

Stručni rad

DAROVITI UČENICI I MATEMATIKA

Jasmina Petek Pelc

OŠ Ljudski vrt Ptuj

Sažetak

Matematički daroviti učenici trebaju raznoliko ohrabrenje i učitelja kojem je izazov raditi sa darovitim učenicima zbog njihovog optimalnog razvoja. Ovi učenici koriste razne strategije, metode i načine u rješavanju izvornih problema. Oblike i metode rada prilagođavam učenicima koji pokazuju talent za matematiku. Uključujem ih u dodatne sate, zanimljive aktivnosti i pripreme za natjecanja.

Izvodim i individualni rad za talentirane i znatiželjne učenike, gdje učenicima pripremam zanimljive radionice iz matematike. U ovom radu predstavljam radionice na kojima su učenici naučili palindromne brojeve, trokutaste brojeve i Rubikovu kocku.

U našoj školi organiziramo i natjecanje u logici, logično čudovište, natjecanje u zabavnoj matematici, natjecanje iz matematike i natjecanje u znanju matematike za Vegove nagrade. Prošle školske godine prisustvovali smo na festivalu matematike u Varaždinu na poziv VI. Osnovne škole iz Varaždina. Posebnost ovog natjecanja je u tome, što se natječu ekipe od četiri učenika. Naši učenici sudjelovali su na natjecanju prvi put i postigli odlične rezultate.

Ključne riječi: palindromni brojevi, trokutasti brojevi, Rubikova kocka, festival matematike

1. UVOD

U nastavi matematike nastavnici često troše najviše vremena i pažnje na prosječne učenike, a manje na rad sa slabijim i talentiranim učenicima. Posebno se ovo posljednje često zanemaruje. Kako otkriti darovitog učenika? "Istraživanja pokazuju, da daroviti učenici imaju određena sposobnosti, koje nemaju drugi učenici ili su izraženije kod darovitih učenika [1]." Edukacija darovitih učenika provodi se u skladu sa Zakonom o izmjenama i dopunama Zakona o osnovnoj školi, koji u članku 11. kaže [5]: „Daroviti učenici su učenici, koji pokazuju visoko nadprosječne sposobnosti razmišljanja ili izvanredne uspjehe u pojedinim područjima učenja, u umjetnosti ili sportu. Škola ovim učenicima osigurava odgovarajuće uvjete za odgoj i obrazovanje, prilagođavajući njihove sadržaje, metode i oblike rada i omogućujući im uključivanje u dodatnu nastavu, druge oblike individualne i grupne pomoći i druge oblike rada. "

Ali kako otkriti matematički darovitog učenika? Matematička darovitost ne provjerava se samostalno u procesu evidentiranja darovitog učenika, pa moraju učitelji matematike sami otkriti i identificirati darovitog učenika. Učenici nadareni za matematiku, imaju neke osobine koje ih izdvajaju od njihovih vršnjaka. Nastavnici matematike moraju obratiti pažnju na određene karakteristike koje su zajedničke tim darovitim učenicima. Ti učenici [2]:

- razvili su logično i divergentno mišljenje,
- znaju rasuđivati i donositi kritičke prosudbe,
- imaju originalan pristup rješavanju problema, pokazuju visoku razinu kreativnosti u pronalaženju neobičnih rješenja,
- su znatiželjni, radoznali, brzo uče, imaju dobro pamćenje, pažljivo promatraju, razumiju matematičke ideje i veze,
- analitički pristupaju radu te su sustavni i pouzdani u radu,
- lako prepoznaju obrasce, pravila i karakteristike,
- znaju, kako koristiti svoje znanje čak i u neobičnom kontekstu,
- koncentriraju se dulje vrijeme, bave se dugoročnim aktivnostima, ustraju u pronalaženju rješenja, vješti su u postavljanju pitanja i sposobni su slijediti crvenu nit istraživanja,
- imaju velike aspiracije, posljedično visoku motivaciju i uživaju u postignućima.

