

Sudoku i druge popularne kombinatorno-logičke društvene igre

Žarko Čulić¹

Na Matematičkom odsjeku PMF-a počelo je od ljetnog semestra školske godine 2014./2015. predavanje novog fakultativnog kolegija pod nazivom *Metode rješavanja sudokua* kojeg mogu pohađati studenti svih studija, a vodi ga redoviti profesor Nikola Sarapa.

Zašto baš sudoku? Iako se igre općenito mogu dijeliti prema različitim kriterijima [5], mi ćemo ovdje ukratko usporediti najpopularnije kombinatorno-logičke društvene igre današnjice koje su rasprostranjene i popularne u cijelom svijetu.

Šah je najpoznatija misaona društvena igra. Prvo spominjanje šaha datira s kraja 6. stoljeća, ali općenito se smatra da je nastao znatno ranije, vjerojatno oko početka naše ere i to u Indiji [14]. Igraju ga 2 osobe na šahovskoj ploči s 32 bijela i 32 crna polja te dva seta po 16 bijelih i 16 crnih figura, primjenjujući ne pretjerano komplicirana osnovna pravila s ciljem 'matiranja' protivnika/suigrača. Kada naučite osnovna pravila zapravo naučite uglavnom micati figure, ali će vas iole bolji suigrač pobijediti u 4 do 10 poteza. Da bi bili uspješniji u igri morate proučiti mnoge partije, načine otvaranja, načine napada, obrane i na kraju završnice s različitim figurama. Zato postoje brojne šahovske knjige, ali i klubovi u kojima se stalnim igranjem usavršava taktika, brojne opcije i česte pozicije. Broj mogućih kombinacija procjenjuje se na oko $2.28 \cdot 10^{46}$. Već nakon 2 poteza postoji 72084 različitih pozicija. Broj mogućih varijanti razvoja igre nakon 40 poteza procjenjuje se na oko 10^{115} do 10^{120} [15]. Premoć računala nad čovjekom u šahu je svakako neupitna u skoroj budućnosti zbog konačnog broja poteza, iako trenutno, vjerojatno, još uvijek nisu jača od najboljih svjetskih velemajstora bez obzira što je prvu pobjedu nad nekim aktualnim svjetskim prvakom ostvarilo IBM računalo "Deep Blue" 1996. godine nad Gari Kasparovim, jednim od najboljih igrača šaha u povijesti. Kasparov je dobio prvi meč 4 : 2, a već sljedeće godine je održan revanš u kojem je "Deep Blue" pobijedio ukupnim rezultatom $3\frac{1}{2}$ naprama $2\frac{1}{2}$. Iako

¹ Mr. sc. Žarko Čulić je predavač na Matematičkom odsjeku PMF-a; e-pošta: zculic@math.hr

je Kasparov na početku donekle olako shvatio taj meč, već se u drugoj partiji žalio na pomoć “ljudskog faktora” računalu i u završnici te partije je propustio remizirati ponavljanjem poteza. Tijekom tog kontroverznog meča nikome nije dopušten pristup prostoriji s računalima i opremom, bilo je i “psiholoških pritisaka” na Kasparova, a poslije meča nikome nisu dani na uvid “logfile” zapisi partija iako je to bilo unaprijed dogovoreno. Nakon meča je oprema Deep Blue-a ubrzo demontirana i nije dopušten revanš, a dionice IBM-a su skočile 15% (o događaju je snimljen zanimljiv film: “Game Over: Kasparov and the machine”) [17].

Go je najstarija poznata strateška igra na svijetu nastala u Kini oko 2000. godine prije nove ere [18]. Igraju je dva igrača koji naizmjenice postavljaju svoje crne i bijele figure na ploču koja se sastoji od 19 vodoravnih i 19 okomitih linija s ciljem stvaranja tzv. ‘teritorija’ i preko njih kontrole pozicije na ploči. U igri Go je naglašena strateška komponenta, a broj mogućih poteza nadmašuje onaj u šahu. Iako je već 1964. osnovan prvi Go-klub u Hrvatskoj i 1970. Go savez Hrvatske, a Riječanin Zoran Mutabžija dva puta osvojio naslov prvaka Europe [8], igra Go kod nas, a i u svijetu općenito, nikad nije stekla popularnost kao šah ili bridž.

