



Stručni studiji Tehničkog veleučilišta u Zagrebu

Tin Perkov¹, Mandi Orlić², Tihana Strmečki³, Ivica Vuković⁴

U ovom članku predstavljamo stručne studije računarstva, informatike, elektrotehnike i graditeljstva, koji se izvode na Tehničkom veleučilištu u Zagrebu. Nastojali smo dati objašnjenja koja će, vjerujemo, čitateljima olakšati razumijevanje podataka o studijima dostupnih na internetu, koje pak u tekstu ne kopiramo, nego na njih upućujemo navođenjem mrežnih adresa. S obzirom na profil MFL-a, a i činjenicu da su autori nastavnici matematičkih kolegija na tim studijima, članak obiluje primjerima zadataka iz tih kolegija. Njima želimo ilustrirati vezu između znanja stečenog u ranijem školovanju i novih spoznaja koje donosi studiranje.

Uvodno o TVZ-u

Veleučilište je visokoškolska ustanova koja izvodi više stručnih studija. Radi se o vrsti studija koja kod nas ima veliku tradiciju, a ranije je bila poznata kao viša škola. U bolonjskoj shemi paralelna je sa sveučilišnim studijima, također s mogućnošću da se u tri godine preddiplomskog i dvije godine diplomskog studija stekne visoka stručna sprema. U ovom članku govorit ćemo samo o preddiplomskim stručnim studijima Tehničkog veleučilišta u Zagrebu (TVZ), kojima se stječu inženjerska zvanja u područjima računarstva, informatike, elektrotehnike i graditeljstva.

Cilj stručnih studija je obrazovanje za gospodarstvo, dok sveučilišni studiji imaju i drugi cilj – nadarene studente usmjeriti prema znanstvenom radu. Zbog toga se u izradi programa stručnih studija nastoje ponuditi konkretna znanja kako bi na kraju studija novi inženjer bio što spremniji za preuzimanje radnih zadataka u svojoj struci. Mnogi nastavnici su vanjski suradnici, stručnjaci iz gospodarstva.

Upis na studij obavlja se putem Nacionalnog informacijskog sustava prijava na visoka učilišta (NISPVU). Ocjene iz srednje škole donose 40%, a uspjeh na državnoj maturi 60% mogućih bodova, od čega veliku većinu, 40–50%, ovisno o studiju, nosi matematika, i to obavezno razine A, po trenutno važećim pravilima. Iznimni uspjesi na natjecanjima donose izravan upis. Detaljna pravila po studijima možete pročitati na mrežnoj stranici TVZ-a (www.tvz.hr).

Stručni studiji traju tri akademske godine. Svaka od njih traje po prilici od početka listopada do kraja rujna sljedeće godine, a podijeljena je na dva semestra. Zimski semestar završava u siječnju, a u veljači se održavaju zimski ispitni rokovi. Ljetni semestar traje od ožujka do lipnja, a slijede ljetni ispitni rokovi do sredine srpnja i

¹ Graditeljski odjel TVZ-a, tin.perkov@tvz.hr

² Graditeljski odjel TVZ-a, mandi.orlic@tvz.hr

³ Informatičko-računarski odjel TVZ-a, matematika.tvz@gmail.com

⁴ Elektrotehnički odjel TVZ-a, ivica.vukovic@tvz.hr

jesenski u rujnu. Na TVZ-u se mnogi ispiti mogu položiti u cijelosti ili djelomično tokom samog semestra na dva ili više kolokvija na kojima se polaže dio po dio gradiva, ali zadržani su i klasični ispitni rokovi, na kojima se cjelokupni sadržaj pojedinog kolegija polaže odjednom.

Studiji TVZ-a su u velikoj mjeri informatizirani. Evidencija upisa i ispita vodi se preko Informatičkog sustava visokih učilišta (ISVU), kojem studenti pristupaju pomoću Studomata (www.isvu.hr/studomat). Umjesto klasičnog indeksa uveden je e-indeks, kartica na kojoj su pohranjeni podaci o studentu.

