

**Ispravak greške u članku “Ljetni kamp mladih matematičara
Pazin, 11. – 18. kolovoza 2013.
Matematičko modeliranje u biologiji – širenje HIV-a”**

*Tin Perkov*¹

Autori članka [1] na zanimljiv način predstavili su matematičko modeliranje u biologiji na primjerima rasta populacije i širenja HIV-a. Iako su modeli vrlo pojednostavnjeni, i dalje zahtijevaju korištenje naprednih matematičkih alata kao što su derivacije i diferencijalne jednačbe, no autori su unatoč tome postigli laku razumljivost članka. Neosporna je osnovna teza članka, po kojoj širenje HIV-a modelira tzv. logistička funkcija. No, potrebno je ispraviti jedan od zaključaka, a to je da se HIV brže širi u izoliranoj homoseksualnoj nego u izoliranoj heteroseksualnoj populaciji.

Autori su pažljivom analizom postavljenog problema za heteroseksualnu populaciju došli do diferencijalne jednačbe

$$m'(x) = C_1(n - m(x))m(x),$$

gdje je $m(x)$ broj zaraženih muških osoba u populaciji od n ženskih i n muških heteroseksualnih osoba nakon proteklog vremena x , a $C_1 = \frac{\alpha}{n^2}$ konstanta, pri čemu je α vjerojatnost prijenosa HIV-a sa zaražene na zdravu osobu. Jasno je obrazloženo da se

¹ Graditeljski odsjek Tehničkog veleučilišta u Zagrebu, t.in.perkov@tvz.hr

može pretpostaviti $f(x) = m(x)$, gdje je $f(x)$ broj zaraženih ženskih osoba, zbog čega je gornja diferencijalna jednačba dovoljna za rješenje problema.

Sličnim razmatranjem za homoseksualnu populaciju dobije se diferencijalna jednačba

$$h'(x) = C_2(n - h(x))h(x),$$

gdje je $h(x)$ broj zaraženih u populaciji od n homoseksualnih osoba, a $C_2 = \frac{2\alpha}{n(n-1)}$.

To znači da je za oba slučaja potrebno riješiti diferencijalnu jednačbu oblika $f'(x) = c(n - f(x))f(x)$, čije rješenje je logistička funkcija

$$f(x) = \frac{ne^{ncx}}{e^{ncx} + A},$$

gdje je A konstanta koju možemo izračunati ako znamo $f(0)$, što odgovara početnom broju zaraženih osoba.²

Aproksimirajući $C_2 \approx 2C_1$ i crtajući grafove, autori konstatiraju da se HIV brže širi u homoseksualnoj populaciji. Međutim, pogrešno je uspoređivati populaciju od n ženskih i n muških heteroseksualnih osoba s populacijom od n homoseksualnih osoba. Usporediva populacija bila bi ona od $2n$ homoseksualnih osoba. Pritom je

$C_2 = \frac{2\alpha}{2n(2n-1)}$, te stoga možemo aproksimirati sasvim obratno $C_2 \approx C_1/2$. Naravno,

treba paziti da sada ne upadnemo u zamku i olako proglasimo da se HIV zapravo brže širi u heteroseksualnoj populaciji. Primijetimo da u logističku funkciju, osim što umjesto c uvrštavamo $c/2$, trebamo i umjesto n uvrstiti $2n$. Tako dobijemo

$$f(x) = \frac{2ne^{ncx}}{e^{ncx} + A}.$$

S obzirom da za širenje HIV-a u heteroseksualnoj populaciji treba zbrojiti $f(x) + m(x)$, što je zbog pretpostavke $f(x) = m(x)$ zapravo $2f(x)$, u oba slučaja dobivamo $\frac{2ne^{ncx}}{e^{ncx} + A}$, pa možemo zaključiti da se HIV širi podjednako brzinom u izoliranoj heteroseksualnoj i u izoliranoj homoseksualnoj populaciji.

Literatura

- [1] M. LJULJ, V. STIPETIĆ, *Ljetni kamp mladih matematičara Pazin, 11. – 18. kolovoza 2013. Matematičko modeliranje u biologiji – širenje HIV-a*, Matematičko-fizički list **54** (2014) 233–237.

² Ako je zadano $f(0)$, kažemo da je zadan početni uvjet za diferencijalnu jednačbu.