

# Lemaitreova hipoteza praatoma

Roko Pešić\*

## Sažetak



U radu je predstavljena kozmološka hipoteza o praatomu – prethodnica teorije Velikog praska (Big Bang) o početku svemira – belgijskog svećenika i profesora fizike Georgesa Lemaitrea<sup>1</sup>, inače Einsteinovog suvremenika, kojega nazivaju i *ocem teorije Velikog praska*. Značaj te hipoteze je u tome što je ona, proizlazeći iz djelomično korigirane Einsteinove jednadžbe svemira, prvi znanstveno i matematički obrazložen, a kasnije i eksperimentalno potvrđen kozmološki model prostornovremenskog početka i razvoja svemira koji se širi [12]. Time je, do tada općeprihvaćeni tzv. statički model svemira postao neodrživ. Rad se temelji na engleskom prijevodu izvornog Lemaitreovog teksta te je popraćen bilješkama i pojašnjenjima stručnih pojmova. Matematički formalizam nije korišten osim kraćega izvoda danog u prilogu na kraju teksta.

## Uvod

Lemaitre je preinakom Einsteinove jednadžbe svemira, iznio kozmogonijsku<sup>2</sup> hipotezu [4], koja opisuje sadašnji svemir kao rezultat radioaktivnog raspada atoma, ili – kako ga je on nazvao – praatoma [6]. Istu jednadžbu je neovisno, nekoliko godina prije Lemaitrea, na isti način riješio i ruski fizičar A. Friedmann, ali rješenje nije interpretirao u smislu širenja stvarnog, astronomskog svemira, već kao jedan od nekoliko teoretski mogućih kozmoloških modela [12]. Do tada je, naime, vladalo stoljetno opće uvjerenje novovjekovnih znanstvenika da je svemir statičan, nepromjenjiv i vremenski neograničen, tj. da nema početka ni kraja. U statički svemir je vjerovao čak i Einstein, ali su ga njegova vlastita jednadžba, kao i Hubbleovo eksperimentalno otkriće širenja svemira i Lemaitreova teorija, doduše mnogo kasnije, razuvjerili. Osim uz pomoć opće teorije relativnosti, Lemaitre je do te hipoteze došao, kako sam kaže, razmatranjem zakona degradacije energije<sup>3</sup> u okviru tada već poznate kvantne teorije. Otkrića prirodne i

\* Autor je profesor fizike; e-pošta: r.pesic@nsk.hr. Ovaj članak je dopunjena i proširena verzija njegovog rada *Lemaitreov prostor*, [10].

<sup>1</sup> **Abbe Georges Lemaitre** (1894. – 1966.), belgijski svećenik i astronom, profesor fizike na Katoličkom sveučilištu u Leuvenu i član suradnik Kraljevskog astronomskog društva u Londonu. Poznat je po ideji praatoma ili svemirskog jajeta prema kojoj je svemir nastao iz nezamislivo gustog i toplog stanja cjelokupne materije svemira sabijene u jednu jedinu praiskonsku česticu. Postupnim širenjem svemira materija se hladila i diferencirala, stvarajući kompleksnu strukturu svemirskih objekata – planeta, zvijezda, zvjezdanih skupova, galaksija, itd. – koju danas opažamo. Ta se ideja s vremenom razvila u danas popularnu i još uvijek važeću teoriju Velikog praska (engl. Big Bang), koja je višestruko potvrđena (radio)astronomskim mjerenjima i opažanjima, iako postoje neka neriješena teoretska pitanja, na koje ona za sada ne može dati konačni odgovor (Encyclopaedia Britannica).

<sup>2</sup> Kozmogonijski – koji se odnosi na podrijetlo i razvoj svemira.

<sup>3</sup> Zakon degradacije energije – autor misli na drugi zakon termodinamike koji u jednoj od formulacija glasi: *Toplina spontano može prelaziti samo s toplijeg na hladnije tijelo*. Prelaskom topline iz toplijega spremnika u hladniji samo se dio topline pretvara u rad, a ostatak topline prelazi u spremnik niže temperature. Ta energija je degradirana u smislu da se više ne može vratiti u prvobitno stanje odnosno iskoristiti za vršenje rada.

laboratorijski generirane radioaktivnosti, kao i korpuskularne prirode kozmičkih zraka, naveli su ga na pretpostavku radioaktivnog podrijetla tih zraka i cjelokupne postojeće materije. Tom pretpostavkom mogu se objasniti ne samo kozmičke zrake, nego i sadašnja struktura svemira, koji se sastoji od zvijezda i oblaka plina, organiziranih u spiralne i eliptične maglice<sup>4</sup> koje se udaljavaju jedna od druge prema mehanizmu poznatom pod imenom ekspanzirajućeg svemira (svemira koji se širi).

## Geometrija svemira

Lemaitre uvodi neke osnovne geometrijske pojmove, kao što je npr. *Riemannov*<sup>5</sup> zatvoreni prostor pomoću kojega je uveo koncept svemira promjenjivog polumjera, [5], a također koristi i neke postavke tada već poznate Einsteinove opće teorije relativnosti npr. *kozmošku konstantu*<sup>6</sup> koja označava kozmičku repulziju<sup>7</sup>.

