



## Određivanje Coulombove konstante

Jakov Labor<sup>1</sup>

**Zbog rada s izvorom visokog napona, pokus koji će biti opisan učenicima mogu izvoditi samo uz nadzor nastavnika!**

Istražujući međudjelovanje dviju nabijenih kuglica (točkastih naboja), francuski fizičar Coulomb ustanovio je da je sila ( $F_C$ ) kojom kuglice uzajamno djeluju razmjerna umnošku naboja na njima ( $Q_1Q_2$ ), a obrnuto razmjerna kvadratu njihove međusobne udaljenosti ( $r$ )

$$F_C = k \frac{Q_1 Q_2}{r^2}. \quad (1)$$

Silu zovemo Coulombovom, te konstantu razmjernosti  $k$  Coulombovom konstantom. Kada su naboji u vakuumu,  $k = 8.987 \cdot 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$ , dok je u zraku zanemarivo manjeg iznosa. Nabijene kuglice imaju električnu potencijalnu energiju danu izrazom

$$E_{ep} = k \frac{Q_1 Q_2}{r}, \quad (2)$$

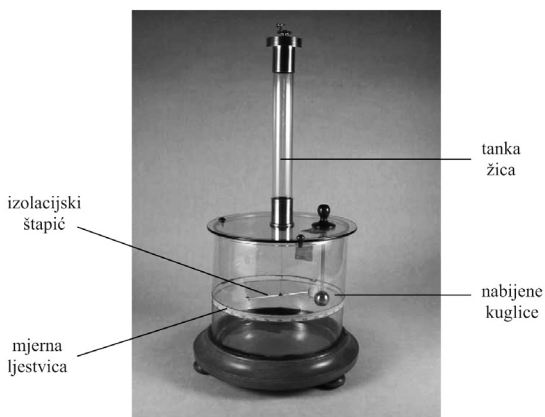
koji se izvodi iz izraza za Coulombovu silu. Iz električne potencijalne energije izvodimo izraz za veličinu nazvanu električni potencijal ( $\phi = E_{ep}/Q_2$ ). U slučaju vodljive kugle izraz za potencijal glasi

$$\phi = k \frac{Q}{R}, \quad (3)$$

gdje je  $R$  polumjer kugle.

Coulomb je silu među kuglicama mjerio pomoću torzijske vage (slika 1) u kojoj je uravnotežavao moment Coulombove sile s momentom torzije.

Umjesto s momentom torzije, moment Coulombove sile možemo uravnotežavati s momentom magnetske sile koji nastoji štapičasti magnet postaviti u smjeru Zemljina magnetskog polja. Nabijene vodljive kuglice i magnet prikazani su na slici 2. Kuglice su nataknete na plastične slamke. Jedna od njih i magnet nalaze se na nosaču od stiropora koji pliva na vodi i može se okretati oko osi kroz njegovo središte. Kada na kuglicama



Slika 1.

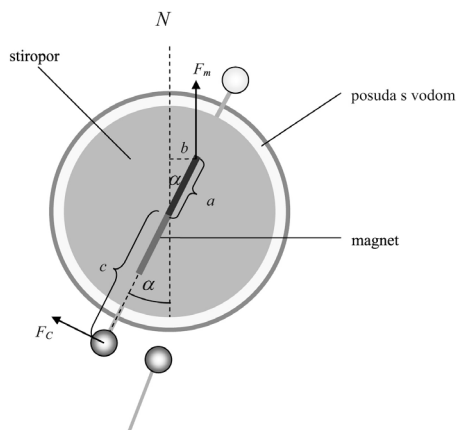
<sup>1</sup> Autor je profesor savjetnik u Gimnaziji Antuna Vrančića u Šibeniku.

nema naboja, štapičasti magnet se postavi u smjeru sjever-jug. Dovedemo li na kuglice istu vrstu naboja, kuglica na nosaču će se odmaknuti zbog odbojne sile kojom na nju djeluje druga kuglica. Odmaknuta kuglica će se umiriti u položaju u kojem je moment Coulombove sile ( $F_C$ ) uravnotežen s momentom magnetske sile ( $F_m$ ). Uzdužna os magneta u novom položaju zatvara s početnim položajem kut  $\alpha$ . Prema slici 2, moment magnetske sile je

