

Rješenje nagradnog natječaja br. 205

Neka je a četveroznamenasti broj prikazan u dekadskom sustavu koji ima barem dvije različite znamenke. Neka je a' najveći broj koji se može zapisati pomoću znamenaka broja a , te a'' najmanji broj koji se može zapisati pomoću znamenaka broja a . Definirajmo funkciju $T(a) = a' - a''$. Nađi sve brojeve a za koje je $T(a) = a$.

Rješenje. Broj $T(a)$ mora biti djeljiv s 9 jer je $T(a) \equiv a' - a'' \equiv 0 \pmod{9}$, a zbrojevi znamenaka brojeva a' i a'' su jednaki. Kako je $T(a) = a$ i broj a mora biti djeljiv s 9. Nađimo sve brojeve a' koji dolaze u obzir (njegove znamenke moraju biti nerastuće). Takvih brojeva ima 63:

9990	9981	9972	9963	9954	9810	9882	9873
9864	9855	9720	9711	9774	9765	9630	9621
9666	9540	9531	9522	9441	9000	8820	8811
8883	8874	8865	8730	8721	8775	8766	8640
8631	8622	8550	8541	8532	8442	8433	7776
7740	7731	7722	7650	7641	7632	7551	7542
7533	7443	6651	6642	6633	6552	6543	5553
5544	4410	4320	4311	3330	3321	3222	

Provjerom se vidi da zadovoljava samo broj $a' = 7641$. Tada je $a'' = 1467$ i $a = a' - a'' = 6174 = T(a)$.

Ovaj broj se naziva Kaprekarova konstanta prema indijskom matematičaru D. R. Kaprekaru (1905.–1986.).

Postoji još jednostavniji način za određivanje Kaprekarove konstante. Uzmimo bilo koji četveroznamenasti broj koji ima barem dvije različite znamenke. Definirajmo funkciju T kao gore. Nakon najviše 7 iteracija dobije se ta konstanta.

Knjigom M. Bombardelli, Ž. Hanjš, K. A. Škreb, *Matematička natjecanja 2012.–2013.* nagrađeni su ovi rješavatelji:

1. Sara Džebo (2), Peta gimnazija, Sarajevo, BiH;
2. Petar Orlić (2), XV. gimnazija, Zagreb.

Riješili zadatke iz br. 2/254

(Broj u zagradi označava razred–godišće srednje–osnovne škole.)

a) Iz matematike: Sara Džebo (2), Peta gimnazija, Sarajevo, BiH, 3388, 3389, 3397, 3399; Armina Huremović (1), Peta gimnazija, Sarajevo, BiH, 3388, 3389, 3399; Lejla Jašarević (1), Peta gimnazija, Sarajevo, BiH, 3388, 3389, 3399; Halil Lačević (1), Sarajevo College Ilidža, Sarajevo, BiH, 3388–3395, 3397–3399; Petar Orlić (2), XV. gimnazija, Zagreb, 3388, 3389, 3391–3394, 3397–3399.

b) Iz fizike: Klara Dorešić (8), OŠ Mate Lovraka, Zagreb, 367, 368; Lucija Matić (8), OŠ Mate Lovraka, Zagreb, 367, 368; Ante Šego (7), OŠ Mate Lovraka, Zagreb, 366, 369; Gabrijela Perkov (2), Gimnazija Antuna Vrančića, Zagreb, 1547–1549.

