

Sudoku – napredne metode rješavanja (9)

Žarko Čulić¹

U ovom nastavku obradit ćemo *Nishio metodu* pogađanja, odnosno *metodu pokušaja i pogrešaka* (*Trial & Error Method*). To je metoda koja spada u tzv. zadnja sredstva za rješavanje (*Last Resort*) iako je mnogi često koriste čim naiđu na kompleksnije sudokue (označene nazivom *extreme/evil/nightmare/behind nightmare*) jer im je previše komplicirano tražiti *petlje* i *forsirane lance*.

Postupak kod *Nishio metode*:

- odaberemo početno polje (najbolje da ima samo dva kandidata) i nasumce odredimo da je jedan od njih točan te nastavimo rješavati sudoku uz takvu pretpostavku
- nastavljamo s rješavanjem tako dugo dok ne dođemo do kraja i riješimo cijeli sudoku ili, što je puno češće, do prve kontradikcije; Nishio kontradikcija se dogodi kada:
 1. je u jednom polju isti kandidat preko jednog lanca ON, a preko drugog OFF
 2. su svi kandidati u polju eliminirani i stoga to polje ostaje prazno
 3. se isti kandidat pojavljuje kao jedino rješenje u više povezanih polja
 4. su jedini preostali kandidati u povezanom području eliminirani i stoga se to područje ne može kompletirati
- kontradikcija ukazuje da je nasumce izabrani kandidat pogrešan te nakon toga određujemo da je drugi kandidat u tom polju točan i nastavljamo rješavanje; ako smo odabrali polje sa samo dva kandidata, tada odmah znademo, ako nismo pogriješili pri eliminacijama u prethodnom koraku, da je drugi kandidat točan
- najbolje je prije primjene *Nishio metode* i izbora kandidata prepisati sudoku na novi obrazac ili koristiti drugu boju za eliminacije radi eventualnog lakšeg povratka na početno stanje

Nishio metoda je to efikasnija što prije dođemo do kontradikcije (osim ako iz prvog pokušaja ne riješimo točno cijeli sudoku); zato je najbolje da odaberemo polje sa što manje kandidata (najbolje dva) koji dovode do brzog rješavanja susjednih povezanih polja i što bržu kontradikciju, iako se u praksi ona često pojavljuje tek na samom kraju što iziskuje dosta vremena.

Savjeti:

- izaberite za vrijednost početnog polja kandidata koji će odmah dovesti do rješenja mnogo drugih polja
- probajte izabrati 3 ili 4 kandidata i napravite kratki lanac za svaki (može i u glavi); ako nema kratkog lanca, odaberite druge kandidate, jer je često u blizini vrlo kratki lanac kojeg vrijedi brzo istražiti prije nego počnemo s mnogo dužim i detaljnijim pretraživanjem
- prepisivanje stanja sudokua na novi obrazac prije izbora kandidata pomoći će da isprobate različite lance, a da ne napravite potpuni nered originala.

¹ Autor je predavač na Matematičkom odsjeku PMF-a u Zagrebu; e-pošta: zculic@math.hr

Iako je to često korištena metoda kao zadnje sredstvo u rješavanju sudokua, većina autora ne odobrava primjenu metode pogađanja jer smatra da svaki sudoku mora biti tako zadan da se može riješiti logičkim putem bez *metode pokušaja i pogrešaka*. Peter Gordon kaže sljedeće: “Dobri pisci sudokua to ne dozvoljavaju i ako rješavate njihove sudokue tada nikada neće morati pogađati.”

Nishio metoda je zapravo varijanta *forsiranih lanaca jednog kandidata (Digit Forcing Chain)* gdje razmatramo da je kandidat u početnom polju samo ON (ne kasnije i OFF). Iako je *Nishio metoda* legalna, da bi izbjegli sumnju u pogađanje putem pokušaja i pogrešaka, ponekad se izvodi modificirani postupak od *Digit Forcing Chain* i to se zove *Nishio Forcing Chain*.

