

Torzija potresno izoliranih konstrukcija nepravilnoga tlocrta

David Koren, Vojko Kilar

Ključne riječi

potresna izolacija, nesimetrična konstrukcija, ekscentricitet mase, ekscentricitet izolacijskog sustava, elastomerni ležaj, središte krutosti

Key words

seismic isolation, nonsymmetrical structure, mass eccentricity, isolation system eccentricity, elastomeric bearing, centre of stiffness

Mots clés

isolation sismique, structure asymétrique, excentricité structurale, excentricité du système d'isolation, appareil d'appui en élastomère, centre de rigidité

Ключевые слова

землетрясительная изоляция, несимметричная конструкция, эксцентриситет массы, эксцентриситет изоляционной системы, эластомерные опоры, центр жёсткости

Schlüsselworte

seismische Isolation, unsymmetrische Konstruktion, Massenexzentrizität, Exzentrizität des Isolationssystems, Elastomerlager, Starrheitszentrum

D. Koren, V. Kilar

Izvorni znanstveni rad

Torzija potresno izoliranih konstrukcija nepravilnoga tlocrta

Razmatra se torzijski odziv potresno izoliranih nesimetričnih višekatnih armiranobetonskih okvirnih konstrukcija pri jakom seizmičkom djelovanju. Analizirano je više varijanti (3 stupnja torzijske krutosti, 3 stupnja ekscentričnosti mase) izvorno simetrične konstrukcije, s različito raspoređenim elastomernim ležajevima. Rezultati dokazuju da pravilno raspoređeni protupotresni izolatori mogu bitno reducirati nepoželjne torzijske utjecaje gornje konstrukcije i izolacijskog sustava.

D. Koren, V. Kilar

Original scientific paper

Torsion of seismically isolated structures of irregular plan

Torsional response of seismically isolated nonsymmetrical multi-storey reinforced-concrete frame structures, subjected to strong seismic action, is considered. Several alternatives of an initially symmetrical structure are analysed (3 levels of torsional stiffness, 3 levels of mass eccentricity), for varied disposition patterns of elastomeric bearings. The results show that regularly arranged seismic isolators can significantly reduce adverse torsional impacts from the superstructure and the isolation system.

D. Koren, V. Kilar

Ouvrage scientifique original

Torsion des structures parasismiques de plan irrégulier

La réponse torsionnelle des structures-cadres parasismiques, non-symétriques et à étages multiples, soumises aux fortes actions sismiques, est considérée. Plusieurs alternatives de rigidité de la structure initialement symétrique sont analysées (3 niveaux de rigidité torsionnelle, 3 niveaux d'excentricité structurale), pour schémas variés de répartition des appareils d'appui en élastomère. Les résultats montrent que les isolateurs sismiques répartis de manière régulière peuvent réduire considérablement les effets nuisibles de torsion provenant de la superstructure et du système d'isolation.

Д. Корен, В. Килар

Оригинальная научная работа

Кручение землетрясительно изолированных конструкций неправильного плана

В работе рассматривается торсионный отклик землетрясительно изолированных несимметричных многоэтажных железобетонных рамных конструкций при сильном сейсмическом воздействии. Анализировано большее число вариантов (3 степени торсионной жёсткости, 3 степени эксцентриситета массы) первоначально симметричной конструкции с различно расположенными эластомерными опорами. Результаты доказывают, что правильно размещённые землетрясительные изоляторы могут существенно редуцировать нежелательные торсионные влияния верхней конструкции и изоляционной системы.

D. Koren, V. Kilar

Wissenschaftlicher Originalbeitrag

Torsion seismisch isolierter Konstruktionen mit unregelmässigem Grundriss

Man betrachtet die Torsionsantwort seismisch isolierter unsymmetrischer mehrstöckiger Stahlbetonrahmenkonstruktionen bei kräftiger seismischer Einwirkung. Analysiert wurden mehrere Varianten (3 Stufen Torsionsstarrheit, 3 Stufen Massenexzentrizität) der ursprünglich symmetrischen Konstruktion, mit verschiedentlich angeordneten Elastomerlagern. Die Ergebnisse bezeugen dass regelrecht angeordnete seismische Isolatoren unerwünschte Torsionseinflüsse der oberen Konstruktion und des Isolationssystems wesentlich reduzieren können.