Nagradni natječaj br. 207

Dokaži nejednakost

$$(\log_{2013} 2014)^{-1} + (\log_{2015} 2014)^{-1} < 2.$$

SADRŽAJ LXIV. GODIŠTA

ČLANCI IZ MATEMATIKE

Šefket Arslanagić, <i>Jedna zanimljiva nejednakost za konveksni četverokut</i>	169
Šefket Arslanagić, Dragoljub Milošević, <i>Tri poboljšanja jedne nejednakosti u vezi s trokutom</i>	171
Marijana Borić, <i>Matematičke restauracije Marina Getaldića, 1. dio, 2. dio</i>	78, 184
Jens Carstensen, Alija Muminagić, <i>Geometrijska rješenja nekih zadataka s $\arctg x$</i>	175
Željko Hanjš, <i>Mladen Bestvina, svjetski poznati matematičar – topolog</i>	75
Željko Hanjš, <i>Sunčica Čanić-Mirković – istaknuta hrvatska matematičarka u SAD-u</i>	227
Vjekoslav Kovač, <i>Primjena ideje atomizacije na jedan kombinatorni tip problema</i>	219
Bojan Kovačić, <i>O vezi Lucasovih brojeva i Pascalova trokuta</i>	23
Bojan Kovačić, <i>Dva dokaza jedne trigonometrijske jednakosti</i>	230
Danijel Krizmanić, Hana Rizvić, <i>Zamijeniti ili ne zamijeniti vrata?</i>	40
Kristijan Kilassa Kvaternik, <i>Udaljenosti karakterističnih točaka trokuta</i>	163
Matko Ljulj, Vedran Stipetić, <i>Matematičko modelirane u bioplogiji – širenje HIV-a</i>	233
Dragoljub Milošević, Branislav Sredojević, <i>Jedna algebarska nejednakost i njene primjene</i>	238
Braslav Rabar, Siniša Slijepčević, <i>Paul Erdős – posveta matematičkom romantičaru</i>	17
Ivan Soldo, Ivana Vuksanović, <i>Pitagorine trojke</i>	179
Marko Stojanović, Darko Veljan, <i>Zgužvani papiri, čaša limunade, rukovanje, vjetar na zemlji i Brouwerov teorem o fiksnoj točki</i>	36
Zoran Topić, <i>Menelajev teorem i neke primjene</i>	29
Darko Veljan, <i>Pierre Deligne – dobitnik Abelove nagrade 2013. godine</i>	82

ČLANCI IZ FIZIKE

Čedo Branković, <i>Klima i klimatske promjene</i>	152
Tatjana Ivošević, Nataša Erceg, <i>Leće u različitim optičkim sredstvima</i>	7
Nikola Poljak, <i>Antimaterija – otkriće dosad najteže antimaterijske jezgre (${}^4_2\text{He}$)</i>	147
Stanko Popović, <i>Nikola Tesla, znanstvenik i izumitelj – otkriće X-zraka</i>	241
Ljiljana Sudar, <i>Kretanja koja to nisu</i>	86
Petar Svirčević, <i>Heuristika u elementarnoj fizici</i>	3

IZ MOJE RADIONICE I LABORATORIJA

Tine Golež, <i>Crni kalorimetar kućne izrade</i>	95
Jakov Labor, <i>Mjerenje brzine longitudinalnog vala u zraku pomoću kamere</i>	92
Roko Pešić, <i>Mjerenje ubrzanja sile teže pomoću Atwoodovog stroja</i>	190

ASTRONOMIJA/ASTROFIZIKA

Goranka Bilalbegović, <i>Molekule, kristali i amorfni materijali u Svemiru</i>	44
Tomislav Jurkić, <i>Simbiotske zvijezde</i>	101
Mile Karlica, <i>Neutronske zvijezde – pogled u kozmičku kovačnicu</i>	251

ZADACI I RJEŠENJA

Zadaci iz matematike: zad. 3375–3387, str. 49; zad. 3388–3400, str. 108; zad. 3401–3413, str. 191; zad. 3414–3426, str. 257
Zadaci iz fizike za osnovne škole: zad. 362–365, str. 49; zad. 366–369, str. 108; zad. 370–373, str. 192; zad. 374–377, str. 258