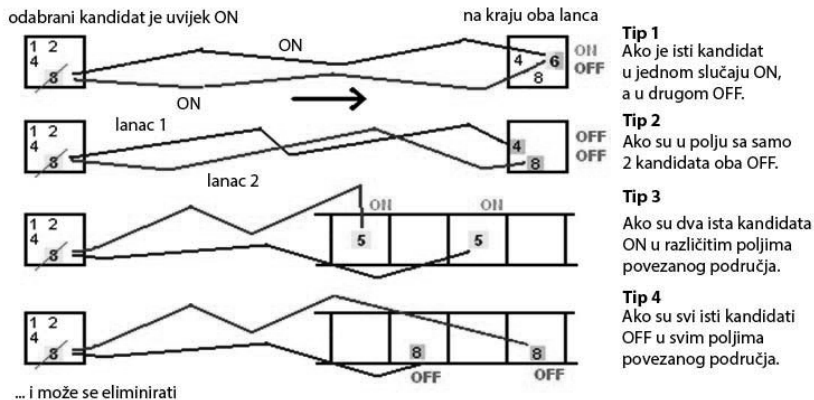
Nishio forsirani lanci:

- izaberemo neko početno polje i nasumce odaberemo da je jedan kandidat točan
- istražimo koji je rezultat toga što smo odredili da je odabrani kandidat točan – u polju na kraju lanca smo dobili da je neki kandidat ON ili OFF
- sada istražujemo drugi lanac koji također počinje od istog kandidata iz istog početnog polja koji je postavljen na ON i nastojimo doći do istog polja ili povezanog područja kao na kraju prvog lanca
- ako se pojavila kontradikcija (imamo četiri vrste kontradikcija koje su navedene ispod) to znači da početno odabrani kandidat nije točan
- tada možemo eliminirati početno odabranog kandidata i nastaviti rješavanje.

Na slici 1 je prikazana shema mogućih kontradikcija i zaključaka kod *Nishio forsiranih lanaca* jednog kandidata. U odabranom polju izaberemo jednog kandidata i istražimo lanac implikacija ako je taj kandidat uvijek ON. U oba slučaja lanac mora završiti u istom polju ili u istom povezanom području i ovisno o rezultatu, imamo četiri situacije (tipa) u kojima možemo eliminirati početno odabranog kandidata:

1. ako jedan lanac ukazuju da je u zadnjem polju određeni kandidat ON (točan), a drugi lanac da je taj isti kandidat OFF (netočan)
2. ako oba lanca ukazuju da bi polje s dva kandidata ostalo prazno
3. ako u određenom povezanom području u više polja je isti kandidat ON (točan)
4. ako u određenom povezanom području svi preostali isti kandidati budu OFF (netočni).

Nishio forsirani lanci



Slika 1.

Budući da je ovo prilagođena *Nishio metoda* pogađanja, ovdje nas ne zanima početno OFF stanje, odnosno što ako neki kandidat u određenom polju nije točan, tako da to niti ne ispitujemo, već samo koja je posljedica ako je odabrani kandidat točan (ON).

Pogledajte primjer na slici 2.

Odabrali smo početno polje I4 i postavili da je odabrani kandidat 6 točan u oba lanca. Opis prvog lanca: ako je broj 6 točan u polju I4, tada nije točan u poljima H45 u kvadratu VIII (grupna slaba veza), ako u H45 nije 6, tada mora biti u H9 (grupna jaka veza), ako u H9 nije 2, tada 2 mora biti u I9 (jv), ako je 2 u I9, tada nije 2 u I1 (sv), ako u I1 nije 2, tada 2 mora biti u G2 (jv). Opis drugog lanca: ako je broj 6 točan u I4, tada 6 nije točan u poljima I13 retka I (grupna sv), ako 6 nije u poljima I13, tada 6 mora biti u polju G2 (grupna jv), a ako je u G2 točan broj 6, tada nije točan broj 2 (sv unutar polja). Došli smo do kontradikcije: ako je u početnom polju I4 točan broj 6, tada je u polju G2 u prvom slučaju (prvi lanac) točan broj 2, a u drugom slučaju (drugi lanac) nije točan broj 2. Zaključak: došli smo do kontradikcije (*NFC tip 1*) koja ukazuje da početna pretpostavka da je točan broj 6 u polju I4 nije ispravna i stoga možemo eliminirati broj odabrani broj 6 iz početnog polja I4.

NL zapis prvog lanca: $I4=6 \Rightarrow I4-6-H45=6=H9=2=I9-2-I1=2=G2 \Rightarrow G2=2$

NL zapis drugog lanca: $I4=6 \Rightarrow I4-6-I13=6=G2 \Rightarrow G2 < > 2$

Zaključak: početna pretpostavka $I4=6$ daje kontradikciju $G2=2$ i $G2 < > 2 \Rightarrow I4 < > 6$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	3	3	4	2	1	1	6	5	6
B	2	2	7	4	5	1	3	1	9
C	1	6	5	3	6	9	2	7	4
D	9	4	2	1	6	2	5	3	8
E	3	1	3	9	3	5	4	2	7
F	7	5	8	4	4	8	9	6	1
G	4	2	6	1	7	5	9	5	3
H	5	8	9	1	6	6	7	4	6
I	6	6	6	6	5	6	4	1	9