Najpoznatija kartaška igra je svakako **Bridž**. Igraju je 4 osobe podijeljene u dva para sa špilom od 52 karte. Sama pravila su prilično zahtjevna i bez tečaja uvoda u bridž od 10-tak sati teško da ćete ga uopće i moći započeti igrati [6]. Stoga i postoje brojne knjige (više nego o šahu) i klubovi koji organiziraju tečajeve, ali i igre bridža više puta tjedno. Hrvatski bridž savez je osnovan 1991. i okuplja sve klubove u Hrvatskoj [24]. U Zagrebu su najpoznatiji klubovi *Bridž klub dr. Jurica Tomljenović* na FER-u [23] i *Zagrebački bridž klub* u Domu sportova [22]. Smatra se da je bridž jedna od najlucidnijih i najzanimljivijih igara koju je ljudski um smislio, a broj mogućih kombinacija iznosi $(52!)/((13!)^4)$ što približno iznosi $5.36 \cdot 10^{28}$. Svako dijeljenje je zapravo nova partija jer postoji $(52!)/(13!39!)$ različitih dijeljenja, odnosno točno 635 013 559 600 [3]. Ljepota ove igre je to što u turnirskom bridžu svi igraju s istim kartama, pa se isključuje sreća, a po konačnim rezultatima se vidi koji je par uspješniji i bolji. Analiza vjerojatnosti raspodjele karata kod suigračkog para značajno utječe na strategiju igre. Bridž je igra koja razvija kolektivnost jer uspjeh u igri isključivo ovisi od razumijevanja i suradnje s partnerom s kojim su svi dogovori dopušteni, ali moraju na zahtjev suparnika ili suca biti pojašnjeni. Postoje brojni turniri diljem svijeta na kojima su bogate nagrade, a organiziraju se i različita nacionalna i svjetska prvenstva, pa se pojedinci odlučuju na profesionalno bavljenje bridžom.

Puno manje zahtjevna i više *kućna* kartaška igra je **Preferans**, gdje igraju 3 osobe sa špilom od 32 karte [7]. Preferans je vrlo zanimljiva igra kojoj draž daje mogućnost igranja ne samo na sve štihove (licitacija Sans), već i igra bez štihova (licitacija Betl). Ishod u preferansu ipak primarno ovisi o sreći u kvaliteti dobivenih početnih karata i talona. Da bi se to izbjeglo, preferans klubovi primjenjuju turnirsko igranje i bodovanje kao u bridžu tako da je sreća svedena na minimum [19].

Pasijans kartaške igre namijenjene su jednoj osobi i uglavnom su manje logički i kombinatorno zahtjevne, te iako su globalno popularne, prvenstveno su namijenjene kratkotrajnoj osobnoj zabavi i razbibrizi. Mogu se naći u različitim desktop i internet varijantama i igrati kad god poželite.

Rubikova kocka je kombinatorna 3-D igra koju je 1974. godine izmislio mađarski profesor arhitekture Erno Rubik, a svjetsku je slavu stekla 80-tih godina prošlog stoljeća. Kocka se sastoji od 6 strana s 3×3 manjih kockica u 6 različitih boja (dizajna) koje se mogu okretati u sve tri osi: naprijed-nazad, lijevo-desno i gore-dolje. Cilj je složiti kocku na način da je na svakoj stranici jedna boja (isti dizajn). Ukupno ima $8! \cdot 3^7$ (mogućnost rasporeda 8 vrhova kocke, od kojih je 7 neovisnih) $\cdot (12!/2)$ (načina razmještaja 12 strana) $\cdot 2^{11}$ (11 rubova se mogu okretati neovisno) = 43 252 003 274 489 856 000 različitih kombinacija, odnosno oko $43.2 \cdot 10^{18}$. Ako

gledamo teoretski sve moguće kombinacije, tada ih ima $8! \cdot 3^8 \cdot 12! \cdot 2^{12}$, odnosno 12 puta više ili točno 519 024 039 293 878 272 000 [20]. Na internetu možete naći brojne stranice koje nude instant rješenja za slaganje prvog, srednjeg i zadnjeg sloja kocke jednostavnim okretima u nekoliko koraka. Na taj način svi koji to žele mogu postati 'majstori' za rješavanje Rubikove kocke [21].