"Ako je dijete nadareno za matematiku, ne mora postati najbolji matematičar u školi, dobitnik zlatne Vegove nagrade, kreativno rješavati probleme, znanstvenik iz matematike ... Matematički daroviti učenici su heterogena skupina, među njima postoje velike individualne razlike i potrebe. Sve to stoji, ali za njih su potrebni razni poticaji (intelektualni, motivacijski, kreativni ...) [4]. "Nastavnici koji rade s darovitim učenicima uglavnom su zaslužni za njihov uspjeh i napredovanje u matematici. Moraju oslušivati želje i potrebe koje imaju daroviti učenici i zadovoljiti ih, jer samo tako oni mogu napredovati i razvijati svoje potencijale. Moramo osposobiti ove učenike da razlikuju, individualiziraju, neovisno istražuju i otkrivaju, te razvijaju kreativnost i više taksonomske vještine.

2. DAROVITI UČENICI I MATEMATIKA

Oblike i metode rada prilagođavam učenicima koji pokazuju talent za matematiku. Nastava matematike mora biti diferencirana i individualizirana, ne samo u rješavanju problema, već i u interpretaciji nastavnog materijala, koji treba biti dublji za darovite učenike. Često pronalazim i pripremam dodatne zadatke za darovite učenike koji je nužno slijediti od konkretnih podataka do općih izvedenica. U rješavanju zadataka koriste se raznim strategijama, metodama i načinima koji se ogledaju u izvornom rješenju.

Učenici često pripremaju čitave lekcije, od objašnjavanja materijala do konsolidacije znanja. Ponekad rade seminarski rad na određenu temu ili prezentaciju pomoću MS Power Point. Također vole sastavljati matematičke probleme, koje potom razmjenjuju i rješavaju. Pri tome jedni drugima daju povratne informacije.

U svim tim aktivnostima učenici razvijaju različite umrežene vještine: kritičko mišljenje, argumentaciju, rad s resursima i istraživanje, suradnju, komunikaciju, kreativnost i korištenje informacijske i komunikacijske tehnologije (IKT). U geometriji vole koristiti program za crtanje dinamičnih slika Geogebra, a vole istraživati i grafičke funkcije s programom Desmos.

Uključujem darovite učenike u dodatnu nastavu, individualni rad, zanimljive aktivnosti iz matematike, pripreme za natjecanja i kreativne radionice. Dodatnu i dopunsku nastavu vodim jedan sat tjedno, tako da se u učionici često događa da talentirani učenici pomažu učenicima koji su vrlo slabi u pogledu učenja. U sklopu astronomske večeri, koju je vodila učiteljica fizike i matematike, pripremam zanimljive matematičke kreativne radionice.

3. KREATIVNE RADIONICE

3.1. PALINDROM

U mrežnom rječniku slovenskog knjižnog jezika možemo pročitati, da je palindrom riječ ili rečenica, koja ima isto ili različito značenje, ako se čita naprijed ili natrag [3]. Tražili smo palindrome na slovenskom i engleskom jeziku. Učenike smo podijelili u četiri skupine. U skupini su učenici tražili riječi koje se čitaju isto s lijeve ili desne strane. Brzo su pronašli sljedeće riječi: oko, ata (tat)a, Ana, tat (lopov), ded (djed), radar ... Također su napisali rečenicu: "Perica reže raci rep". Zatim smo postavili izazov učenicima, gdje su morali istražiti prirodne brojeve koji se s lijeva i desna čitaju na isti način. Tražili su palindromne brojeve.

Palindromni broj je broj, koji je zapisan kao broj u zadanoj bazi, jednako se čita s lijeve i desne strane. Palindromni broj je, dakle, broj zapisan simetrično u zadanoj numeričkoj osnovi ($a_1, a_2, a_3, \dots, a_3, a_2, a_1$). Učenici su vrlo brzo shvatili, da su brojevi s dvije identične znamenke palindromni brojevi. Otkrili su da postoji devet dvoznamenkastih palindromnih brojeva. Zatim su pretraživali, istraživali i zapisali troznamenkaste palindromne brojeve, kojih je 90. Pitala sam ih, jesu li jednoznamenkasti brojevi također palindromni brojevi. Otkrili su, da su svi jednoznamenkasti brojevi također palindromni brojevi.

Posljednji su izazov postavili učenici sami. Tražili su palindrome na engleskom. Vrlo brzo su pronašli riječi na stranom jeziku, a to su palindromi: dad, mom, lewel, wow, non, eye, race car ...

Nakon radionica naučili su više o povijesti palindroma. Riječ palindrom dolazi od grčke riječi *palindromos*, gdje *palin* znači leđa, a *dromos* znači put ili smjer. Stari grčki pjesnici već su se bavili palindromima. Poznat je i natpis na kamenoj ploči s područja Pompeja. Za natpis je karakteristično čitanje istog sa sve četiri strane.