Zatvoreni prostor možemo pojednostavnjeno predočiti kao prostor u unutrašnjosti sfere koja ga omeđuje (npr. kao balon za napuhavanje). Ako krenemo iz neke proizvoljne točke A koja se nalazi na sferi, gibajući se stalno u istom smjeru, vratit ćemo se u tu istu točku iz protivnog smjera. Autor dalje uvodi pojam prostora koji ima promjenjivi polumjer. Lako ga je predočiti kao balon koji se napuhuje. Zamislimo da se prostor unutar balona sastoji od jednoliko raspoređenih materijalnih točaka na kojima sjede motritelji koji vrše prostorno-vremenska motrenja. Sve točke u prostoru su potpuno ekvivalentne, što znači da će za svakog motritelja prostor izgledati jednako, bez obzira gdje se on nalazio pa će svaki od tih motritelja moći načiniti istu kartu svemira. Ako se polumjer prostora povećava u vremenu, svaki motritelj vidi da se sve točke koje ga okružuju, udaljavaju od njega to većim brzinama što su udaljenije. To je upravo ono što su astronomi zapazili za vangalaktičke maglice (tj. maglice izvan naše galaktike Mliječnog puta) koje nas okružuju. Konstantni omjer između njihove brzine udaljavanja i udaljenosti od Zemlje odredili su astronomi Hubble i Humason<sup>8</sup>. Recipročna vrijednost tog omjera ima dimenziju vremena i daje procjenu starosti svemira od 20 milijardi godina (pod pretpostavkom da se svemir širi stalnom brzinom) [6].

Lemaitre, inspiriran tada već dobro poznatom pojavom radioaktivnosti, zamišlja da je u pradavno doba čitav svemir postojao u obliku atomske jezgre koja je jednoliko ispunjavala prostor.

Kozmogonijske teorije temelje se na istraživanju sasvim jednostavnih početnih uvjeta iz kojih je mogao nastati svemir u čitavoj svojoj kompleksnosti, kroz međudjelovanje poznatih prirodnih sila. Takve jednostavne početne uvjete dobivamo kada je sva materija bila zgusnuta u atomskoj jezgri. Ona je ipak morala biti sustav u kojem vezane čestice još uvijek zadržavaju određenu vlastitu individualnost. Činjenica da čestice mogu izletjeti iz jezgre tijekom radioaktivnih transformacija ne dokazuje da su one kao

<sup>4</sup> Maglice – autor misli na galaktike.

<sup>5</sup> Georg Fridrich Bernhard Riemann (1826. – 1866.), njemački je matematičar, između ostalih doprinosa poznat i po formuliranju tzv. neeuklidske geometrije (različitu od obične, euklidske), po njemu nazvane Riemannovom geometrijom koja je našla primjenu u Einsteinovoj općoj teoriji relativnosti.

<sup>6</sup> Konstanta koju je uveo Einstein da bi opravdao model statičkog svemira koji se ne urušava, homogen je i izotropan; njena pozitivna vrijednost označuje zamišljenu odbojnu silu koja se suprotstavlja privlačnoj gravitacijskoj sili.

<sup>7</sup> repulzija – odbijanje

<sup>8</sup> Taj omjer poznat je pod nazivom Hubbleove konstante čija se vrijednost nalazi u intervalu 60–70 km/s/Mpc [14]; Mpc je kratica za megaparsek, mjerna jedinica za goleme svemirske udaljenosti iznosi oko  $3 \cdot 10^{19}$  km.

takve postojale i prije (tih transformacija). Npr. iz atoma izlijeću fotoni<sup>9</sup> koji nisu bili njegovi sastavni dijelovi, a iz atomske jezgre izlijeću elektroni koji u njoj ne egzistiraju. Radioaktivni raspad je tipičan primjer degradacije energije, praćen povećanjem neovisnih kvanata energije<sup>10</sup> odnosno povećanjem entropije. Entropija i ukupni broj fotona su proporcionalni trećoj potenciji temperature<sup>11</sup>. Degradacija energije očituje se, dakle, kao *usitnjavanje* energije, što znači da je ukupna energija očuvana, ali je raspodijeljena na sve veći broj kvanata. Taj proces možemo donekle usporediti sa staklenom čašom koja padne sa stola na pod i pri tome se *razbije* u mnoštvo komadića (= kvanata), a pri tome dolazi do povećanja entropije. Entropija je fizikalna veličina koja mjeri neuređenost s kojom je energija uskladištena u nekom sustavu. Što je veća neuređenost, veća je entropija [8].

Ako, dakle, u mislima pokušamo *odvrtjeti* film razvoja svemira unatrag u vremenu, doći ćemo u prošlosti do trenutka kada je cjelokupna energija svemira bila koncentrirana u najmanjem broju kvanata, tj. u jednom jedinom kvantu.

To početno, primordijalno stanje moralo je biti stanje najveće koncentracije energije i minimalne entropije (vidi Prilog 1). Upravo u pokušaju formuliranja ovog uvjeta rođena je ideja praatoma.