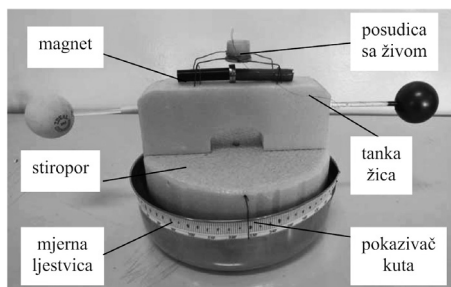
$$M_m = F_m \cdot b = F_m \cdot a \cdot \sin \alpha.$$

Ako je spojnica središta kuglica okomita na slamku na kojoj se nalazi pomična kugla, moment Coulombove sile je

$$M_C = F_C \cdot c.$$



Slika 2.



Slika 3.

Iz jednakosti iznosa momenata sile

$$M_C = M_m$$

$$F_C \cdot c = F_m \cdot a \cdot \sin \alpha$$

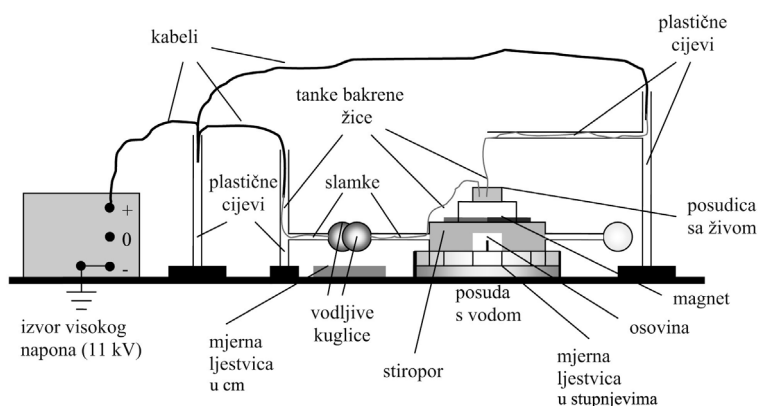
slijedi

$$F_C = \frac{F_m \cdot a}{c} \sin \alpha. \quad (4)$$

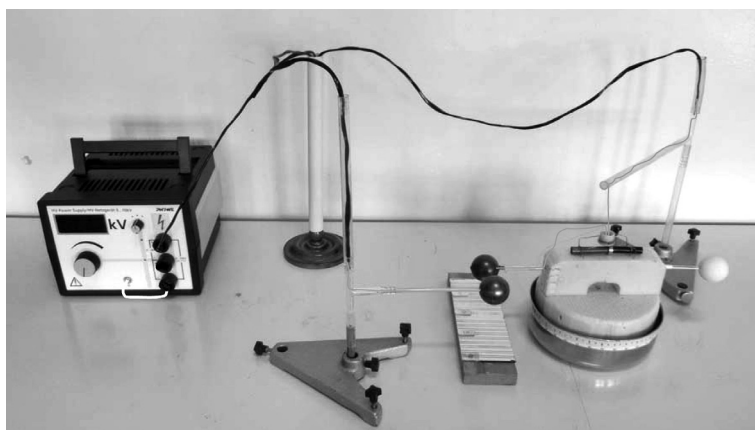
Veličine  $F_m$ ,  $a$  i  $c$  ne mijenjaju se pri zakretanju nosača, što znači da Coulombova sila ovisi samo o sinus kuta  $\alpha$ . Zbog toga sinus kuta  $\alpha$  može bit mjera za Coulombovu silu. Kut otklona  $\alpha$  može se očitati s mjerne ljestvice koja se nalazi na zaobljenoj plohi posude s vodom (slika 3). Magnet koji se vidi na slici 3 sastoji se od dvaju štapičastih dijelova između kojih se po potrebi mogu umetati plosnati neodimijski magneti. Iznad magneta nalazi se posudica sa živom koju nose žice zabodene u stiropor. Kuglice su loptice za stolni tenis. Na desnu je olovkom nanesen tanak sloj grafita, zbog čega je ona vodljiva. Druga, nevodljiva kuglica drži ravotežu vodljivoj. Od vodljive kuglice do žive u posudici vodi tanka žica, koja naboj doveden do žive prenosi na vodljivu kuglicu.