Ako student ne položi neke ispite, sljedeće akademske godine ponovo upisuje te kolegije, ali može upisati i dio kolegija više godine. Redosljed polaganja ispita dijelom je zadan preduvjetima, što znači da neke kolegije nije moguće polagati ili čak ni upisati ako nisu položeni njihovi preduvjeti, npr. bez položene Matematike I nije moguće upisati nijedan stručni kolegij trećeg semestra studija graditeljstva.

Svaki kolegij nosi određen broj ECTS bodova (*European Credit Transfer System*), koji bi trebali omogućiti lakšu mobilnost studenata. Završetkom stručnih studija TVZ-a stječe se najmanje 180 ECTS bodova i zvanje stručni prvostupnik (*baccalaureus*) inženjer, odnosno stručna prvostupnica (*baccalaurea*) inženjerka graditeljstva, informatike, računarstva, odnosno elektrotehnike. To omogućuje nastavak obrazovanja na diplomskim studijima TVZ-a, ali uz određene dodatne uvjete i na drugim domaćim i europskim institucijama. Također, mnogi sveučilišni prvostupnici odlučuju se za diplomatske studije TVZ-a.

Studij graditeljstva

Svrha studija graditeljstva je obrazovanje kadrova za građevinsko gospodarstvo, s naglaskom na izvođenje objekata. Kolegije možemo podijeliti na temeljne i stručne, a potonje na zajedničke i one koji se odnose na pojedine smjerove studija. Cilj stručnih kolegija je osobito prenošenje znanja o tehnologiji i organizaciji građenja, osiguranju kvalitete, kontroli troškova, građevinskog regulativi, a u novije vrijeme i zaštiti okoliša, posebno voda. No, svaka tehnička struka zasnovana je na fundamentalnim znanostima (graditeljstvo osobito na matematici i fizici) pa se prvi semestri tehničkih studija velikim dijelom posvećuju temeljnim kolegijima. Oni se izravno nadovezuju na srednjoškolsko obrazovanje, pa predstavljaju most između srednje škole i nastavka studija.

Kolegij Fizika sluša se u drugom semestru, ali fizikom su prožeti i mnogi stručni kolegiji, što osobito ilustrira samo ime kolegija Tehnička mehanika u prvom semestru. Matematika I i II te Nacrtna geometrija u graditeljstvu I i II, također su kolegiji prve godine. U prvom semestru usvajaju se matematički temelji nacrtna geometrije, a drugi semestar izravno je posvećen primjeni u graditeljstvu, posebno konstrukcijama krovništa i terena. Matematika I bavi se vektorima, sustavima jednačbi, funkcijama i derivacijama, a Matematika II integralima, diferencijalnim jednačbama i numeričkim metodama, tj. približnim računom.

Kao i na drugim studijima, nastava se sastoji od predavanja i vježbi. Grubo rečeno, na predavanjima se izlaže teorija, a na vježbama rješavaju zadaci i problemi. Specifičnost studija graditeljstva je praktična nastava – konstruktivne vježbe, terenska nastava i programski ili projektni zadaci, koje studenti rješavaju dijelom na nastavi, a dijelom samostalno, kao jednu od obaveza iz gotovo svih stručnih kolegija, ali i npr. Nacrtna geometrije. Posljednji semestar je gotovo u cijelosti posvećen stručnoj praksi koju

studenti odrađuju u građevinskim tvrtkama i izradi završnog rada izravno povezanog sa stručnom praksom.

Smjer se bira na polovici studija, pri upisu četvrtog semestra. Tradicionalni smjerovi su Visokogradnja i Niskogradnja, a noviji Građevinsko poduzetništvo i Okoliš u graditeljstvu. Prva tri semestra posvećena su, dakle, temeljnim i zajedničkim stručnim kolegijima. Iscrpan popis i sadržaj svih kolegija potražite na već spomenutim mrežnim stranicama www.tvz.hr. Ovdje još navodimo nekoliko karakterističnih zadataka iz kolokvija i pismenih ispita iz Matematike I i II. Upute i rješenja možete pronaći na kraju članka.

