa Festa* (4), Peta gimnazija, Sarajevo, BiH, 1597; *Dženana Šabović* (4), Peta gimnazija, Sarajevo, BiH, 1597.

Nagradni natječaj br. 214

Ako su brojevi $a,\ b,\ c \in (0,1)$ takvi da je $a+b+c=2$ dokaži nejednakost

$$\frac{a}{1-a}\cdot\frac{b}{1-b}\cdot\frac{c}{1-c}\geq 8.$$

SVIM SURADNICIMA

U Matematičko–fizičkom listu objavljuju se članci iz matematike, fizike i informatike, s malim prilogom iz astronomije, zadaci i rješenja, prikazi natjecanja i ljetnih škola iz matematike i fizike, zanimljivosti u obliku članaka i zadataka od učenika, profesora i ostalih matematičara, novosti iz znanosti, prilozi o državnoj maturi i nagradni natječaj.

Prilozi trebaju biti napisani računalom (Word, Tex, Latex) ili pisaćim strojem.

Slike trebaju biti jasno nacrtane na posebnom papiru i pogodne za presnimavanje ili pošaljite slike crtane računalom (eps, tif, gif, jpg, png i sl.).

Članci neka ne budu dulji od osam stranica, a ako je to potrebno neka budu napisani u nastavcima.

Pozivaju se učenici da pošalju članak o nekoj zanimljivoj temi, originalne zadatke s rješenjima ili prikaze nekih manifestacija (ljetne škole, susreti učenika, rad školske grupe).

Kako se rukopisi ne vraćaju, sačuvajte original, a pošaljite kopiju na papiru formata A-4.

Svi rukopisi podliježu recenziji redakcije ili neke stručne osobe za određeno područje.

Prilozi se šalju na adresu ovog časopisa koja je na početku lista.

RJEŠAVATELJIMA ZADATAKA

Svako rješenje neka bude napisano na **posebnom** papiru i to samo na **jednoj** strani papira. Uz svako rješenje na vrhu papira treba potpuno ispisati tekst zadatka. Svako rješenje treba čitljivo potpisati (ime i prezime), naznačiti razred, školu i mjesto. **Rješenja se mogu slati i e-poštom na adresu glavnog urednika:** `hanjs@math.hr`

Matematičko-fizički list na Facebooku

Možete pronaći MFL i na Facebooku na stranici

`https://www.facebook.com/MatFizL`

Uz razno-razne podatke o MFL-u moći ćete naći i nove zadatke za rješavanje.