Kompletan uređaj pomoću kojeg možemo istražiti Coulombovu silu i provjeriti izraz (1) prikazan je na slikama 4 i 5. Plastične cijevi su futrole termometara i dijelovi potrošenih flomastera te cijevi koje se upotrebljavaju u električnim instalacijama. Horizontalne su cijevi učvršćene za vertikalne pomoću staklenih T-razvodnika. Naboj na vodljive kuglice dovodi se kabelima i tankim bakrenim žicama s pozitivnog pola izvora visokog napona (PHYWE), pri čemu je negativan pol uzemljen. Do kuglice na nosaču

od stiropora naboj dolazi preko posudice sa živom u koju je uronjen kraj tanke bakrene žice spojene s kuglicom i kraj tanke žice koja je kabelima spojena na pozitivan pol izvora. Kada je izvor uključen, na njemu očitavamo razliku potencijala (napon) između kuglica i zemlje. Uzmemo li da je potencijal zemlje jednak nuli, na izvoru očitavamo potencijal kuglica ( $\phi$ ). Budući da je naboj na kuglicama razmjern potencijalu (izraz (3)), iznos potencijala kuglica možemo uzeti kao mjeru količine naboja na njima. Kabel priključen na pozitivan pol izvora ima otpor od  $11\text{ M}\Omega$ , tako da u slučaju spoja sa zemljom njime ne može poteći struja veća od  $1\text{ mA}$ . Ispod vodljivih kuglica nalazi se centimetarska mjerna ljestvica na zrcalu s crtama povučenim preko cijele širine zrcala. Ljestvica služi za mjerenje razmaka među središtima kuglica. Ako su slamke na kojima se nalaze kuglice paralelne crtama ljestvice, razmak među središtima kuglica jednak je razmaku među odgovarajućim rubovima slamki na koje su nataknute kuglice. Mjerenje razmaka među rubovima slamki je najpouzdanije kada se rubovi slamki nalaze na crtama koje označavaju centimetre.



Slika 4.



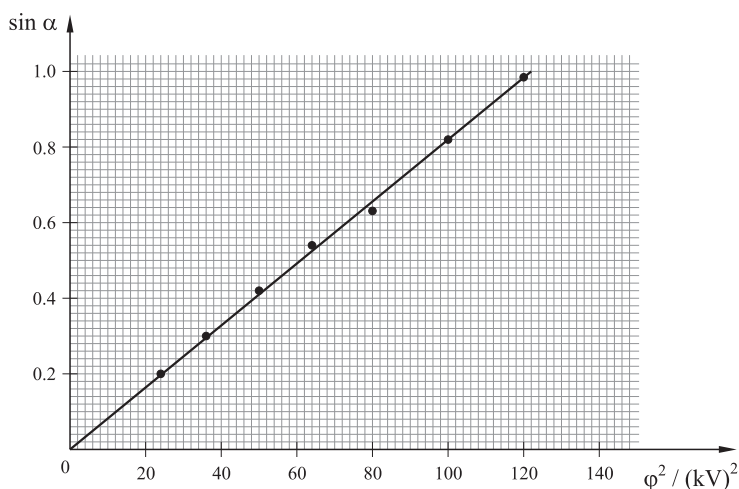
Slika 5.

Želimo li istražiti kako Coulombova sila ovisi o količini naboja na kuglicama, moramo mjeriti kut  $\alpha$  za različite potencijale uz nepromjenjiv razmak ( $r$ ) među kuglicama. U tablici 1 nalaze se podaci dobiveni mjerenjem i računanjem.

$\frac{r}{\text{cm}}$	$\frac{\phi}{\text{kV}}$	$\frac{\phi^2}{(\text{kV})^2}$	$\frac{\alpha}{^\circ}$	$\sin \alpha$
9.0	5.0	25.0	12	0.21
	6.0	36.0	18	0.31
	7.0	49.0	25	0.42
	8.0	64.0	34	0.56
	9.0	81.0	40	0.64
	10.0	100.0	55	0.82
	11.0	121.0	82	0.99

Tablica 1.