Ono što je 80-tih godina prošlog stoljeća bila Rubikova kocka, to je 2005. postala logička igra **Sudoku** [9]. Ova igra se prvi put pojavila 1979. godine u prilogu američkog časopisa *Dell Magazines* pod nazivom Number Place (brojevno mjesto) i smatra se da je autor umirovljeni američki arhitekt Howard Garns. Pet godina kasnije se igra pojavila u japanskim novinama *Monthly Nikolist, Nikoli*, pod japanskim nazivom koji je kasnije skraćen u sudoku, a znači 'single number' (jedan broj). Svjetski putnik i umirovljeni sudac Wayne Gould 1997. godine posjećuje Japan i upoznaje se s igrom sudoku te počinje izrađivati računalni program za generiranje sudokua. Krajem 2004. londonski *Times* objavljuje Gouldove sudokue, a u siječnju 2005. se igra pojavljuje i u *Daily Telegraphu*. Od tada se sudoku proširio diljem svijeta nevjerojatnom brzinom i postao međunarodni hit kao kombinatorna igra razmještaja brojeva na bazi logike. Danas postoje svjetska prvenstva [14], brojne internet stranice, specijalizirane tiskovine, blogovi, kao i knjige koje se bave isključivo s igrom sudoku.

Od 2005. sudoku postaje svjetski popularna igra za sve uzraste od 6 do 106 godina. Prednosti igre sudoku su izuzetno jednostavna pravila i to što vam ne treba suigrač, a možete je igrati bilo gdje i bilo kada. Budući da sudoku danas izlazi u gotovo svim dnevnim i tjednim tiskovinama potrebna vam je samo olovka. Također, brojne besplatne sudoku desktop i internet aplikacije omogućuju igranje na mobitelima, tabletima i računalima te preko interneta u svako vrijeme [12]. Te činjenice, kao i izuzetno jednostavna i lako razumljiva knjiga *Sudoku izazov – Od početnika do majstora*, koju iskreno preporučam svima, a posebno početnicima, autora profesora N. Sarape i D. Sarape [1], bile su poticaj za pokretanje ovog fakultativnog kolegija na Matematičkom odsjeku, a ujedno i kao pandan sličnim fakultativnim predmetima *Šah* i *Uvod u bridž* na FER-u.

Broj različitih sudokua iznosi približno $6.67 \cdot 10^{21}$ ili 6 670 903 752 021 072 936 960 točno. Ako se uzmu u obzir simetrije poput rotacija, zrcaljenja i permutacija dolazimo do ukupno 5 472 730 538 jedinstvenih rješenja [9]. Vidimo da sudoku ima manje kombinacija od šaha i bridža, ali više od Rubikove kocke.

Postoji čitav niz izvedenica izvornog sudokua: *Mini sudoku* (6×6), *Sudoku XP* (16×16), *Kiler sudoku* (regije su nepravilnog oblika i različite veličine uz zadanu sumu brojeva u regiji), *X sudoku* (u obje dijagonale treba upisati sve brojeve od 1 do 9), *Jigsaw sudoku* (regije nisu kvadrati, već ćelije od 9 polja nepravilnog oblika poput puzzli), *Color sudoku* (postoje dodatna područja obojena različitim bojama koja treba popuniti brojevima 1 do 9), itd.

Standardni sudoku ima 9×9 polja podijeljenih u 9 redaka, 9 stupaca i 9 manjih 3×3 kvadrata. Recima se najčešće označuju sa slovima A do I počevši od gornjeg, stupci se označuju brojevima 1 do 9 slijeva nadesno, a kvadrati rimskim brojevima I do IX redom počevši od gornjeg lijevog kvadrata. Blok čine 3 povezana kvadrata u retku ili stupcu. Ako nema oznaka tada se polja označavaju s brojem retka i stupca, npr. r2s4 označava polje u drugom retku i četvrtom stupcu.

Pravila su kao što smo rekli, izuzetno jednostavna: svaki od devet redaka, devet stupca i devet 3×3 kvadrata sudokua kojeg čini mreža od 9×9 polja, trebaju sadržavati sve brojeve od 1 do 9 tako da se u svakom retku, stupcu i kvadratu brojevi 1 do 9 pojavljuju samo jednom. Nevjerojatno je da je igra s tako jednostavnim pravilom, koje stane u jednu jedinu rečenicu, postala svjetski popularna. Dakako, postoje i dodatna pravila koja oplemenjuju igru, ali nisu nužna: da nema više od 32 upisana početna broja; da je sudoku simetričan, odnosno da su popunjena ista početna polja kada se

sudoku zarotira za 180° (oba pravila je predložio japanski list *Nikoli* 1986.); da se sudoku može riješiti isključivo primjenom logičkih metoda bez potrebe za pogađanjem (za što se zalaže Peter Gordon [2]) i da postoji samo jedno točno rješenje sudokua (ovo je uglavnom općeprihvaćeno pravilo).