Autori: **David Koren**, dipl. ing. građ.; prof. dr. sc. **Vojko Kilar**, dipl. ing. građ., Sveučilište u Ljubljani, Fakultet za arhitekturu, Zoisova 12, Ljubljana, Slovenija

1 Uvod

Rezultati istraživanja i solidno ponašanje potresno izoliranih konstrukcija za vrijeme potresa dokazuju da je potresna izolacija pouzdana tehnologija koja može predstavljati zanimljivu alternativu klasičnoj potresno otpornoj gradnji. S tehničkoga, komercijalnoga, a konačno i financijskoga gledišta danas više nema posebnih prepreka za primjenu različitih izolacijskih uređaja i sustava i kod posebnih zgrada, kao što su zgrade s nepravilnim tlocrtima ili nepravilnostima po visini koje su kao takve potresno ugroženije. Prije svega dakle treba odgovoriti na pitanje može li i do koje mjere sustav potresne izolacije »apsorbirati« nepravilnosti u konstrukciji, čemu smo često svjedoci kod suvremenih konstrukcija. Polazimo od pretpostavke da pravilna primjena potresne izolacije, uzevši u obzir određena konstrukcijska pravila te racionalna fizikalna, tehnološka i financijska ograničenja, može bitno ublažiti nepovoljne torzijske utjecaje i povećati sigurnost takvih konstrukcija u slučaju snažnoga seizmičkog opterećenja.

U članku smo ponajprije opisali dosadašnja istraživanja na području potresno izoliranih nesimetričnih konstrukcija u nas i u inozemstvu. Članak pak nastavljamo detaljnom analizom brojnih podvarijanata potresno izolirane četverokatne armiranobetonske okvirne konstrukcije i usporedbom rezultata odziva neizolirane i izolirane konstrukcije. Primijenili smo jednostavan i cjenovno najpristupačniji izolacijski sustav elastomernih ležajeva s olovnim jezgrama. Na temelju dobivenih rezultata odgovaramo na postavljena pitanja o ponašanju tlocrtno nepravilnih konstrukcija i o eventualnim prednostima koje za takve konstrukcije donosi ugradnja potresne izolacije. Nelinearnom dinamičkom analizom potanko analiziramo tri stupnja tlocrtno nesimetrije i tri stupnja torzijske krutosti gornje konstrukcije te četiri različite varijante rasporeda izolatora u ravnini temelja. Rezultati su prikazani u obliku amplifikacijskih faktora za pomake na krutoj i gipkoj strani zgrade te u obliku torzijskih rotacija.

2 Dosadašnja istraživanja na području potresno izoliranih nesimetričnih konstrukcija

Razmatranje posljedica jakih potresa na zgradama i analiza uzroka i posljedica, a i rezultati ispitivanja na potresnim stolovima i brojne numeričke simulacije ponašanja, potvrđuju da su tlocrtno nepravilne konstrukcije u slučaju seizmičkog opterećenja puno osjetljivije jer su podvrgnute štetnim utjecajima torzije. Odziv potresno izoliranih konstrukcija u usporedbi s potresno neizoliranim konstrukcijama bitno je drukčiji jer je izolirana konstrukcija izložena manjim pomacima u apsolutnom smislu, a drukčiji je i njezin torzijski odziv. U članku se ograničavamo na sustav potresne izolacije s pomoću elasto-

mernih ležajeva koji je istraživačima inače dobro poznat i kod nas [primjerice 1–3].

Pregledom odgovarajuće literature može se ustanoviti da je broj istraživanja torzijskog odziva potresno izoliranih zgrada sve veći, pri čemu se općenito primjenjuju dva posve različita proračunska modela. Tako određeni istraživači gornju konstrukciju modeliraju krutom te problem reduciraju na problem odziva jednokatne konstrukcije s tri stupnja slobode, a drugi konstrukcije modeliraju višekratnim sustavima kod kojih je ponašanje gornje konstrukcije elastično, a eventualne nelinearnosti ograničene na razinu izolatora ispod zgrade. Modeli s krutom gornjom konstrukcijom koji mogu dovoljno potanko opisati torzijske amplifikacije u samom izolacijskom sustavu [4] dosta su jednostavniji za primjenu, te su prije svega u prošlosti imali značajnu ulogu u razvoju potresne izolacije i time omogućili realizaciju brojnih projekata s različitim sustavima potresne izolacije diljem svijeta – vidi primjerice [5]. Većina najnovijih istraživanja provodi se na višekratnim 3D modelima kod kojih značajnu ulogu imaju i krutost i period gornje konstrukcije i koji mogu bolje opisati utjecaje asimetrije na ponašanje gornje konstrukcije.