Na slici 6 prikazana je ovisnost sinusa kuta  $\alpha$  o potencijalu kuglica. Na isti način Coulombova sila među kuglicama ovisi o količini naboja na njima. Vidimo da je sila razmjerna kvadratu, odnosno umnošku naboja na kuglicama, što je u skladu s izrazom (1).



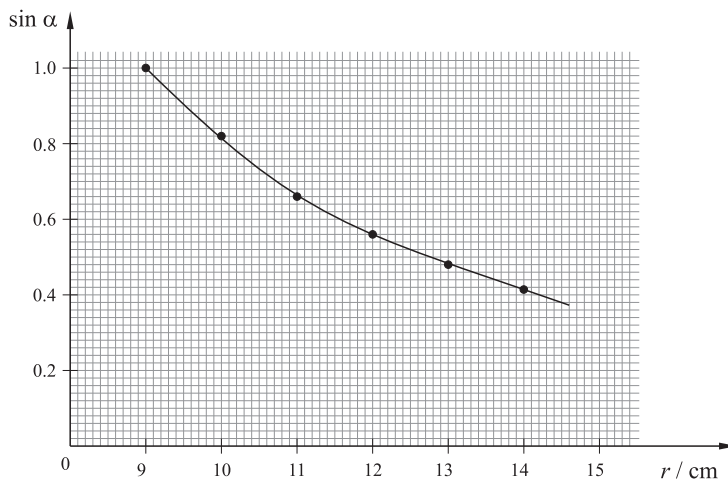
Slika 6.

Pri mjerenju otklonskog kuta  $\alpha$  za različite razmake među kuglicama uz stalan potencijal (naboj) dobiveni su rezultati prikazani u tablici 2.

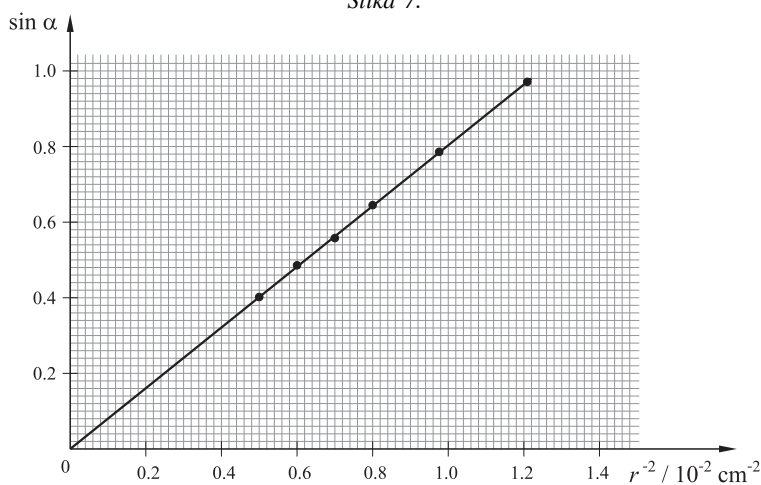
$\frac{\phi}{\text{kV}}$	$\frac{r}{\text{cm}}$	$\frac{r^{-2}}{10^{-2}\text{cm}^{-2}}$	$\frac{\alpha}{^\circ}$	$\sin \alpha$
11.0	9.0	1.23	82	0.99
	10.0	1.00	54	0.81
	11.0	0.83	42	0.67
	12.0	0.69	34	0.56
	13.0	0.59	29	0.48
	14.0	0.51	25	0.42

Tablica 2.

Odgovarajući grafovi prikazani su na slikama 7 i 8. Iz grafa na slici 8 zaključujemo da je sila obrnuto razmjerna kvadratu međusobne udaljenosti kuglica, što je sukladno izrazu (1).



Slika 7.