Postoji preko 70 različitih metoda za rješavanje sudokua: od osnovnih, standardnih, naprednih i vrlo naprednih koji znaju biti teški i vrlo zahtjevni, do metoda pokušaja i pogrešaka, odnosno pogađanja [10], [11]. Tablicu najčešćih metoda možete naći na [25]. Terminologija sudokua je dosta neujednačena i razni autori koriste različite ili slične nazive za iste pojmove i tehnike rješavanja. Npr. za pojam *povezanih područja* (povezana polja u retku, stupcu ili kvadratu) koriste se ovisno o autorima, termini *House*, *Home* i *Unit*, a za zadnji preostali broj u praznom polju retka, stupca ili kvadrata, tzv. *zadnji broj* (ZB), koriste se termini *Full House* i *Last Digit*. Ako u nekom polju postoji samo jedan broj (kandidat) za rješenje tog polja, taj broj zovemo *jedini (očiti) broj* (JB), engleski naziv je *Naked Single*, a ako je taj broj jedini u povezanom području, ali nije odmah vidljiv zbog postojanja i drugih kandidata u tom polju, tada koristimo naziv *skriveni broj* (SB) engleski nazivi su *Hidden Singl* i *Pinned Digit*.

Danas se za generiranje i rješavanje sudokua koriste isključivo računalni programi [9]. Rješavanje se svodi na nekoliko metoda, najčešće na *backtracking algoritam*, tj. sistemski oblik pokušaja i pogrešaka, a programi za rješavanje se koriste i za zadavanje početnih brojeva u mreži. U početku su se sudoku mreže konstruirale ručno, a danas se to obavlja uglavnom preko posebnih algoritama. Način je sljedeći: u početnu mrežu upisuju se brojevi slučajnim izborom i rasporedom i tada se pokreće program za rješavanje. Ako zadana mreža ima jedinstveno rješenje, proces je gotov, a ako rješenje ne postoji, odnosno mreža je u kontradikciji, jedan broj se uklanja s početne mreža i ponavlja provjera. Ako zadana mreža ima više rješenja, izabire se samo jedno i algoritam dodaje u početnu mrežu onoliko brojeva koliko je potrebno da bi se dobilo jedinstveno rješenje. Svaki proizvođač aplikacija za generiranje i rješavanje sudokua ima svoje specifičnosti u klasifikaciji sudokua; u osnovi su slične uz razlike u brojčanim koeficijentima i pripadnim metodama. Svaka metoda ima svoju težinu, uobičajeno od 1.0 do 10.0; npr. zadnji preostali broj u povezanom području ima težinu 1.0, a forsirani lanci (*Forcing Chains*) 8.0 do 10.0. U ovisnosti o metodama korištenim/ nužnim za rješavanje, sudokui se najčešće klasificiraju u pet standardnih težina kao kod programa *Sudoku Explainera* [13]:

1. **Lagano (Easy):** težina 1.0 do 1.3 (osnovne + neke standardne metode)
2. **Srednje (Medium):** težina 1.4 do 1.6 (+ standardne metode)
3. **Teško (Hard):** težina 1.7 do 2.5 (+ napredne metode)
4. **Vrlo teško (Fiendish):** težina 2.6 do 6.2 (+ pojedine vrlo napredne metode)
5. **Ekstremno teško (Diabolical):** težina > 6.2 (+ vrlo napredne metode)

U pojedinim programima postoji i finija raspodjela tako da je klasifikacija *lagano* podijeljena u *vrlo laganu* (very easy) i *laganu* (easy), *srednja* u *umjerenu* (moderate) i *naprednu* (advanced), *vrlo teška* u *vrlo tešku* (very hard) i *đavolsku* (fiendish), a *ekstremno teška* u *unfair* ili *nightmare* i *behind nightmare* čija je težina iznad 10.0.