1. Na krovu u obliku pravilne četverostrane piramide, čija je baza kvadrat stranice 11, a visina 7, izračunajte kut kosog brida prema osnovici.
2. Odredite tangentu na graf funkcije $f(x) = \ln(2x + 3)$ koja je paralelna s pravcem $y = 2x + 4$.
3. Ispitajte tok i nacrtajte graf funkcije $f(x) = \frac{e^x}{2x + 1}$.
4. Izračunajte površinu omeđenu jednim brijegom krivulje $y = 3 \sin(2x + 4)$ i osi x .

Studiji računarstva i informatike

Iako se na prvi pogled čini da su sinonimi, studiji informatike i računarstva na TVZ-u bitno su različiti – studij računarstva orijentiran je izravno na programiranje i razvoj računalnih sustava, dok studij informatike ima naglasak na primjeni. Već na prvoj godini razlika je vidljiva i u temeljnim i u stručnim kolegijima. Primjerice, oba smjera imaju kolegij Fizika, ali na studiju informatike u program tog kolegija uključeno je gradivo iz elektriciteta, koje se na studiju računarstva obrađuje u posebnom kolegiju Osnove elektrotehnike i elektronike. Računarstvo ima općenit kolegij Primjene računala, dok informatika već u startu ima više specijalnih kolegija iz primjene.

Sami nazivi smjerova, koji se biraju na drugoj godini studija, još jasnije ocrtavaju razliku između ova dva studija: na računarstvu su to Inženjerstvo računalnih sustava i mreža i Programsko inženjerstvo, a na informatici Organizacija i informatizacija ureda, Elektroničko poslovanje i Informatički dizajn. Detaljnijim pregledom popisa i sadržaja kolegija na mrežnim stranicama www.tvz.hr možete se dodatno informirati kako biste otkrili koji od studija su bliži vašim afinitetima.

Jasno, ovi studiji ne bi imali smisla da ne raspoložu potrebnom računarnom, audio-video i fotografskom opremom te specijaliziranom informacijskom opremom za primjenu u grafičkom dizajnu. Ključnu komponentu nastave čine laboratorijske vježbe iz velike većine kolegija, koje se održavaju u suvremeno opremljenim učionicama.

Matematički kolegiji na studijima računarstva i informatike imaju isti program, a slušaju se na prvoj godini. U Matematici I utvrđuje se i nadograđuje gradivo srednje škole iz područja klasifikacije funkcija, skiciranja grafova, kompleksnih brojeva, vektora, matrica i determinanti te derivacija. Matematika II detaljno proučava neodređene i određene integrale te razne metode rješavanja diferencijalnih jednadžbi. Naglasak u oba predmeta je na praktičnoj primjeni naučenih metoda, koje se često koriste u drugim kolegijima. Slijede primjeri zadataka koje će studenti znati riješiti nakon odslušanih kolegija. Srednjoškolsko znanje ne omogućuje rješavanje zadataka iz integrala i pogotovo diferencijalnih jednadžbi, ali poznavanje derivacija dovoljno je za provjeru rješenja, koja možete pronaći na kraju članka.

5. Riješite sustav linearnih jednadžbi Cramerovom ili Gauss-Jordanovom metodom:

$$\begin{aligned}2x + 8y + z &= 3 \\8x + 6y + 5z &= 9 \\10x + 10y + 6z &= 10\end{aligned}$$

6. Riješite integral

$$\int \cos(6x) \cos(8 + 2 \sin(6x)) dx.$$

7. Riješite diferencijalnu jednadžbu

$$y' = \frac{(x + 2y + 6)^2 + 48}{2}.$$

8. Uz pomoć Laplaceove transformacije riješite diferencijalnu jednadžbu

$$y'' - 6y' + 13 = 0$$

uz početne uvjete $y(0) = -4$ i $y'(0) = 7$.

Studij elektrotehnike

Tradicija stručnog studija elektrotehnike u Zagrebu duga je više od 50 godina, koliko je prošlo od utemeljenja studija elektrotehnike na tadašnjoj Višoj tehničkoj školi "Rade Končar". U tom razdoblju studij je završilo gotovo 4000 inženjera elektrotehnike. Osnovni cilj studija je izobrazba inženjera elektrotehnike za samostalno obavljanje poslova projektiranja, konstruiranja, ispitivanja, servisiranja i održavanja elektroenergetskih uređaja, postrojenja i procesa. Inženjeri koji su završili stručni studij elektrotehnike rade u našim velikim tvrtkama kao što su Končar, INA, HEP, HŽ, ZET, ali i u projektnim kućama, laboratorijima, školama, državnim ustanovama i privatnim poduzećima.