Počeci istraživanja ponašanja izoliranih asimetričnih konstrukcija objavljeni su u [6–8]. Rezultati Leeja [6] i Pana [7] temelje se na analizi krute gornje konstrukcije, a Eisenberger [8] je razmatrao višekratne nesimetrične zgrade. Sva tri autora predlažu da radi ublaživanja torzijskih utjecaja potresnu izolaciju treba najbolje projektirati tako da se centar krutosti kao i centar nosivosti (definiran silom plastifikacije) izolacijskog sustava podudara s centrom mase gornje konstrukcije. Lee [6] kaže da je tako projektiran izolacijski sustav sposoban uvelike ublažiti nepovoljne utjecaje torzije i kod većih ekscentričnosti gornje konstrukcije. Stoga suprotno svim autorima kasnijih istraživanja tvrdi kako su torzijske rotacije te posljedično i amplifikacije pomaka izolacijskog sustava zbog ekscentričnosti gornje konstrukcije zanemarive. Do sličnih konstatacija dolazi i Pan [7], koji kao razlog zanemarivoga torzijskog odziva potresno izoliranih nesimetričnih konstrukcija navodi vremensko odstupanje među najvećim translacijskim i torzijskim odzivima te utjecaj prigušivanja izolacijskog sustava.

Nasuprot tome, Nagarajaiah sa suautorima [9] na višekratnim modelima zaključuje da je upravo ekscentričnost gornje konstrukcije glavni uzrok torzijskoga ponašanja (veći pomaci na rubovima zgrade glede referentnih pomaka centra masa). Potresnom se izolacijom torzijske amplifikacije svejedno reduciraju jer je veličina posmičnih i torzijskih sila kao kod potresno izoliranih konstrukcija u apsolutnom smislu manja nego kod potresno neizoliranih. Pozitivne učinke potresne izolacije za ublaživanje torzijskih utjecaja navodi također Jangid [10], koji usta-

novljuje da se učinkovitost izolacijskog sustava povećavanjem njegove ekscentričnosti smanjuje jer se pomaci izolacijskog sustava pritom povećavaju, dok se relativni pomaci gornje konstrukcije pritom smanjuju.

Među najaktivnijima na području istraživanja nesimetrije 3D višekatih modela potresno izoliranih zgrada posljednjih je godina Tena-Colunga sa suautorima. U [11] zaključuje da nesimetrija smanjuje učinkovitost potresne izolacije jer se pritom neki izloženi izolatori već plastificiraju i jako deformiraju, a drugi se još uvijek ponašaju elastično. Potresno izolirana nesimetrična gornja konstrukcija analizirana je u [12], gdje se glede pomaka izolacijskog sustava utvrđuje da se njihove amplifikacije, u usporedbi sa simetričnom konstrukcijom, povećavanjem ekscentričnosti povećavaju i ovisi o periodu izolirane konstrukcije. Pritom zaključuje da je učinkovitost potresne izolacije kod većih ekscentriciteta gornje konstrukcije manja. Zanimljiva je također konstatacija da se najveći pomak odabranog izolatora općenito ne događa kod dvostruke ekscentričnosti, nego kod jednostrukog. Glede utjecaja ekscentriciteta u izolacijskom sustavu [13] daje slične zaključke, a glavna je razlika ta što ekscentričnost izolacijskog sustava u usporedbi s ekscentričnošću gornje konstrukcije ima puno veći utjecaj na pomake konstrukcije. U [14] se pak uspoređuje ponašanje ekscentrične (glede mase i krutosti) gornje konstrukcije i zaključuje da se veće torzijske amplifikacije pojavljuju pod masom ekscentrične gornje konstrukcije. Značajan utjecaj na ponašanje izoliranih konstrukcija ima također omjer između perioda izolirane (T_i) i neizolirane konstrukcije (T_n). Za nesimetričnu se konstrukciju preporučuju omjeri T_i/T_n između 3 i 4 ili čak veći, kod kojih su torzijske rotacije gotovo zanemarive, a mali omjeri (ispod 2,0) nisu poželjni jer uzrokuju velike torzijske amplifikacije.