## Formacija oblaka plina

U početku je praatom ispunjavao sićušni prostor i bio je nalik na nešto poput atomske jezgre, odnosno električki neutralan poput neutrona. Zamišljamo da je postojao samo trenutak, u stvari, da je bio nestabilan i odmah se raspao u djeliće koji su se dalje raspali u još sitnije: iz praatoma su tako izletjeli elektroni, protoni, alfa čestice itd., [6]. Nekakvu (vrlo pojednostavnjenu) analogiju toga raspada imamo kod tzv. beta-raspada slobodnog neutrona koji se s poluživotom od približno 15 minuta raspadne u proton, elektron i elektronski neutrino. Taj raspad je uzrokovao naglo povećanje polumjera prostora koji su jednoliko ispunjavali djelići (raspadnutog) praatoma. Kada su ovi djelići postali presićušni, prestali su se dalje cijepati; samo neki među njima, poput urana, se još uvijek sporo raspadaju, sa srednjim poluživotom<sup>12</sup> od četiri milijarde godina, ostavljajući nam oskudni *pepeo* opće dezintegracije koja se dogodila u početku vremena. U toj početnoj fazi širenja prostora, čestice se gibaju golemim brzinama bliskim brzini svjetlosti, koje su rezultat odboja<sup>13</sup> u trenutku emisije zračenja. Te čestice su uronjene u zračenje velike energije koje ispunjava sav prostor. Naime, golema energija sadržana u praatomu tada je velikim dijelom još bila sadržana u zračenju (zbog kubne ovisnosti

<sup>9</sup> Kvanti elektromagnetskog zračenja u koje spada i vidljiva svjetlost.

<sup>10</sup> Najmanja količina (obrok) energije koju atom, molekula ili atomska jezgra može apsorbirati ili emitirati.

<sup>11</sup> Iz termodinamičkih proračuna energije zračenja crnog tijela dobiva se za broj fotona  $N_f = \frac{2.404 V}{\pi^2} \left( \frac{kT}{ch} \right)^3$

(vidi Prilog 1), gdje je  $V$  obujam tijela,  $k$  Boltzmannova konstanta,  $c$  brzina svjetlosti,  $h$  Planckova konstanta i  $T$  termodinamička temperatura izražena u stupnjevima Kelvina, a za entropiju  $S$  crnog tijela iz Stefan-Boltzmannovog zakona dobivamo  $S = \frac{4}{3} aVT^3$  (vidi Prilog 1), gdje je  $a$  Stefan-Boltzmannova konstanta i  $V$  obujam tijela koje zrači energiju.

<sup>12</sup> Poluživot ili vrijeme poluraspada je vrijeme nakon kojega se broj jezgara radioaktivnoga elementa smanji na polovicu.

<sup>13</sup> Odboj – pojava da prilikom emisije zračenja u određenom smjeru, mirna čestica odnosno atomska jezgra koja je emitirala zračenje odleti u suprotnom smjeru, što je posljedica očuvanja zaleta (količine gibanja); pri tome je umanjena ukupna energija čestice u odnosu na njenu početnu energiju, i to za iznos energije koju odnosi zračenje.

broja fotona o temperaturi, vidi Prilog 1). Uslijed naglog širenja prostora, energija i brzine čestica izbačenih iz praatoma su se postupno smanjile (kao što zrna sačme sa sve većim udaljavanjem od mjesta njihovog ispaljenja uslijed otpora zraka postupno usporavajući, gube kinetičku energiju, *op. prev.*) pa će onda i sudari među česticama postat dovoljno ublaženi da ne izazovu atomske transformacije ili emisije zračenja nego će ovi sudari biti elastični.

Tako će, barem lokalno, na pojedinim mjestima, nastati plin u statističkoj ravnoteži gdje će čestice plina početi sve više osjećati djelovanje gravitacijske sile da bi se postupno formirali oblaci plina. Ti plinoviti oblaci će biti pomiješani sa zračenjem čija je energija također smanjena ekspanzijom prostora. To je upravo ono zračenje koje će se održati sve do današnjeg vremena u obliku kozmičkih zraka<sup>14</sup>, a od plinovitih oblaka će se (puno kasnije) formirati zvijezde i maglice.

## Kozmička repulzija

Godine 1929. (dvije godine nakon što je Lemaitre iznio svoju teoriju praatoma) američki astronom E. Hubble je eksperimentalno potvrdio da se svemir širi te da se galaktike udaljavaju od Zemlje brzinom koja je razmjerna njihovoj udaljenosti od Zemlje. Time je oboreno tisućljetno opće uvjerenje znanstvenika i filozofa o tzv. statičnom, nepromjenjivom svemiru koji nema vremenski početak i kraj.

Prije spomenutu kozmološku konstantu (uobičajeno označenu velikim grčkim slovom lambda:  $\Lambda$  u jednadžbama gravitacijskog polja uveo je Einstein da bi opravdao model statičkog svemira [12], koji se ne urušava, homogen<sup>15</sup> je i izotropan<sup>16</sup>, unatoč tome što njegove jednadžbe u općoj teoriji relativnosti nisu dopuštale takav (tj. statički) model svemira, već su kao rezultat davale dinamički svemir koji se širi. Konstanta  $\Lambda$  može biti pozitivna, negativna i jednaka nuli; njena pozitivna vrijednost označuje kozmičku repulziju – dodatnu odbojnu silu proporcionalnu udaljenosti među galaktikama, koja se suprotstavlja privlačnoj gravitacijskoj sili [14]. Prema općoj teoriji relativnosti kozmološka konstanta opisuje ubrzano širenje praznog prostora<sup>17</sup>.