Nakon prve godine studija studenti biraju jedan od triju smjerova: Energetska elektrotehnika (EE), Automatizacija i procesno računarstvo (AiPR) i Komunikacijska i računalna tehnika (KiRT). Osim obveznih kolegija, studenti zavisno o smjeru, biraju i izborne kolegije, a pri kraju stručnog studija, u šestom semestru, predviđeno je šest tjedana stručne prakse. Studij završava izradbom završnog rada i uspješnom javnom obranom rada pred stručnim povjerenstvom.

O ovom prikazu reći ćemo nešto više o matematičkim kolegijima koji se predaju na ovom studiju. Obvezni kolegiji za sve studente su Matematika 1, Matematika 2, Vjerojatnost i statistika te Matematički alati u elektrotehnici. Studenti smjera KiRT slušaju još i kolegij Numerička matematika, a studenti smjerova EE i AiPR kolegij Linearna algebra u elektrotehnici i informatici.

U kolegiju Matematika 1 obrađuju se kompleksni brojevi, sustavi linearnih jednadžbi, matrice i determinante, vektorski račun te elementarne funkcije. Sve su to teme koje su većini studenata poznate iz srednje škole. Osim toga, u kolegiju se obrađuje diferencijalni račun funkcija jedne varijable. Ilustrirajmo sadržaj toga kolegija primjerima ispitnih zadataka.

9. Zadana je matrica $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 2 & 0 & 3 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix}$.

- a) Izračunajte determinantu matrice A .
- b) Odredite $A \cdot \mathbf{b}$, gdje je $\mathbf{b} = [-2 \ 1 \ 1]^T$.
10. Funkciju $f(x) = -\sin x + \cos x$ izrazite u obliku $A \sin(\omega x + \varphi)$. Odredite temeljni period, amplitudu, nultočke te točke maksimuma i minimuma funkcije f . Skicirajte graf funkcije f .
11. Odredite najveću vrijednost umnoška druge i treće potencije dvaju pozitivnih realnih brojeva čiji je zbroj jednak 5.

Sadržaj kolegija Matematika 2 obuhvaća integralni račun, Taylorov red funkcije, Fourierov red, obične diferencijalne jednačbe te Laplaceovu transformaciju i njezinu primjenu pri rješavanju diferencijalnih jednačbi. Ovo je svakako najzahtjevniji matematički kolegij na stručnom studiju elektrotehnike što je razvidno i iz navedenoga sadržaja, ali i iz predviđene tjedne satnice od 3 sata predavanja i 4 sata vježbi. Ilustrirajmo i ovaj kolegij primjerima ispitnih zadataka.

12. Izračunajte ploštinu ravninskog lika omeđenog krivuljom $y^2 = 4x$ i pravcem $y = 2x - 4$. Skicirajte odgovarajuću sliku.
13. Odredite Fourierov red funkcije $f(x) = \begin{cases} 2, & -2\pi \leq x \leq 0 \\ -1, & 0 < x < 2\pi \end{cases}$.
14. a) Na osnovi svojstava Laplaceove transformacije odredite $\mathcal{L}\{t \cdot e^{-2t} \cdot \sin 3t\}$.
- b) Odredite inverznu Laplaceovu transformaciju $\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{2}{p(p^2 + 4)}\right\}$.

U kolegiju Vjerojatnost i statistika opisuju se osnovni pojmovi deskriptivne statistike te uvode temeljni pojmovi vjerojatnosti (klasična definicija vjerojatnosti, geometrijska vjerojatnost, uvjetna vjerojatnost i nezavisnost, diskretne slučajne varijable i normalna razdioba).⁵

Nastava u kolegiju Matematički alati u elektrotehnici u cijelosti se odvija u računalnim učionicama i izvodi u obliku laboratorijskih vježbi. Studenti upoznaju MATLAB, "paket" visoke razine te njegov radni okoliš za numeričko i matricno računanje. Kasnije će taj važan programski alat rabiti u nizu drugih elektrotehničkih kolegija.