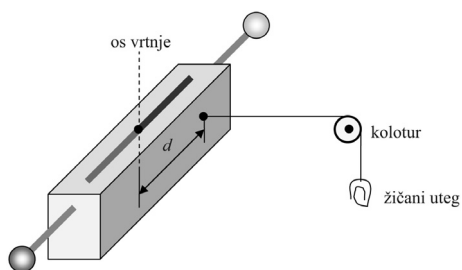
Slika 8.

U izrazu (4)  $F_C = \frac{F_m \cdot a}{c} \sin \alpha$  umnožak  $F_m \cdot a$  je najveći moment magnetske sile. Obilježimo li ga s  $M_{m0}$ , možemo pisati

$$M_{m0} = F_m \cdot a \quad (5)$$

i

$$F_C = \frac{M_{m0}}{c} \sin \alpha. \quad (6)$$



Slika 9.

Najveći moment magnetske sile možemo uravnotežiti momentom težine komadića žice mase  $m$ , kako je prikazano na slici 9.

U ravnoteži je

$$M_{m0} = mgd. \quad (7)$$

Uvrštavanje u (6) daje

$$F_C = \frac{mgd}{c} \sin \alpha. \quad (8)$$

Iz (1), (3) i (8) možemo izraziti Coulombovu konstantu

$$k = \frac{c\phi^2 R^2}{mgdr^2 \sin \alpha}. \quad (9)$$

Iznosi Coulombove konstante dobiveni uvrštavanjem izmjerenih veličina u izraz (9) nalaze se u tablici 3. U tablicu je unesena i srednja vrijednost konstante ( $1.111 \cdot 10^{10}$ ).

$\frac{r}{m}$	$\frac{\phi}{V}$	$\frac{m}{kg}$	$\frac{R}{m}$	$\frac{c}{m}$	$\frac{d}{m}$	$\frac{\alpha}{^\circ}$	$\frac{k}{N m^2 C^{-2}}$	$\frac{\bar{k}}{N m^2 C^{-2}}$
0.090	5000	$2.9 \cdot 10^{-4}$	0.019	0.150	0.025	12	$1.130 \cdot 10^{10}$	$1.111 \cdot 10^{10}$
	6000					18	$1.095 \cdot 10^{10}$	
	7000					25	$1.090 \cdot 10^{10}$	
	8000					34	$1.076 \cdot 10^{10}$	
	9000					40	$1.087 \cdot 10^{10}$	
	10000					55	$1.147 \cdot 10^{10}$	
	11000					82	$1.150 \cdot 10^{10}$	

Tablica 3.

Coulombovu konstantu možemo dobiti i pomoću veličina izmjerenih u drugom dijelu pokusa, kada je mijenjan razmak među kuglicama uz stalan potencijal (naboj) kuglica. Izmjerene i izračunate veličine nalaze se u tablici 4.

$\frac{r}{m}$	$\frac{\phi}{V}$	$\frac{m}{kg}$	$\frac{R}{m}$	$\frac{c}{m}$	$\frac{d}{m}$	$\frac{\alpha}{^\circ}$	$\frac{k}{N m^2 C^{-2}}$	$\frac{\bar{k}}{N m^2 C^{-2}}$
0.090	11 000	$2.9 \cdot 10^{-4}$	0.019	0.150	0.025	82	$1.149 \cdot 10^{10}$	$1.134 \cdot 10^{10}$
0.100						54	$1.139 \cdot 10^{10}$	
0.110						42	$1.138 \cdot 10^{10}$	
0.120						34	$1.144 \cdot 10^{10}$	
0.130						29	$1.124 \cdot 10^{10}$	
0.140						25	$1.112 \cdot 10^{10}$	

Tablica 4.

Pri određivanju Coulombove konstante pretpostavili smo da su težišta naboja kuglica u njihovim središtima, a zapravo su, zbog međusobnog odbijanja istoimenih naboja kuglica udaljenija. Pretpostavili smo i da svaka od kuglica ima naboj kao da je sama priključena na izvor napona. Međutim, kapacitet kuglice, a time i količina naboja na njoj, manji su kada se u njezinoj blizini nalazi druga kuglica nego kada je sama. Zbog ovih pretpostavki, dobiveni iznosi Coulombove konstante su veći od iznosa koji možemo naći u literaturi.