

Sudoku – standardne metode rješavanja

Žarko Čulić¹

U prošlom broju MFL-a pokazali smo osnovne (elementarne) metode s kojima uvijek započinjemo rješavati svaki sudoku. Nakon što pretražimo cijelu mrežu i upišemo sve brojeve koje je moguće pronaći na ovaj način, počinjemo primjenjivati druge tehnike. Prije svega, u prazna polja treba upisati sve brojeve koji predstavljaju potencijalno rješenje određenog polja, tzv. kandidate. Upis kandidata je ključan za točno rješavanje sudokua, jer ako propustimo neki od potencijalnih kandidata, vrlo je velika vjerojatnost da ćemo kasnije doći u kontradikciju (npr. preostala su za upis samo dva ista kandidata u povezanom području, ili imamo izostanak mogućih kandidata), a nećemo znati gdje smo pogriješili. S druge strane, višak upisanih kandidata ne predstavlja problem jer će se oni vrlo brzo otkriti pri daljnjim postupcima rješavanja. Stoga je upis kandidata jako važan i treba biti posebno oprezan i pažljiv pri tom činu. Kandidati se radi veće preglednosti najčešće upisuju malim brojevima pri vrhu polja i to redom od 1 do 9, iako ih se može upisivati i pri dnu polja. U softverskim/elektroničkim verzijama sudokua, brojevi kandidata se upisuju u polje u tri retka po tri broja redom od 1 do 9 s lijeva nadesno, no to svakako nije dobar način unosa kandidata pri ručnom rješavanju sudokua, jer je izrazito nepregledan.

Kandidate je moguće upisivati redom po redovima ili stupcima, odnosno po kvadratima; ili počevši od 1 u cijelu mrežu, pa prijeći na broj 2 i tako sve do broja 9. Oni s više prakse upisuju kandidate počevši od povezanih područja gdje nedostaje najmanje kandidata kako bi ih što prije eliminirali s lakšim elementarnim metodama i potom prelaze na područja (redove, stupce ili kvadrate) gdje nakon prvog postupka nedostaje najmanje brojeva. Kako bi se smanjio broj pogrešaka za početnike se preporučuje upis kandidata redom, najčešće počevši od prvog retka. Izvan mreže sa strane se upišu redom svi mogući brojevi koji nedostaju u tom retku, a potom se od tih brojeva upisuju u polja mogući kandidati eliminirajući one koji se nalaze u tom stupcu i ostatku tog kvadrata. Pogledajte primjer upisa kandidata na slici 1.

		1	2	3	4	5	6	7	8	9
1,5,7,8,9	A	3	7,8,9	5,7,9	2	4	1,7,9	5,8	1,5,8	6
1,3,5,6,8,9	B	4	6,8,9	5,6,9	5,9	3,9	1,3,9	2	7	1,8
5,7	C	5,7	1	2	5,7	8	6	4	3	9
5,6,7,9	D	5,7	2	3	6,7,9	1	8	5,9	5,6,9	4
1,5,6,7,9	E	8	6,7	1,5,6,7	4	6,7,9	7,9	3	1,5,6,9	2
1,6,8	F	9	4	1,6	3	2	5	7	1,6,8	1,8
3,7,9	G	2	3,7,9	8	1	5	3,7,9	6	4	3,7
3,6,7,8,9	H	1	5	4	6,7,9	3,6,7,9	2	8,9	8,9	3,7
3,7,9	I	6	3,7,9	7,9	8	3,7,9	4	1	2	5

I	II	III
IV	V	VI
VII	VIII	IX

Slika 1.

¹ Autor je predavač s Matematičkog odsjeka PMF-a; e-pošta: zculic@math.hr

Nakon unosa kandidata u pojedini redak poželjno je precrtati moguće brojeve upisane sa strane. Kandidate možete odvajati zarezom radi bolje preglednosti, ali s vremenom ćete uvidjeti da nema potrebe za tim; micanjem zareza dobiva se na prostoru kojeg uvijek nedostaje naročito kod rješavanja sudokua u tiskovinama.