3.2. TROKUTASTI BROJEVI

U matematici je trokutasti broj broj koji se može predstaviti uzorkom točaka u obliku jednakostraničnog trokuta. Učenici su istražili, koji se prirodni brojevi mogu predstaviti kao trokutasti brojevi. Učenici su započeli istraživanje prvo utvrdivši s krugovima, koliko krugova može biti smješteno u nizu i koliko krugova je u svim tako dobivenim uzorcima, tako da zajedno tvore trokutasti uzorak. Prvo su istražili koliko ima trokutastih brojeva do broja 10. Otkrili su da brojevi 1, 3 i 6 govore koliko je točaka crtano u obrascu jednakostraničnih trokuta sa stranicama 1, 2 i 3. Iz nacrtanih obrazaca zaključili su, da postoje tri trokutasta broja do 10. Zatim su istražili koliko trokutastih brojeva ima do 100. Opet su si pomogli crtajući krugove i otkrili su, da ih ima 13.

Nakon radionice upoznali su se s poviješću brojeva poligona. Informirali smo ih da još postoje četverostrani brojevi, petokraki brojevi... Ove brojeve karakterizira činjenica, da spajaju aritmetiku i geometriju. Bili su poznati već u staroj Grčkoj. Pitagora ih je već spomenuo u svojoj čuvenoj Pitagorejskoj školi.

3.3. RUBIKOVA KOCKA

Na inicijativu učenika, koje podučavam matematiku, proveli smo radionicu, na kojoj smo naučili sastaviti Rubikovu kocku. Radionicu smo izveli tako, da su učenici, koji znaju kako sastaviti čarobnu kocku, učili učenik koji su ju željeli naučiti sastaviti. Donijeli su i razne verzije Rubikove kocke. Rubikova kocka, izvorno poznata kao Čarobna kocka, trodimenzionalna je mehanička zagonetka koju je 1974. godine izumio Ernő Rubik. Osnovna Rubikova kocka ($3 \times 3 \times 3$) ima 6 strana: crvena, plava, bijela, žuta, zelena i narančasta. Svaka od ovih strana ima 9 manjih dijelova. Učenici, koji su vodili radionicu, predstavili su strategije kako

sastaviti čarobnu kocku. Predstavili su razne video upute koje će nam pomoći sastaviti čarobnu kocku.

Pripremili su i zanimljivu prezentaciju o čarobnoj kocki te ponudili puno zanimljivosti:

- već se prodalo više od 300 milijuna komada Rubikove kocke u različitim izvedbama
- 1982. godine organizirano je 1. Svjetsko prvenstvo u rješavanju Rubikovih kocaka, na kojem svaki natjecatelj mora sastaviti 5 kockica s različitim pozicija
- svjetski rekord postavljen je u travnju 2015., za sastavljanje Rubikove kocke potrebno je 5,25 sekundi
- za sastavljanje kocke potrebno je najmanje 20 poteza

Postoji nekoliko varijanti Rubikove kocke, i to džepna ili mini kocka ($2 \times 2 \times 2$), obična Rubikova kocka ($3 \times 3 \times 3$), Rubikova osveta ($4 \times 4 \times 4$), Rubikov profesor ($5 \times 5 \times 5$), V-kocka 6 ($6 \times 6 \times 6$), V-kocka 7 ($7 \times 7 \times 7$), koja je službeno najveća kocka, s kojom se natječe na natjecanjima, i Ower-the-top kocka ($17 \times 17 \times 17$), koja je trenutno najveća dostupna kocka.

Učenici šestih i sedmih razreda veliki su obožavatelji Rubikove kocke, posebno dečki. Zanimljivo je i da su Rubikovu kocku također naučili sastavljati učenici koji su vrlo slabi u matematici i učenici koji nisu previše zainteresirani za matematiku.