Najnovije rezultate istraživanja nesimetričnih potresno izoliranih višekatih konstrukcija daju Seguín i sur. [15], koji potanko analiziraju utjecaj torzijske otpornosti gornje konstrukcije i prije svega izolacijskog sustava na ponašanje konstrukcije; utvrđuju da se kod torzijski gipkih izolacijskih sustava pri manjim ekscentričnostima najveće amplifikacije pomaka izolacijskog sustava pojavljuju na krutom rubu. Nasuprot tomu, kod torzijski otpornijih izolacijskih sustava najveće se amplifikacije pojavljuju na gipkom rubu.

Obećavajući su također rezultati eksperimentalnih ispitivanja potresno izoliranih nesimetričnih konstrukcija [16] koji potvrđuju rezultate numeričkih simulacija te dokazuju da se potresnom izolacijom mogu reducirati torzijski utjecaji u gornjoj konstrukciji, ali se ne mogu posve poništiti. Eksperimenti su pokazali da odziv ovisi i o vrsti primijenjenog izolatora jer se smatra da su elastomerni ležajevi bez olovnih jezgra navodno učinkovitiji

za redukciju relativnih pomaka i ubrzanja gornje konstrukcije, a ležajevi s olovnim jezgrama najvjerojatnije učinkovitiji za redukciju torzijskih utjecaja u izolacijskom sustavu.

Vrijedeći norma Eurokod 8 [17] u poglavlju o potresnoj izolaciji pruža općenite naputke glede uvažavanja i proračunskog dokazivanja torzijskih utjecaja potresno izoliranih konstrukcija. Preporučuje da centri efektivne krutosti i prigušivanja izolacijskog sustava budu što bliže točki projekcije centra masa na izolacijsku plohu. Osim toga propisuje da izolacijski sustav treba biti projektiran tako da se primjerenim mjerama (primjena prigušivača i zadrživača udara i sl.) kontroliraju udari i eventualna torzijska pomicanja. Pritom kod zgrada treba uzeti u obzir torzijske učinke, uključujući slučajnu ekscentričnost ($\pm 5\%$ odgovarajuće tlocrtne dimenzije pojednog kata).

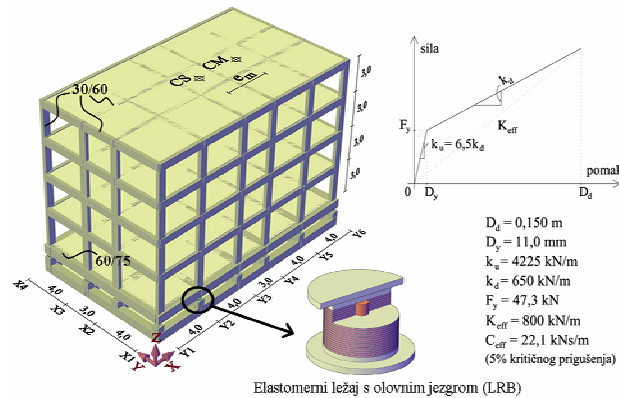
U našem se istraživanju bavimo različitim nesimetričnim varijantama višekathe konstrukcije te promatramo utjecaj ugrađene potresne izolacije (elastomerni ležajevi s olovnim jezgrama) s različitim položajem centra izolacijskog sustava CI na relativne pomake i rotacije konstrukcije te pomake i rotacije izolacijskog sustava. U usporedbi s analizama netom spomenutih istraživača koji promatraju gotovo isključivo jedino pomake i rotacije izolacijskog sustava, u ovoj studiji veću pozornost posvećujemo relativnim pomacima i rotacijama koje za različite položaje CI podnosi gornja konstrukcija. Oni su naime značajni za nastanak nepoželjnih oštećenja u nosivom konstrukcijskom sustavu. Stoga je u analizi primijenjen traženi 3D nelinearni proračunski model konstrukcije i izolacijskog sustava koji omogućuje primjećivanje oštećenja koja su posljedica nesimetrije bilo gornje konstrukcije, bilo izolacijskog sustava.