Ovakav unos kandidata, koji se svakako preporuča početnicima te onima koji puno i često griješe, ponešto usporava cijeli proces rješavanja, ali u najvećoj mjeri sprječava previde i pogreške. Naime, kod brzopletog rješavanja i/ili unosa kandidata, često se dešava da kasno ustanovite pogrešku. To može izazvati frustraciju i odustanak od daljnjeg rješavanja sudokua.

Nakon upisa kandidata u sva polja, najbolje je vizualno pregledati cijeli sudoku (kvadrat po kvadrat, pa redak po redak i na kraju stupac po stupac) postoji li u pojedinom povezanom području samo jedan kandidat (*naked single*) ili nedostaje li samo jedan mogući broj (*hidden single*). Ako ga nađemo odmah ga treba upisati i razmotriti novonastalu poziciju. Pogledajte sljedeći primjer na slici 2: broj 1 u kvadratu I se nalazi jedino u polju A3, a u polju B9 kvadrata III postoji samo jedan kandidat, broj 7.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	2	4	1,5,9				3	5,9	6,7,8,9
B	5,7,9	5,7,9	3				4	5,6,9	7
C	7,9	8	6				5,7,9	1	2

Slika 2.

Nakon ovih elementarnih eliminacija, prelazimo na pretraživanje *zaključanih setova*: *parova*, *trojki*, *četvorki* i *petorki* (više od *petorki* nema smisla) u povezanom području. Pogledajte u primjeru na slici 1 redak E: u polju E2 su kandidati 6 i 7, u polju E5 kandidati 6, 7, 9 i polju E6 kandidati 7, 9. Ta tri polja imaju tri broja kandidata: 6, 7 i 9, te čine takozvanu *trojku*. Ne znamo točno koji broj ide u koje polje, ali znamo da oni predstavljaju rješenje ta tri polja. To znači da te kandidate možemo eliminirati iz svih polja koja su povezana s ta tri polja. Eliminirane kandidate jednostavno precrtamo u poljima u kojima se pojavljuju i stoga je jako važna urednost i pažljivost, dok je brzina u drugom planu. U istom retku možemo vidjeti i jedan *skriveni par*. Naime, brojevi 1 i 5 se nalaze samo u poljima E3 i E8, te možemo eliminirati sve preostale kandidate u tim poljima. U oba načina dobivamo zapravo isto rješenje: precrtavamo brojeve 6 i 7 u polju E3 i brojeve 6 i 9 u polju E8 (pogledajte sliku 3 ispod).

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	3	7,8,9	5,7,9	2	4	1,7,9	5,8	1,5,8	6
B	4	6,8,9	5,6,9	5,9	3,9	1,3,9	2	7	1,8
C	5,7	1	2	5,7	8	6	4	3	9
D	5,7	2	3	6,7,9	1	8	5,9	5,6,9	4
E	8	6,7	1,5,6,7	4	6,7,9	7,9	3	1,5,6,9	2
F	1,6,8	9	4	1,6	3	2	5	7	1,6,8
G	3,7,9	2	3,7,9	8	1	5	3,7,9	6	4
H	3,6,7,8,9	1	5	4	6,7,9	3,6,7,9	2	8,9	8,9
I	3,7,9	6	3,7,9	7,9	8	3,7,9	4	1	2

I	II	III
IV	V	VI
VII	VIII	IX

Slika 3.

Istražite sami utjecaj para $\{8, 9\}$ u poljima H7 i H8 (skraćeno H78), para $\{3, 7\}$ u poljima GH9, para $\{1, 8\}$ u stupcu 9 i para $\{5, 7\}$ u retku C.

Općenito, ako u N polja imamo N kandidata, tada su ti kandidati rješenje tih polja i oni predstavljaju takozvane *zaključane setove* (*locked sets*). Ne znamo točno u kojim poljima su pojedini brojevi, ali ih možemo eliminirati iz svih povezanih područja.