4. FESTIVAL MATEMATIKE U VARAŽDINU

U četvrtak, 25. travnja 2019. u Varaždinu je održan 5. Festival matematike. Tema festivala bila je "Turizam u Varaždinskoj županiji". Kroz zanimljive matematičke zadatke učenici su upoznali glavne značajke turizma u ovoj regiji. Ciljevi Festivala matematike su promocija i popularizacija matematike te promocija logičkog razmišljanja, matematičkih sposobnosti, kreativnosti i inovativnosti učenika. Osnovna škola Ljudski vrt Ptuj s ogrankom Grajena sudjelovala je na Festivalu matematike u Varaždinu na poziv partnera VI. Osnovne škole iz Varaždina. U njemu su sudjelovali učenici od 2. do 9. razreda. Učenici naše škole natjecali su se u ekipnom radu. Učenici 8. i 9. razreda natjecali su se u kategoriji PURGER, a učenici 6. i 7. razreda natjecali su se u kategoriji HUSARI. Ekipa se morala sastojati od dva učenika osmog i dva devetog razreda, te od dva učenika šestog i dva sedmog razreda. Predstavljale su nas dvije ekipe u obje kategorije. Ekipe su imale 90 minuta za rješavanje zadataka koji su bili zadani od lakših prema težim. Učenici su morali sudjelovati u ekipi, dogovarati se i argumentirati rješenja ili kritički procijeniti ispravnost riješenih zadataka, ako je svaki učenik dobio različito rješenje.

Na natjecateljskom terenu morali su odabrati točan odgovor od četiri ponuđena. U zadacima su dobiveni bodovi samo za označene točne odgovore, a ne za postupak rješavanja. Ako su označili više odgovora ili ih uopće nisu označili, nisu

dobili bodove. Natjecanje učenika na Festivalu matematike razlikuje se od natjecanja u kojem se natječu naši učenici. Do sada su učenici bili naviknuti na pojedinačna natjecanja gdje su se natjecali sami, ali ovaj put su se morali naći u timu i podijeliti zadatke. Najbolji učenik u ekipi nikako nije mogao riješiti sve zadatke jer nije bilo dovoljno vremena. Posebnost ovog natjecanja je u tome što su sve ekipe rješavale zadatke u jednoj učionici, svaka za svojim stolom. Tijekom rješavanja zadataka, učenici su mogli međusobno surađivati i tražiti rješenja.

U natjecanju su učenici postigli odlične rezultate koji su bili rezultat dobrih priprema za natjecanje. Pripremali su se rješavanjem zadataka s prijašnjih festivala. Pri tome su morali prevesti zadatke na naš jezik. Zadaci na natjecanju prevedeni su na slovenski jezik.

5. ZAKLJUČAK

Rad sa darovitima učenicima odvija se u okviru redovnih sati matematike, a znanje matematike darovitih učenika nadograđuje se tijekom dodatnih predavanja, zanimljivih aktivnosti, priprema za razna natjecanja i unutar individualnih grupnih predavanja, gdje provodimo kreativne radionice. Učenici su jako uživali u kreativnim radionicama, jer nam na nastavi matematike nedostaje vremena za razne zanimljive teme koje učenici žele.

Daroviti učenici ne rado pasivno sudjeluju u nastavi, već se radije aktivno izražavaju. Žele riješiti zahtjevnije i zanimljivije zadatke, a prije svega privlače ih problematični zadaci iz svakodnevnog života. Dobra značajka darovitih učenika je i to što pomažu učenicima koji su slabiji u matematici.

6. POPIS LITERATURE

- [1] *Koncept. Odkrivanje in delo z nadarjenimi učenci.* (1999). URL: <https://www.zrssi.si/zrss/wp-content/uploads/koncept-dela-z-nadarjenimi-ucenci.pdf>. (15. 7. 2020)
- [2] Rogina, D. (2013). Delo z nadarjenimi učenci pri matematiki v tretji triadi osnovne šole. *Matematika v šoli*, XIX (št. 1/2), 18–30.
- [3] *Spletni slovar knjižnega jezika.* URL: <https://fran.si/130/sskj-slovar-slovenskega-knjiznega-jezika>. (15. 7. 2020)
- [4] Švagan, M. (2012). Učenci, nadarjeni za matematiko. *Vzgojno-izobraževalno delo z nadarjenimi učenci osnovne šole* (str. 211–218). Ljubljana: Zavod RS za šolstvo.
- [5] *Zakon o spremembah in dopolnitvah Zakona o osnovni šoli.* (2011). URL: <https://www.uradni-list.si/glasilo-uradni-list-rs/vsebina/2011-01-3727?sop=2011-01-3727> (15. 7. 2020)