Nakon prve faze brzog širenja (tzv. inflacije) slijedio je period usporavanja tijekom kojega će se privlačna i odbojna sila postupno uravnotežiti. Napokon će kozmička repulzija nadvladati gravitacijsku silu, i svemir će ući u treću fazu u kojoj će se nastaviti širiti uslijed prevladavajućeg djelovanja odbojne sile.

Iz termodinamičkih razmatranja proizlazi da oblaci plina nisu mogli biti raspoređeni savršeno jednoliko, pa su tako postojala dovoljno mala područja prostora u kojima je privlačna sila nadvladala odbojnu, unatoč pretpostavci da se svemir kao cjelina širio. U takvoj situaciji dobit ćemo svemir koji se sastoji od zgusnutih područja koja su odvojena jedna od drugih. Ta zgusnuta područja bit će zametci zvijezda, skupova zvijezda i galaksija.

<sup>14</sup> Lemaitre misli na kozmičko pozadinsko zračenje u mikrovalnom području koje dolazi iz svemira podjednako raspršeno iz svih smjerova i koje potječe iz ranog doba svemira; spektar tog zračenja odgovara spektru crnog tijela temperature 2.73 stupnjeva Kelvina.

<sup>15</sup> Koji je posvuda jednake gustoće.

<sup>16</sup> Koji ima jednaka svojstva u svim smjerovima.

<sup>17</sup> Einstein je poslije isključio kozmološku konstantu iz svojih jednadžbi i nazvao ju je svojom “najvećom pogreškom”. No, opažanja relacije između udaljenosti i crvenog pomaka galaktika, načinjena 90-ih godina prošlog stoljeća ukazala su na ubrzano širenje svemira koje se može dobro objasniti ako se pretpostavi vrlo mala pozitivna kozmološka konstanta u Einsteinovim jednadžbama.

Međutim, velika područja prostora – gdje gustoća ili brzina širenja neznatno odstupaju od prosječnih vrijednosti pa je zato moguće kolebanje između širenja i sažimanja – ostat će u ravnoteži, a svemir će se nastaviti širiti. Ta velika područja Lemaitre poistovjećuje s nakupinama maglica (danas bi rekli: jatima galaksija, *op. prev.*) koje su ostale u ravnotežnoj fazi i predstavljaju uzorak raspodjele tvari kakva je postojala posvuda u svemiru dok je njegov polumjer bio desetak puta manji nego u sadašnjem trenutku.

Do slične je brojčane vrijednosti za sadašnji polumjer svemira ( $R = 10^{10}$  godina svjetlosti), osim Einsteina, neovisno došao i De Sitter<sup>18</sup> [6], iako je on postavio sasvim drugačiju hipotezu od Einsteinovog modela.

## Formiranje zvijezda i galaksija

Gustoća prije spomenutih plinovitih oblaka u stanju termodinamičke ravnoteže iznosila je, u prosjeku,  $10^{-27}$  g/cm<sup>3</sup>, [6]. Radi zornosti recimo da bi, uz tu gustoću, kugla plina mase našeg Sunca imala polumjer sto godina svjetlosti (vidi Prilog 2). Oblaci tako male gustoće nemaju tendenciju sažimanja jer je njegova gravitacijska sila preslaba da bi prouzročila zgušnjavanje plina. Da bi sažimanje uslijed gravitacije moglo započeti, njihova gustoća se mora znatno povećati, što se može dogoditi ako se dva takva oblaka sudare pri velikim brzinama.

Tijekom kontakta oni će se spljoštiti i gustoća će im se povećati, a tada je dovoljna i najmanja početna rotacija koja se sažimanjem može jako povećati uzimajući u obzir da ukupni zamah<sup>19</sup> (= kutna količina gibanja), [8], oblaka tijekom sažimanja mora biti očuvan<sup>20</sup>. Može se pokazati da takva rotacija nije spojiva s formiranjem samo jednog tijela, nego višestrukih zvijezda koje se okreću jedne oko drugih, ili jedne zvijezde s jednim ili više velikih planeta koji se okreću u istom smjeru. Međusobnim neelastičnim sudarima oblaci plina gube energiju i zgušnjavaju se što može dovesti do formiranja zvijezde, eliptične maglice<sup>21</sup> ili plosnatog sustava nalik Saturnovom prstenu ili planetnom sustavu, nečemu što podsjeća na spiralnu maglicu<sup>22</sup> nalik našoj galaktici Kumovoj slami (Mliječnom putu) [14]. Spiralni ili eliptični oblik maglice ovisi o iznosu zamaha u području zgušnjavanja oblaka. Tip pojedine zvijezde određen je iznosom njene mase koja je jednaka zbroju masa oblaka čiji sudar je proizveo zvijezdu.