3 Opis modela

3.1 Osnovni podaci

Osnovna je referentna konstrukcija dvostruko simetrična konstrukcija kod koje se centar masa i centar krutosti podudaraju, a nepravilnosti po visini nema (slika 1.). Konstrukcija je dimenzionirana na proračunsko ubrzanje tla $a_g = 0,35g$, pri čemu je uzet u obzir faktor ponašanja $q = 3,75$. Prva tri perioda slobodnih oscilacija neizolirane konstrukcije jesu: 0,58 s (X), 0,56 s (Y) i 0,53 s (T). Potankosti o dimenzioniranju i ponašanju neizolirane konstrukcije opisane su u [18], a detaljni je prikaz ponašanja izolirane varijante simetrične gornje konstrukcije dan u [19]. Nelinearne statičke i dinamičke analize ponašanja neizolirane i izolirane konstrukcije provedene su programom SAP2000 [20] na 3D-modelu, s ugrađenim plastičnim zglobovima na oba kraja svake grede i stupa. Varijacija seizmičkog opterećenja uvažava

na je nelinearnom analizom vremenskog odziva zgrada za 10 različitih seizmičkih zapisa s epicentrima iz naše blizine (tablica 1.). Pojedine smo potrese normirali na proračunsko ubrzanje (0,35g) i zapis u smjeru N-S pripisali promatranom Y-smjeru konstrukcije. Izolacijski sustav čine potkonstrukcija od armiranobetonskih temeljnih nosača (60/75 cm) i jednostavan sustav od 24 elastomerna ležaja s olovnim jezgrama (LRB – *Lead Rubber Bearings*). Postupak odabira i dimenzioniranja elastomernih ležajeva prema eurokodu općenito je opisan primjerice u [1], a potanje za promatranu zgradu u [19]. Konačni su ležajevi proračunani za simetričnu gornju konstrukciju kojoj smo s odabranim ležajevima (slika 1.) produljili period upravo do granice ($T_y = 1,73$ s) kad se ona još ponaša elastično.



Slika 1. Promatrana konstrukcija s označenim položajem centra masa (CM) za nesimetrične varijante te svojstva ležajeva

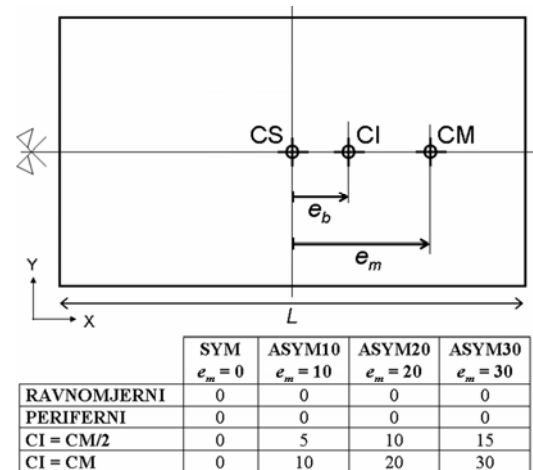
Tablica 1. Vrijedeći akceleroگرامи potresa s epicentrima u našoj blizini

Država	Datum	Lokacija	Trajanje s	a_{\max}^{N-S} cm/s ²	a_{\max}^{E-W} cm/s ²
Crna Gora	15. 4. 1979.	Ulcinj	25	279	235
Crna Gora	15. 4. 1979.	Ulcinj2	25	168	218
Bosna i Hercegovina	13. 8. 1981.	Banja Luka	10	506	387
Crna Gora	15. 4. 1979.	Bar	25	357	353
Crna Gora	15. 4. 1979.	Herceg Novi	25	209	226
Rumunjska	30/31. 8. 1986.	Focsani	25	273	297
Italija	11. 5. 1976.	Tolmezzo	15	342	310
Italija	15. 9. 1976.	Forgaria	15	299	323
Italija	15. 9. 1976.	San Rocco	15	136	228
Crna Gora	15. 4. 1979.	Petrovac	19,6/25	429	299

3.2 Uvođenje tlocrtne nesimetrije

Nepравilnost (nesimetriju) u tlocrtu postigli smo mijenjanjem položaja centra masa gornje konstrukcije. Konstrukcija je u cijelosti ostala nepromijenjena, pa su razlike u ponašanju isključivo posljedica nepravilnosti u tlocrtu.

Različite smo nesimetrične varijante dobili tako što smo centar masa (CM) pomaknuli u +X smjeru za 10 (Asym10), 20 (Asym20) i 30 (Asym30) postotaka dulje tlocrtne dimenzije (slika 2.). Pritom smo mijenjali jedino X koordinate, a Y koordinate ostale su jednake. Ograničili smo se na 30 postotnu ekscentričnost koja predstavlja najveću realnu moguću masenu ekscentričnost koja se može postići jedino pomicanjem dijela uporabnog opterećenja na jednu stranu konstrukcije.