Minimalni broj upisanih početnih brojeva je 17 (što do danas nije dokazano teoretskim pristupom već samo pretraživanjem svih rješenja u potrazi za sudokuom sa 16 početnih brojeva [4]), a maksimalni 32 (iznad toga se smatra da bi sudoku bio previše lagan). Ovaj maksimalan broj nije obavezan, tako da u praksi možete naći sudoku igre i s više početnih brojeva. Ponekad su sudokui s više početnih brojeva teži od onih s manje početnih brojeva, tako da broj početnih brojeva tek u kombinaciji s njihovim razmještajem u mreži 9×9 polja određuje stvarnu težinu sudokua.

Iako logika nalaže da se rješavanje sudokua počne u retku, stupcu ili kvadratu s najviše upisanih početnih brojeva, svatko s vremenom usvoji svoj način rješavanja: neki

počinju od gornjeg lijevog kvadrata i idu redom te pretražuju brojeve koji nedostaju, dio njih to radi skenirajući po blokovima od po 3 kvadrata, neki pretražuju cijelu mrežu uočavajući brojeve koji su jedino mogući nakon eliminacije po recima, stupcima i kvadratima, a dio njih kombinira sve te metode. Pojedini načini su jednostavniji, ali ne postoji generalno najbolji pristup za sve mreže sudokua. Također, nakon određivanja pojedinog broja i njegovog upisa u mrežu, nastavak je opet individualan, ali je bitno da se eliminira taj broj iz povezanih polja u retku, stupcu i kvadratu te da se istraži njegov učinak na druga povezana polja.

Za početak, riješimo jedan vrlo lagani sudoku.

Primjer 1. (rejtng 1.2)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A			6	9		1	2		
B		2		3		4		7	
C	1				7				8
D	4	6					2	5	
E			3				7		
F	7	9						6	4
G	6				3				7
H		4		2		9		8	
I			8	7		6	4		

I	II	III
IV	V	VI
VII	VIII	IX

Možemo uočiti da sudoku ima 32 upisana početna broja i da je simetričan. Idemo pretražiti gornji lijevi kvadrat I: nedostaju brojevi 3, 4, 5, 7, 8 i 9. Vidimo da broj 3 može ići u polja A1, A2 i C2, pa analiziramo sljedeći broj 4 i nalazimo da 4 može ići samo u polje C3. To je metoda eliminacije po recima i stupcima kojom dolazimo do skrivenog broja (SB) koji može ići samo u to polje (pogledajte sliku ispod).

1. kvadrat I:
nedostaju brojevi 3, 4, 5, 7, 8 i 9

2. broj 3:
može u polja A1, A2 i C2

3. broj 4:
može samo u polje C3 (vidi sliku)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A			6	9		1	2		
B		2		3		4		7	
C	1		4		7				8
D	4	6					2	5	
E			3				7		
F	7	9						6	4
G	6				3				7
H		4		2		9		8	
I			8	7		6	4		

I	II	III
IV	V	VI
VII	VIII	IX

Za osnovne (bazne) metode profesor Sarapa uvodi nazive *metoda eliminacije po recima i stupcima, metoda pretraživanja redaka, stupaca i kvadrata, metoda pozicioniranja*

(određena kombinacija gornje dvije metode) i *metoda jednoznačnog određenog broja u praznom polju* [1], u stranoj literaturi se uglavnom koristi samo naziv 'Cross Hatching' (križno pretraživanje) [11], dok Peter Gordon preferira pretraživanje po blokovima i za to koristi termin 'Scanning' (skeniranje) [2].

Analogno nalazimo sljedeće: 7 u A2, 2 u C6, 4 u A8, 7 u D6, 3 u F6, 3 u D7, 8 u F7, 7 u H3, 4 u G4, 4 u E5, 2 u F5, 2 u E1, 8 u E2, 5 u F3, 1 u D3 (zadnji broj u kvadratu IV, ZB), 6 u E4, 6 u B5, 8 u A5, 8 u B1, 5 u C4 (ZB), 5 u A1, 5 u B7, 1 u Bf, 6 u C7, 9 u C8, 3 u A9 (ZB), 2 u G3, 9 u I1, 8 u G6, 3 u I8, 5 u G8, 5 u I2, 5 u H5, 1 u I5 (ZB), 9 u G7, 3 u H8 (SB u stupcu 1), 1 u G2 (ZB), 3 u C2 (ZB u stupcu 2), 9 u B3 (ZB), 9 u D5 (ZB u stupcu 5), 5 u E6 (ZB u stupcu 6), 1 u H7 (ZB u stupcu 7), 1 u E8 (ZB u stupcu 8), 9 u E9 (ZB), 8 u D4 (ZB u retku 4), 1 u F4 (ZB), 6 u H9 (ZB u retku 8) i 2 u I9 (ZB).