Nakon pretrage *zaključanih setova*, pretražujemo redom kvadrate i gledamo pojavljuje li se u kojem od njih određeni kandidat samo u jednom retku ili stupcu. Ako da, tada tog kandidata možemo eliminirati iz svih polja tog retka ili stupca izvan kvadrata. Pogledajte sliku 4 ispod: u kvadratu III kandidat 5 se nalazi samo u retku A, a budući da broj 5 mora biti u kvadratu III, očito je da ga možemo eliminirati iz svih polja u preostalom dijelu retka A, u ovom slučaju iz A3. To je *metoda eliminacije na temelju položaja nekog kandidata u određenom kvadratu* (*locked candidates, type 1 – pointing*).

		1	2	3	4	5	6	7	8	9
1,5,7,8,9 A	3	7,8,9	7,9	2	4	1,7,9	5,8	1,5,8	6	
1,3,5,6,8,9 B	4	6,8,9	5,6,9	5,9	3,9	1,3,9	2	7	1,8	
5,7 C	5,7	1	2	5,7	8	6	4	3	9	
5,6,7,9 D	5,7	2	3	6,7,9	1	8	5,9	5,6,9	4	
1,5,6,7,9 E	8	6,7	1,5,6,7	4	6,7,9	7,9	3	1,5,6,9	2	
1,6,8 F	9	4	1,6	3	2	5	7	1,6,8	1,8	
3,7,9 G	2	3,7,9	8	1	5	3,7,9	6	4	3,7	
3,6,7,8,9 H	1	5	4	6,7,9	3,6,7,9	2	8,9	8,9	3,7	
3,7,9 I	6	3,7,9	7,9	8	3,7,9	4	1	2	5	

I	II	III
IV	V	VI
VII	VIII	IX

Slika 4.

Analogno prije navedenoj metodi, postoji *metoda eliminacije na temelju položaja nekog kandidata u određenom retku ili stupcu* (*locked candidates, type 2 – claiming*). Pretražujemo redom retke i stupce i gledamo pojavljuje li se u kojem retku ili stupcu određeni kandidat samo u jednom kvadratu. Ako da, tada tog kandidata možemo eliminirati iz svih polja tog kvadrata izvan retka ili stupca. U primjeru na slici 4 imamo više takvih slučajeva (npr. u drugom stupcu broj 3 se nalazi samo u kvadratu VII i mogli bi eliminirati broj 3 iz svih polja tog kvadrata izvan tog stupca), ali niti u jednom nemamo ništa za eliminaciju.

Postoji još sličnih metoda koje svrstavam u standardne metode poput *gotovo zaključanih kandidata tip 1 i tip 2* (*almost locked candidates, type 1; type 2*), ali se pojavljuju vrlo rijetko, tako da je njihova učinkovitost upitna.

Sve standardne metode se najčešće istražuju u istom prolazu, a ne zasebno, metoda po metoda. Jedan od načina je pregledavanje mreže u blokovima, od gornjeg lijevog kvadrata I i pretraživanje jednoznačnog ili jedinog kandidata (*one-choice*), potom provjere postoje li *zaključani setovi* (*parovi, trojke, četvorke, petorke*) te na kraju *eliminacija na temelju položaja nekog kandidata u kvadratu*. Nakon toga nastavlja se s pretragama redaka tražeći *zaključane setove* i *eliminaciju na temelju položaja nekog kandidata u pojedinom retku*, te se isto ponavlja i za sve stupce. Ovaj postupak traje izvjesno vrijeme, ali osigurava otkrivanje što više brojeva prije nego što se krene na složenije napredne metode o kojima će biti riječi u sljedećem nastavku.

Zadatak za vježbu s rješenjem (riješite primjenom osnovnih i standardnih metoda):

1		6			9	3	
	4		8			5	
			9		1		
							5
	7	1	2		8	4	9
8							
			5		2		
	9				7		8
	5	2			7		1

Slika 5.

1	8	6	7	2	5	9	3	4
2	4	9	8	3	6	1	5	7
5	3	7	9	4	1	6	2	8
9	2	4	6	7	3	8	1	5
3	7	1	2	5	8	4	9	6
8	6	5	1	9	4	2	7	3
7	1	8	5	6	2	3	4	9
6	9	3	4	1	7	5	8	2
4	5	2	3	8	9	7	6	1

Slika 6.