Zadaci iz fizike za srednje škole: zad. 1539–1545, str. 50; zad. 1546–1552, str. 109; zad. 1553–1559, str. 192; zad. 1560–1566, str. 258
Rješenja zadataka iz matematike: zad. 3351–3362, str. 50; zad. 3363–3374, str. 109; zad. 3375–3387, 193; zad. 3388–3400, str. 259
Rješenja zadataka iz fizike za osnovne škole: zad. 354–357, str. 54; zad. 358–361, str. 115; zad. 362–365, str. 200; zad. 366–369, str. 264
Rješenja zadataka iz fizike za srednje škole: zad. 1525–1531, str. 55; zad. 1532–1538, str. 116; zad. 1539–1545; zad. 1546–1552, str. 265

ZANIMLJIVOSTI

Natjecanje i smotra iz fizike 2012./13. (58) — Međunarodno matematičko natjecanje “Klokan bez granica” 2013. g. 1. dio (60), 2. dio (118) — Stari zadaci (65) — Četvrti ljetni kamp mladih matematičara, Pazin 11.–18. kolovoza 2013. (66) — 54. međunarodna matematička olimpijada 2013. g. (128) — 7. srednjoeuropska matematička olimpijada 2013. g. (131) — Milena Čulav Markičević, *Treća ljetna škola Pete* (134) — Berti Erjavec, *Noć istraživača 2013. – Zagreb, Split, Rijeka* (138) — Zvonko Benčić, *Babilonska metoda rješavanja zadataka iz analitičke geometrije* (204) — Od 1 do 50 pomoću 2014 — Međunarodna fizička olimpijada, Kopenhagen, Danska, 7.–15. srpnja 2013. (209) — 55. Državno natjecanje iz matematike, Šibenik, 2.–4. travnja 2014. (267)

IZ SVIJETA ZNANOSTI

Sanjin Marion, *Korak prema pametnijim staklima* (67) — Ivica Picek, *Higgsova čarolija i Nobelova nagrada za Fiziku 2013. g.* (139) —

NOVE KNJIGE

Tatjana Kren, Branko Hanžek, *Oton Kučera* (69) — Zdravko Kurnik, *Znanstveni okviri nastave matematike, Posebne metode rješavanja matematičkih problema, Oblici matematičkog mišljenja* (142) — Zvonimir Jakobović, *Pisanje i uređivanje stručnih i znanstvenih publikacija* (210) — Žarko Dadić, *Radovi Ruđera Boškovića iz teorijske astronomije i nebeske mehanike* (274)

NAŠI STUDENTI NA ŠKOLOVANJU U INOZEMSTVU

Željko Hanjš, *Ines Marušić u Velikoj Britaniji* 212

S NAŠIH FAKULTETA

Tin Perkov, Mandi Orlić, Tihana Strmečki, Ivica Vuković, *Stručni studiji Tehničkog veleučilišta u Zagrebu* 276
 Hrvoje Šikić, *Injeksija – predavanje s prve godine studija* 282

NAGRADNI NATJEČAJ

Nagradni natječaj br. 204, br. 205, br. 206, br. 207 71, 144, 216, 286

Druga i treća strana omota

Državno natjecanje i smotra iz fizike, Biograd na Moru, 2.–5. svibnja 2013., 1/253
 Noć istraživača 2013.–Zagreb, Split, Rijeka / 54. međunarodna matematička olimpijada, Santa Marta, Kolumbija, 18.–28. srpnja 2013., 2/254
 Izreke poznatih matematičara / 44. međunarodna fizička olimpijada, Kopenhagen, Danska, 7.–15. srpnja 2013., 3/255
 55. Državno natjecanje iz matematike, Šibenik, 2.–4. travnja 2014., 4/256

Zadnja strana omota

Josip Moser (1915.–1998.), 1/253 — Marin Getaldić (1568.–1626.), 2/254 — Dattatraya Ramachandra Kaprekar (1905.–1986.), 3/255 — Danilo Banuša (1903.–1987.), 4/256