Redoslijed rješavanja može biti i drugačiji. Uočite da je zadnji broj 2 u I9 ne samo ZB u kvadratu IX, već ujedno i ZB u retku 9 i ZB u stupcu 9. Analiza: ukupno smo imali 32 puta eliminaciju po recima i stupcima i 17 puta zadnji broj u praznom polju retka, stupca ili kvadrata, odnosno $32 \times$ skriveni broj (SB) i $17 \times$ zadnji broj (ZB).

Pogledajmo rješenje primjera 1:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	5	7	6	9	8	1	2	4	3
B	8	2	9	3	6	4	5	7	1
C	1	3	4	5	7	2	6	9	8
D	4	6	1	8	9	7	3	2	5
E	2	8	3	6	4	5	7	1	9
F	7	9	5	1	2	3	8	6	4
G	6	1	2	4	3	8	9	5	7
H	3	4	7	2	5	9	1	8	6
I	9	5	8	7	1	6	4	3	2

I	II	III
IV	V	VI
VII	VIII	IX

Na kraju, riješite sami jedan lagani sudoku.

Zadatak 1. (rejtng 1.5; analiza: $14 \times$ ZB, $36 \times$ SB u kvadratu, $4 \times$ SB u stupcu)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A		5		4		9			2
B	4			6				7	
C			2				8		9
D					3				7
E			4				3	6	
F					2				4
G			3				7		5
H	1			3				2	
I		4		7		8			1

I	II	III
IV	V	VI
VII	VIII	IX

Nastavak slijedi u sljedećim brojevima MFL-a.

Literatura i linkovi

- [1] N. SARAPA I D. SARAPA, *Sudoku izazov – Od početnika do majstora*, Školska knjiga, Zagreb, 2011.
- [2] P. GORDON, *Mensa Guide to Solving Sudoku: Hundreds of Puzzles Plus Techniques to Help You Crack Them All*, Sterling Publishing, N.Y., 2006.
- [3] J. A. GUBNER, *Probability and Random Processes for Electrical and Computer Engineers*, Cambridge, N.Y., 2006.
- [4] L. MOGULIĆ, *Matematika sudoku zagonetki*, Diplomski rad, Zagreb, 2012.
- [5] N. MUKIĆ, *Teorija igara: matematičke osnove mitova i paradoksa*, Magistarski rad, Novi Sad, 2014.
- [6] N. ELEZOVIĆ, *Naučite bridž za deset dana (i deset noći)*, Element, Zagreb, 2004.
- [7] G. BOROVIČAK, *Preferans – Od početka do turnirske igre*, Element, Zagreb, 2004.
- [8] Goklub Velika Gorica, *Izjednačavanje mogućnosti kroz igru GO*, prezentacija
- [9] <http://en.wikipedia.org/wiki/Sudoku>
- [10] <http://sudopedia.enjoysudoku.com/>
- [11] <http://hodoku.sourceforge.net/en/index.php>
- [12] <http://www.sudoku.com/>
- [13] http://sudopedia.enjoysudoku.com/Sudoku_Explainer.html
- [14] <http://www.worldpuzzle.org/championships/wsc/>
- [15] <http://en.wikipedia.org/wiki/Chess>
- [16] <http://bs.wikipedia.org/wiki/Šah>
- [17] <http://www.filmovi7.com/online/kraj-igre-kasparov-i-masina/>
- [18] <http://bs.wikipedia.org/wiki/Go>
- [19] <http://www.preferans.hr/>
- [20] http://en.wikipedia.org/wiki/Rubik%27s_Cube
- [21] <https://www.youtube.com/watch?v=24YcsIIV60s>
- [22] <http://www.zbk.hr/>
- [23] <http://jtz.club/>
- [24] <http://www.bridge.hr/>
- [25] http://web.math.pmf.unizg.hr/nastava/sudoku/userfiles/downloads/Sudoku_metode.pdf