## Stvaranje ili početak

Lemaitreova hipoteza praatoma ili *kozmičkog jajeta* otvara neizbježne metafizičke implikacije, jer postulira da je svemir počeo postojati u vremenu pa se nameće pitanje, otkuda se to jaje *dokotrljalo*? Naime, Aristotelov pojam prvog nepokrenutog pokretača (grč. *τὸ πρῶτον κινῶν ἀκίνητον*) koji označava izvor svakog kretanja, savršeno biće,

<sup>18</sup> Willem de Sitter (1872. – 1934.), nizozemski matematičar, fizičar i astronom, koji je razvio kozmološki model ravnog svemira s homogenim prostorom bez materije koji se eksponencijalno širi, po njemu nazvan De Sitterov model.

<sup>19</sup> Fizička veličina koja opisuje rotaciju čestice ili krutog tijela.

<sup>20</sup> Analognu pojavu vidimo kod klizačice na ledu koja, da bi ubrzala rotaciju tijela, mora ruke, u početku raširene, priljubiti uz tijelo.

<sup>21</sup> Galaktike koje imaju oblik elipsoida ili kugle.

<sup>22</sup> Galaktike oblika diska sa središnjim ispupčenjem oko kojega se ovijaju spiralni krakovi.

prauzrok svih stvari (e-rječnik filozofskih pojmova) ovdje dozvoljava i Božji stvarateljski čin.

Međutim, pitanje je li to uistinu bio stvarni početak ili pak stvaranje *ex nihilo*, nešto što je počelo ni iz čega, filozofsko je pitanje koje nije moguće postaviti u okvirima fizičkih ili astronomskih razmišljanja, a to i nadilazi temu ovog rada.

Ako je vjerovati znanstvenom autoritetu Lemaitrea, u što nema razloga sumnjati, najnovije, još nepotvrđene teorije, npr. teorija struna, zatim teorije o multiverzumima, oscilirajućem svemiru...itd.<sup>23</sup> koje matematičkim formalizmom teorijske fizike pokušavaju izvesti da svemir nema vremenskog početka – a onda niti kraja – spadaju u područje metafizike i pseudoznanstvene spekulacije. Naime, prema danas dostupnim saznanjima i podacima o vrijednostima fizikalnih parametara neposredno nakon trenutka velikog praska i danas je moguće procijeniti koliki je porast ukupne entropije svemira (vidi Prilog 1). Iz te činjenice, kao i iz drugog zakona termodinamike slijedi da je evolucija svemira nepovratan (ireverzibilan) proces čija entropija stalno raste. Upravo ta, već spomenuta, degradacija ukupne energije svemira je i nadahnula Lemaitrea za njegovu hipotezu, ekstrapolacijom sadašnjeg stanja svemira u prošlost. Također, iz istog razloga nisu valjane teorije koje govore da je moguće ponovno sažimanje svemira i vraćanje na početni trenutak Velikog praska.

Zanimljivo je spomenuti da su i poznati znanstvenici kao npr. Einstein, Hawking, [2], Hoyle, [12], ali i neki današnji fizičari [13], imali i još uvijek imaju problema s prihvaćanjem činjenice da je svemir imao prostornovremenski početak, iako je danas ta činjenica uglavnom prihvaćena u znanstvenoj i općoj javnosti. To je teško razumjeti, osim ako se ne uzmu u obzir drugi subjektivni (npr. osobni svjetonazorski) i objektivni (npr. društveno-politički<sup>24</sup>) razlozi takvog protivljenja, jer u slučaju da svemir nema početka, tj. da materija nikad nije bila stvorena, nema razloga za pozivanje na prvog pokretača odnosno Tvorca.

Smatram da u tome (tj. gore navedenim metafizičkim pitanjima koje nameće njegova hipoteza) donekle leži i uzrok nedovoljne Lemaitreove znanstvene valorizacije i popularnosti, iako je on po prirodi bio skromna osoba i nije težio svjetskoj slavi, već je u svojoj osobi na jedinstveni način savršeno uskladio znanost i vjeru, te je pokazao da one nikako nisu suprotstavljene jedna drugoj već mogu biti dobre suradnice u osvajanju novih obzora ljudske spoznaje.

---

## Zaključak

---

Hipoteza praatoma, osim što tumači okupljanje zvijezda u galaktike unutar svemira koji se širi, objašnjava i kvantitativni sastav tvari odnosno relativnu zastupljenost različitih kemijskih elemenata na Suncu, zvijezdama, na Zemlji i u meteorima. Naime, prema Lemaitreovoj hipotezi, produkti raspada praatoma se u prirodi nalaze u točno određenim omjerima, koji su određeni zakonima radioaktivnih transformacija, što je poslije zaista i dokazano analizom spektara zvjezdane svjetlosti. Nadalje, analogijom sa zračenjem koje proizvode današnji radioaktivni raspad, ta teorija je predviđjela

---

<sup>23</sup> Suprotno teoriji struna, koja uvodi nove, skrivene prostorne dimenzije, proračuni teoretske nebeske mehanike pokazuju da jedino u tri dimenzije gravitacijska sila ima takav oblik da osigurava stabilne putanje planeta Sunčevog sustava, a time i opstanak života na Zemlji [9].