Slika 2.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	5	1	1	3	4	2	9	1	6
B	2	1	4	7	6	3	5	8	1
C	3	6	3	5	8	1	7	2	4
D	4	2	2	3	2	3	1	5	2
E	1	3	5	1	2	3	4	2	6
F	1	3	6	8	2	3	5	4	3
G	8	2	5	1	2	3	4	6	2
H	1	6	1	2	6	5	7	9	3
I	1	6	3	1	2	6	4	1	5

Slika 3.

Pogledajte primjer *Nishio forsiranog lanca* na slici 3. Početno polje je B6, a odabrani kandidat 3. Opis prvog lanca: ako je točan broj 3 u polju B6 tada nije točan broj 3 u polju B8 (sv). Opis drugog lanca: ako je točan broj 3 u polju B6, tada nije točan broj 3 u A4 (sv), ako u A4 nije 3, tada je u A4 8 (jv u polju), ako je A4 8, tada u H4 nije 8 (sv), ako u H4 nije 8, tada je 8 u H8 (jv), ako je H8 8, tada 8 nije u B8 (sv). Metoda ostavlja prazno polje B8, tako da se radi o *NFC tip 2* i možemo eliminirati broj 3 iz početnog polja.

NL zapis prvog lanca: $B6=3 \Rightarrow B6-3-B8 \Rightarrow B8 < > 3$

NL zapis drugog lanca: $B6=3 \Rightarrow B6-3-A4-8-H4=8=H8-8-B8 \Rightarrow B8 < > 8$

Zaključak: početna pretpostavka $B6=3$ ostavlja prazno polje $B8 \Rightarrow B6 < > 3$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9										
A	6	7	3	4	3	4	3	1	4	3	5	2							
B	1	8	4	2	3	2	3	5	4	9	7	6	4	3					
C	2	5	3	2	3	2	3	6	4	7	9	1	8	4	3				
D	3	8	9	4	2	3	1	8	9	5	8	6	7	2	3	3			
E	7	3	9	1	6	4	9	2	4	5	3	4	3	8					
F	2	8	5	6	4	5	7	8	3	2	5	9	1						
G	3	8	9	6	8	4	5	1	7	9	2	4	3	4	5	3			
H	3	8	7	3	9	4	5	7	8	2	4	5	8	4	3	1	6		
I	4	1	7	2	5	3	7	8	9	3	6	2	2	8	9	7	7	5	9

Slika 4.

Na slici 4 imamo primjer *NFC tip 3*. Početno polje je H6, a odabrani kandidat 7. Oba lanca pokazuju da je u povezanom području, u ovom slučaju kvadratu VII, isti broj 3 točan (ON) u različitim poljima, čime smo došli u kontradikciju i možemo eliminirati broj 7 iz početnog polja H6.

NL zapis prvog lanca: $H6=7 \Rightarrow H6-7-H2 \Rightarrow H2=3$

NL zapis drugog lanca: $H6=7 \Rightarrow H6-7-G46=7=G8=4=E8-4-E5-9-E2=9=D1=3=GH1 \Rightarrow GH1=3$

Zaključak: početna pretpostavka $H6=7$ daje kontradikciju $H2=3$ i $GH1=3 \Rightarrow H6 < > 7$

Kod metode *NFC tip 4* eliminira se isti broj iz svih polja nekog povezanog područja, a budući da to predstavlja kontradikciju protivnu pravilima sudokua (svaki od brojeva 1 do 9 mora biti rješenje u barem jednom polju svakog retka, stupca ili kvadrata), možemo eliminirati odabranog kandidata iz početnog polja.

U sljedećem nastavku bit će govora o Tulejinom teoremu.

Zadatak za vježbu s rješenjem:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	1		7			8			
B		4			9		8		
C			9	7				4	3
D				2					5
E		5			1			2	
F	7					5			
G	6	1				9	7		
H			8		5			1	
I				1			9		4

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	1	2	7	4	3	8	5	9	6
B	3	4	6	5	9	2	8	7	1
C	5	8	9	7	6	1	2	4	3
D	4	9	1	2	7	3	6	8	5
E	8	5	3	9	1	6	4	2	7
F	7	6	2	8	4	5	1	3	9
G	6	1	4	3	2	9	7	5	8
H	9	7	8	6	5	4	3	1	2
I	2	3	5	1	8	7	9	6	4