Kolegiji Numerička matematika i Linearna algebra u elektrotehnici i informatici bave se dvjema granama matematike koje su zbog svoje primjenjivosti izuzetno važne inženjerima, a i najkraće opisivanje njihova sadržaja izlazilo bi iz okvira ovoga teksta.

Upute i rješenja

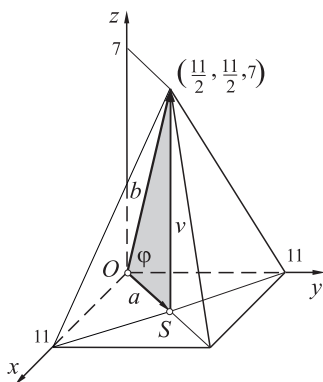
1. Kao i obično u matematici, zadatak je moguće riješiti na više načina, a ovdje je uputa za rješenje pomoću vektora. Smjestimo piramidu u prvi oktant koordinatnog sustava u prostoru kao na slici.

Traženi kut je kut između vektora \vec{a} i \vec{b} (na slici označenih podebljanim slovima). Kut

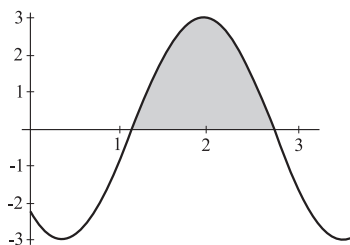
⁵ Sličan kolegij sluša se i na studijima računarstva i informatike, dok je na graditeljstvu ostavljen za diplomski studij.

među vektorima možemo izračunati pomoću formule

$$\cos \varphi = \frac{\vec{a}\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}.$$



2. Tražena tangenta je $y = 2x + 2$.
3. Domena funkcije f je $\mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{2}\right\}$. Nultočki nema, a os y siječe u točki $(0, 1)$. Pomoću prve derivacije nalazimo intervale rasta i pada. Točka lokalnog minimuma je $\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{e}}{2}\right)$. Pomoću druge derivacije zaključujemo da je funkcija konkavna (zakreće prema dolje) na $\left\langle -\infty, -\frac{1}{2}\right\rangle$, a konveksna (zakreće prema gore) na $\left\langle -\frac{1}{2}, \infty\right\rangle$. Rješavanjem limesa nalazimo da su asimptote $x = -\frac{1}{2}$ i $y = 0$. Na osnovu ovih podataka skiciramo graf.
4. Tražena površina osjenčana je na slici. Računa se pomoću određenog integrala, a jednaka je 3.



5. $x = -\frac{11}{2}$, $y = \frac{1}{2}$, $z = 10$.
6. Traženi integral je

$$\int \cos(6x) \cos(8 + 2 \sin(6x)) dx = \frac{\sin(2 \sin(6x) + 8)}{12} + C,$$

gdje je C konstanta. Ako se dosad niste susreli s integriranjem, napominjemo da je to postupak suprotan deriviranju, pa ovo rješenje možete provjeriti deriviranjem desne strane.

7. Rješenje je

$$y = \frac{-x + 7 \operatorname{tg}(7x + C) - 6}{2}.$$

Slično kao u prethodnom zadatku, deriviranjem ovog rješenja i uvrštavanjem funkcije y i njene derivacije y' u polaznu diferencijalnu jednažbu možete provjeriti da je ovo rješenje točno.

8. Rješenje je

$$y = \frac{78x + 29e^{6x} - 173}{36}.$$

Točnost možete provjeriti računanjem prve i druge derivacije ovog rješenja i uvrštavanjem u diferencijalnu jednažbu iz zadatka, te uvrštavanjem nule u funkciju y i njenu prvu derivaciju kako biste provjerili početne uvjete.

9. a) 2;

b) $[5 \quad -1 \quad 0]^T$.

10. $f(x) = \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{3\pi}{4}\right)$.

11. 108.

12. 9.