<sup>24</sup> To je bilo doba jakoga širenja i utjecaja ateističkog odnosno materijalističkog svjetonazora u tadašnjem Sovjetskom Savezu, ali i na širem europskom teritoriju.

postojanje sveprožimajućih ultraprorodnih kozmičkih zraka radioaktivnog podrijetla koje su proizvedene tijekom raspada praatoma, u prvom razdoblju ekspanzije svemira. Te zrake se s pravom mogu nazvati fosilnim kozmičkim zrakama, jer su dokaz praiskonske aktivnosti svemira. Na svome putu kroz svemir tijekom milijarda godina te zrake su nam donijele svjedočanstvo o superradioaktivnoj eri na samom početku svemira. Koliko je Lemaitre bio ispred svoga vremena svjedoči i činjenica da je samo godinu dana prije njegove smrti, četrdesetak godina nakon što je objavio svoj rad [4], gotovo slučajno(!) otkriveno kozmičko pozadinsko mikrovalno zračenje<sup>25</sup>, što je, osim Hubbleovog otkrića širenja svemira, bila jedna od ključnih eksperimentalnih potvrda teorije Velikog praska [8], koja je direktna sljednica hipoteze praatoma. Time je dobio stručnu i moralnu satisfakciju za svoj epohalni doprinos suvremenoj astrofizici i kozmologiji. Smatram da se Lemaitrea, koji je uz Einsteina, Hubblea, Hawkinga i druge velike astronome, fizičare i kozmologe tvorac nove znanstvene paradigme o evoluciji svemira, po svom doprinosu suvremenoj kozmologiji može s pravom usporediti s našim Ruđerom Boškovićem. Zahvaljujući spomenutim znanstvenim otkrićima na području kozmologije i suvremenih astronomskih eksperimentalnih metoda, danas možemo svjetlom našega razuma *motriti* početak svemira kao što u zoru u smjeru istočnog obzora s udivljenjem motrimo purpurno-crvenkasti odsjaj koji najavljuje izlazak sunca. No, sam početak, unatoč velikim dosezima suvremene znanosti ljudskoj spoznaji ostat će zauvijek nedokučiv.

## Prilog 1.

(Izvod formula za broj fotona i entropiju u bilješci 11.)

Ukupan broj fotona koje zrači crno tijelo u termodinamičkoj ravnoteži dobivamo iz Planckove funkcije sumiranjem beskonačnog broja harmonijskih oscilatora frekvencija  $\omega_k = ck$ , gdje je  $k$  valni vektor, te množenjem s faktorom 2 zbog transverzalnosti elektromagnetskog vala – svakom smjeru širenja, tj. valnom vektoru  $k$  pridružena su dva harmonijska oscilatora iste frekvencije [7]:

$$N_f = 2 \sum_{\vec{k}} \frac{1}{e^{\frac{\hbar\omega}{kT}} - 1}, \quad (1)$$

gdje je  $T$  temperatura zračenja. Sumu u formuli (1) u aproksimaciji kvazikontinuiranog energijskog spektra (to je slučaj kad su energijske razine međusobno vrlo blizu jedna drugoj) pomoću supstitucije

$$\sum_{\vec{k}} = \frac{V}{(2\pi)^3} \int d^3k \quad (2)$$

prevodimo u integral po valnom vektoru  $k$ :

$$N_f = \frac{2V}{(2\pi)^3} \int_0^\infty \frac{d^3k}{e^{\frac{\hbar\omega}{kT}} - 1}. \quad (3)$$

Iz veze valnog vektora i pripadajuće frekvencije:

$$\omega_k = ck \quad (4)$$

odnosno diferencijalnog volumnog elementa  $k$ -prostora:

$$d^3k = 4\pi k^2 dk \quad (5)$$

<sup>25</sup> Američki radioastronomi A. Penzias i R. Wilson izgradili su prijamni sustav (posebne antene) za detekciju radiovalova, kojim su 1965. godine otkrili kozmičko pozadinsko mikrovalno zračenje i time potvrdili Lemaitreovu teoriju praatoma odnosno teoriju Velikog praska (Big Bang) kao ispravnu i još uvijek važeću teoriju o početku svemira; za to otkriće dobili su 1978. godine Nobelovu nagradu.



slijedi  $d\omega = cdk$  i  $d^3k = \frac{4\pi\omega^2}{c^3}d\omega$ , pa uvrštavanjem pod integral (3) dobivamo

$$N_f = \frac{V}{\pi^2 c^3} \int_0^\infty \frac{\omega^2 d\omega}{e^{\frac{\hbar\omega}{kT}} - 1}. \quad (6)$$

Uvedimo novu varijablu  $x = \frac{\hbar\omega}{kT}$ , pa nakon podintegralne supstitucije i sređivanja varijabli u (6) dobivamo:

$$N_f = \frac{V}{\pi^2 c^3} \left(\frac{kT}{\hbar}\right)^3 \int_0^\infty \frac{x^2 dx}{e^x - 1}. \quad (7)$$

