Rješenje nagradnog natječaja br. 206

Odredi sve prirodne brojeve a i b takve da je broj $\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{a}}{\sqrt{3}+\sqrt{b}}$ racionalan.

Rješenje. Označimo $\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{a}}{\sqrt{3}+\sqrt{b}} = \alpha \in \mathbf{Q}$. Odavde je $\sqrt{a}-\alpha\sqrt{b} = \alpha\sqrt{3}-\sqrt{2}$, pa se kvadriranjem dobiva $a+\alpha^2 b - 2\alpha\sqrt{ab} = 3\alpha^2+2-2\alpha\sqrt{6}$, tj. $\sqrt{ab} = \beta+\sqrt{6}$, gdje je $\beta = 0$ i $ab = 6$. Imamo četiri mogućnosti.

1° $a=1,\ b=6$: $\alpha = \dfrac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{3}+\sqrt{6}} = \dfrac{1}{\sqrt{3}} \notin \mathbf{Q}$

2° $a=2,\ b=3$: $\alpha = \dfrac{2\sqrt{2}}{2\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{6}}{3} \notin \mathbf{Q}$

3° $a=3,\ b=2$: $\alpha = \dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} = 1 \in \mathbf{Q}$

4° $a=6,\ b=1$: $\alpha = \dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{\sqrt{3}+1} = \sqrt{2} \notin \mathbf{Q}$.

Dakle, postoji jedno i samo jedno rješenje $a=3,\ b=2$.

Knjigom Branimir Dakić, *Matematičar u Zagrebu* nagrađeni su ovi rješavatelji:

1. *Sara Džebo* (2), Peta gimnazija, Sarajevo, BiH;
2. *Petar Orlić* (2), XV. gimnazija, Zagreb;
3. *Ivan Sinčić* (8), Osnovna škola "Milan Brozović", Kastav.

Riješili zadatke iz br. 3/255

(Broj u zagradi označava razred–godište srednje–osnovne škole.)

a) Iz matematike: *Domagoj Dorešić* (2), XV. gimnazija, Zagreb, 3401; *Sara Džebo* (2), Peta gimnazija, Sarajevo, BiH, 3401–3403, 3405, 3408, 3410–3412; *Amina Helać* (4), Peta gimnazija, Sarajevo, BiH, 3401–3403, 3405, 3410, 3412; *Petar Orlić* (2), XV. gimnazija, Zagreb, 3401–3408, 3410–3412; *Zlatko Petolas* (1), Gimnazija Lucijana Vranjanina, Zagreb, 3401–3413; *Luka Tadić* (4), Srednja škola Donji Miholjac, Donji Miholjac, 3404, 3407, 3412.

b) Iz fizike: *Klara Dorešić* (8), OŠ Mate Lovraka, Zagreb, 370–373; *Luka Ilić* (8), OŠ Mate Lovraka, Zagreb, 372, *Lucija Matić* (8), OŠ Mate Lovraka, Zagreb, 372.

Nagradni natječaj br. 208

Odredi sva realna rješenja (x,y) jednadžbe

$$(4x^2+6x+4)(4y^2-12y+25) = 28.$$