Slika 2. Ekscentričnost izolacijskog sustava (e_b) za različite rasporede ležajeva i različite ekscentričnosti gornje konstrukcije (e_m); jedinice [% L]

3.3 Omjer torzijske i translacijske frekvencije

Istraživanja torzijskog ponašanja konstrukcija pri horizontalnom opterećenju pokazala su da značajnu ulogu ima i torzijska otpornost konstrukcije koja se može izraziti omjerom torzijske i translacijske frekvencije:

$$\Omega_s = \frac{\omega_z}{\omega_y} = \frac{T_y}{T_z} \quad (1)$$

Torzijski gipka konstrukcija ima prvi vlastiti oblik torzijski, stoga je omjer torzijske i translacijske frekvencije (Ω_s) manji od 1,0. Kad Ω_s raste, sustav postaje torzijski otporniji.

Za promatranu potresno neizoliranu simetričnu konstrukciju omjer frekvencija Ω_s iznosi 1,06. Osim osnovnoga ravnomjernog rasporeda masa analizirali smo još dva dodatna rasporeda masa, pri čemu smo promijenili Y koordinate masa, a X koordinate ostale su u svim primjerima jednake. Pomicanjem masa na krajnje vanjske rubove konstrukcije s $Y = \pm 7,5$ m (s obzirom na CM) dobili smo torzijski gipku konstrukciju ($\Omega_s = 0,81$). A pomicanjem masa na jednu centralnu liniju ($Y = 0$) dobili smo torzijski krutu konstrukciju ($\Omega_s = 1,25$). Oba primjera predstavljaju dva teorijski još uvijek moguća

preraspoređivanja mase i faktički znače povećanje ($\Omega_s = 0,81$) odnosno smanjenje ($\Omega_s = 1,25$) masenog momenta inercije gornje konstrukcije.

3.4 Raspored ležajeva

Odabrali smo četiri rasporeda izolatora. Kod svih rasporeda broj i svojstva ležajeva ostaju jednaki, mijenja se jedino njihov položaj u tlocrtu i samim tim njihov centar krutosti CI definiran ekscentričnošću izolacijskog sustava e_b (slika 2.). Najjednostavniji je odabrani osnovni primjer ravnomjernoga simetričnog rasporeda izolatora sa po jednim izolatorom ispod svakog stupa, gdje se centar krutosti izolacije (CI) podudara s centrom krutosti konstrukcije (CS). Drugi je odabrani primjer rasporeda izolatora opet simetričan, ali su izolatori postavljeni jedino ispod vanjskih stupova okvira Y1 i Y6 (po tri jednaka izolatora ispod svakog stupa), a ispod svih preostalih unutarnjih stupova postavljeni su slobodni ležajevi klizni u oba horizontalna smjera. Taj je raspored izolatora nazvan perifernim rasporedom izolatora. I kod tog se rasporeda centri krutosti izolacije (CI) i gornje konstrukcije (CS) podudaraju, a torzijska je otpornost takvog izolacijskog sustava u usporedbi s ravnomjernim rasporedom osjetno veća (Ω_s takvog izolacijskog sustava je približno za trećinu veća). U trećem i četvrtom promatranom primjeru izolatori su raspoređeni nesimetrično, tako da je ekscentričnost izolacijskog sustava što bliže ekscentričnosti gornje konstrukcije. Kod trećeg rasporeda centar izolacije (CI) leži točno na sredini između CS i faktičnog položaja centra masa (CM) gornje konstrukcije. U nastavku je ta varijanta označena kao raspored CI = CM/2. Kod četvrtog odabranog rasporeda centar izolacije (CI) i centar masa (CM) uvijek koincidiraju, što u nastavku označujemo kao raspored CI = CM.