Treba izračunati integral

$$I = \int_0^\infty \frac{x^2 dx}{e^x - 1} = \int_0^\infty \frac{x^2 e^{-x} dx}{1 - e^{-x}} \quad (8)$$

pri čemu treba voditi računa da je  $x > 0$  odnosno

$$e^{-x} < 1. \quad (9)$$

Za  $|x| < 1$  vrijedi, [1]:

$$\begin{aligned} \frac{1}{1 \pm x} &\approx 1 \mp x + x^2 \mp x^3 + x^4 \mp \dots = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n x^n \\ x \rightarrow e^{-x} &\rightarrow \frac{1}{1 - e^{-x}} \approx 1 + e^{-x} + e^{-2x} + e^{-3x} + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} e^{-nx} \\ I &= \int_0^\infty x^2 e^{-x} \sum_{n=0}^{\infty} e^{-nx} dx = \int_0^\infty x^2 e^{-x} (1 + e^{-x} + e^{-2x} + e^{-3x} + \dots) dx \\ &= \int_0^\infty x^2 (e^{-x} + e^{-2x} + e^{-3x} + \dots) dx = \sum_{n=1}^{\infty} \int_0^\infty x^2 e^{-nx} dx. \end{aligned} \quad (10)$$

Označimo  $I_1 = \int_0^\infty x^2 e^{-nx} dx$ , [1], tablični integral

$$\begin{aligned} \int x^2 e^{ax} dx &= e^{ax} \left( \frac{x^2}{a} + \frac{2x}{a^2} + \frac{2}{a^3} \right) \rightarrow I_1 = e^{-nx} \left( \frac{x^2}{-n} + \frac{2x}{n^2} + \frac{2}{-n^3} \right) \Big|_0^\infty \\ I_1 &= 0 - \left( -\frac{2}{n^3} \right) = \frac{2}{n^3}. \end{aligned} \quad (11)$$

Uvrstimo rezultat (11) pod sumu (10):

$$I = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n^3} = 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3} = 2\zeta(3) = 2 \cdot 1.202. \quad (12)$$

*Napomena.*  $\zeta(3)$  je oznaka za Riemannovu zeta-funkciju, važnu u teoriji brojeva koja se definira preko suma redova potencija, tj.  $\zeta(s) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{s^n}$ .

Uvrstivši (12) u (7) dobivamo konačan rezultat za ukupni broj fotona:

$$N_f = \frac{2V\zeta(3)}{\pi^2} \left(\frac{kT}{c\hbar}\right)^3.$$

Dakle, broj fotona proporcionalan je trećoj potenciji temperature.



\*\*\*

Ukupna energija zračenja  $U = U(T)$  ovisi o termodinamičkoj temperaturi  $T$  crnog tijela i dana je Stefan-Boltzmannovim zakonom, [7]:

$$U = aVT^4, \quad (1)$$

gdje je  $a = \frac{\pi^2 k^4}{15c^3 \hbar^3} = 7.564 \cdot 10^{-16} \text{ J/m}^3 \text{K}^4$ , a  $V$  volumen crnog tijela.

Promjena entropije  $dS$  tijela koje zrači jednaka je:

$$dS = \frac{dQ}{T}, \quad (2)$$

gdje  $Q$  označava nezamislivo veliku toplinsku energiju sadržanu u praatomu.

Zamislimo praatom temperature  $T$  u trenutku velikog praska. Tijekom infinitezimalno kratkog vremenskog intervala sićušni dio toplinske energije  $dQ$  sadržan u praatomu potpuno se transformirao u energiju zračenja  $dU$ , dakle  $dQ = dU$ . Praatom se pri tome "ohladio" za infinitezimalni iznos temperature  $dT$  i proširio se za zanemarivi iznos obujma tako da možemo aproksimirati  $V \approx \text{konst.}$  Pri tome se entropija promijenila za iznos (2):

$$dS = \frac{dU}{T} = (1) = \frac{d(aVT^4)}{T} = \frac{4aVT^3 dT}{T} = 4aVT^2 dt. \quad (3)$$

Integriranjem (3) dobivamo

$$S = \int 4aVT^2 dT = \frac{4}{3} aVT^3. \quad (4)$$

Dakle, entropija je proporcionalna kubu temperature, kao što je i navedeno u Lemaitreovom tekstu.

Iz ove formule možemo procijeniti približni porast ukupne entropije svemira od početka do sadašnjega trenutka, s točnošću do na red veličine.

Uzmimo da je u infinitezimalno kratkom trenutku nakon velikog praska (tzv. Planckovo vrijeme  $t_p \approx 10^{-43} \text{ s}$ ) obujam praatoma bio reda veličine  $V_p \sim (l_p)^3$ , gdje je  $l_p = 1.62 \cdot 10^{-35} \text{ m}$  Planckova duljina, pa je obujam reda veličine

$$V_p \sim (10^{-35} \text{ m})^3 = 10^{-105} \text{ m}^3. \quad (5)$$

Temperatura je u tom trenutku iznosila  $T_p \approx 10^{32} \text{ K}$ , [3], pa uvrštavanjem u brojčanih podataka za konstantu  $a$ , obujam i temperaturu u formulu (4) dobivamo za entropiju vrijednost:

$$S_p \approx 7 \cdot 10^{-26} \frac{\text{J}}{\text{m}^3 \text{K}^4} \cdot 10^{-105} \text{ m}^3 \cdot (10^{32} \text{ K})^3 = 7 \cdot 10^{-25} \text{ J/K}. \quad (6)$$

Prema suvremenim astronomskim izračunima i mjerenjima polumjer današnjeg svemira procjenjuje se na  $R_s \geq 10^{10}$  godina svjetlosti, [6], što je, izraženo u metrima,  $10^{26} \text{ m}$  (vidi Prilog 2), pa dobivamo za obujam današnjeg svemira

$$V_s \approx (10^{26} \text{ m})^3 = 10^{78} \text{ m}^3.$$

Srednja temperatura u svemirskom prostoru, daleko od galaksija i zvijezda, iznosi približno  $T_s \approx 3 \text{ K}$  (to je temperatura kozmičkog pozadinskog zračenja), pa ponovo uvrštavanjem brojčanih vrijednosti dobivamo da je sadašnja entropija svemira

$$S_s \approx 7 \cdot 10^{-16} \frac{\text{J}}{\text{m}^3 \text{K}^4} \cdot 10^{78} \text{ m}^3 \cdot (3 \text{ K})^3 = 1.9 \cdot 10^{64} \text{ J/K}. \quad (7)$$

Iznos (7) podijelimo s iznosom (6):  $\frac{S_s}{S_p} = \frac{7 \cdot 10^{64} \text{ J/K}}{1.9 \cdot 10^{-25} \text{ J/K}} \sim 10^{89}$ . Dakle, ukupna entropija svemira porasla je u odnosu na početnu  $10^{89}$  puta.

## Prilog 2.

Gustoća  $\rho$  tijela mase  $m$  i obujma  $V$  jednaka je:  $\rho = \frac{m}{V}$ . Obujam kugle polumjera  $R$  iznosi  $V = \frac{4}{3}R^3\pi$ , pa kombiniranjem tih dvaju formula imamo da je polumjer  $R = \sqrt[3]{\frac{3m}{4\pi\rho}}$ . Uvrštavanjem brojčanih vrijednosti za masu Sunca,  $m \approx 2 \cdot 10^{30} \text{ kg}$  [14] i gustoću  $\rho \approx 10^{-27} \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 10^{-24} \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ , [6] za polumjer dobivamo vrijednost reda veličine  $R \approx 10^{18} \text{ m}$ . Uzevši u obzir da godina svjetlosti odgovara udaljenosti reda veličine  $10^{13} \text{ km} = 10^{16} \text{ m}$  slijedi polumjer  $R \approx \frac{10^{18}}{10^{16}} = 100$  godina svjetlosti.

## Literatura

- [1] I. N. BRONŠTAJN, K. A. SEMENDJAJEV, *Matematički priručnik za inženjere i studente – hrvatsko izdanje*, Zagreb, Tehnička knjiga, 1975.
- [2] STEPHEN W. HAWKING, *Kratka povijest vremena – hrvatsko izdanje*, Zagreb, Izvori, 1988.
- [3] JAKOV LABOR, *Fizika, udžbenik za 4. razred gimnazije*, Zagreb, Alfa, 2014.
- [4] GEORGES LEMAÎTRE, *Un Univers homogène de masse constante et de rayon croissant rendant compte de la vitesse radiale des nébuleuses extra-galactique*, Annales de la Société Scientifique de Bruxelles 47A, 1927.
- [5] GEORGES LEMAÎTRE, *A homogenous universe of constant mass and increasing radius accounting for the radial velocity of extra-galactic nebulae*, Mgn. Not. Roy. Astr. Soc. 91, 1931.
- [6] GEORGES LEMAÎTRE, *The Primeval Atom: An Essay on Cosmogony*, 1st American edition, New York, USA: D. Van Nostrand Company, 1950.
- [7] Z. LENAC, V. ŠIPS, *Zadaci iz statističke fizike II*, Zagreb, Sveučilišna naklada Liber, 1981.
- [8] VJERA LOPAC, *Leksikon fizike*, Zagreb, Školska knjiga, 2009.
- [9] S. MORANDINI, *Teologija i fizika*, (2012), Zagreb, Kršćanska sadašnjost, 2012.
- [10] ROKO PEŠIĆ, *Lemaîtreov praatom*, *Obnovljeni život*, vol. 73, no. 4, 2018., <https://hrcak.srce.hr/213272>
- [11] *Rječnik filozofskih pojmova*, <http://www.filozofija.org/>
- [12] GERALD E. TAUBER, *Einsteinova opća teorija relativnosti*, Zagreb, Globus, 1984.
- [13] GABRIELE VENEZIANO, *The myth of the beginning of time*, *Scientific American*, special collector's issue, vol. 27, no. 2, 2018.
- [14] VLADIS VUJNOVIĆ, *Rječnik astronomije i fizike svemirskog prostora*, Zagreb, Školska knjiga, 2004.
- [15] *Encyclopaedia Britannica*, <https://www.britannica.com/biography/Georges-Lemaitre>