4 Rezultati nelinearnih dinamičkih analiza

4.1 Dinamička svojstva modela

Promatrali smo četiri različita tipa gornje konstrukcije (Sym, Asym10, Asym20 i Asym30) s četiri različita izolacijska sustava (vidi poglavlje 3) i s tri različite tor-

zijske krutosti, pri čemu su osnovni omjeri torzijske i translacijske frekvencije ($\Omega_s \cong 0,8; 1,0$ i $1,2$) definirani na originalnoj simetričnoj konstrukciji. Ako usporedimo periode simetrične neizolirane i izolirane konstrukcije, opažamo da je translacijski period izoliranih konstrukcija približno 3 puta veći (slika 3.). Utvrđujemo također da se s povećavanjem nesimetrije konstrukcije općenito povećava torzijski period T_z , a translacijski se period T_y smanjuje. Iznimke se pojavljuju prije svega kod manjih ekscentričnosti, a kod većih je ekscentričnosti torzijski period slobodnih oscilacija u svim primjerima bitno veći od translacijskoga. Općenito, uvođenjem nesimetrije većina konstrukcijskih sustava postala je torzijski gipka iako su bili originalno torzijski kruti ($\Omega_s \geq 1,0$).

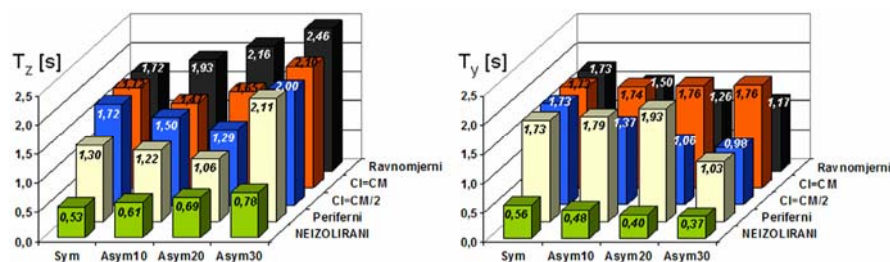
4.2 Odziv neizolirane konstrukcije

U ovom su poglavlju prikazani odabrani rezultati nelinearnih dinamičkih analiza vremenskog tijeka odziva za neizolirane konstrukcije. Kako neki od 10 prvotno odabranih zapisa ne uzrokuju veće pomake, odnosno oštećenja, sve daljnje rezultate analiza prikazujemo kao prosječnu vrijednost apsolutnih vrijednosti dobivenih za pet kritičnih seizmičkih zapisa (Ulcinj, Focsani, Petrovac, Herceg Novi i Bar). Sve simetrične konstrukcijske varijante imaju jednak odziv jer njihovo ponašanje ne ovisi o omjeru torzijske i translacijske frekvencije (Ω_s) gornje konstrukcije ni o rasporedu izolatora. U protivnome se pak kod nesimetrične konstrukcije mogu očekivati torzijske rotacije i posljedično povećanje horizontalnih pomaka na gipkoj strani (okvir Y6) i smanjenje pomaka na krutoj strani (okvir Y1), kao što je to prikazano na slici 4. U nekim primjerima torzijski gipkih konstrukcija ($\Omega_s < 1,0$) moguće je povećanje pomaka i na krutoj strani (okvir Y1).

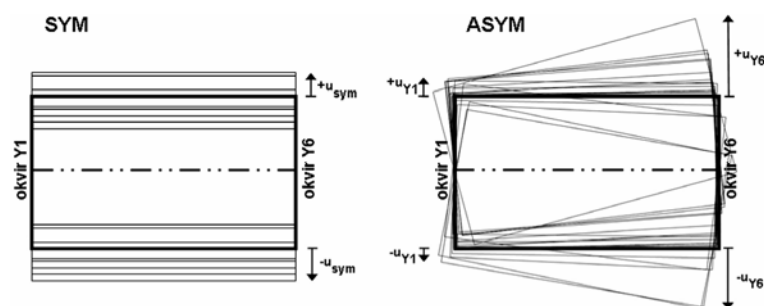
Slijede rezultati prikazani usporedbom najvećih amplifikacijskih faktora za pomake na krutoj (Y1) odnosno gipkoj (Y6) strani konstrukcije te najveće torzijske rotacije različitih varijanti konstrukcija. Amplifikacijski faktor (f) određuje povećanje (+) odnosno smanjenje (-) najvećeg pomaka asimetrične konstrukcije glede najvećeg pomaka simetrične konstrukcije. Izražen je u postocima te se proračunava s pomoću jednadžbe:

$$f = \frac{u_{asym}}{u_{sym}} [\%], \quad (2)$$

gdje je u_{asym} prosječan pomak asimetrične konstrukcije na odabranom mjestu (okvir Y1 ili Y6), a u_{sym} referentni prosječni pomak simetrične konstrukcije. Valja upo-



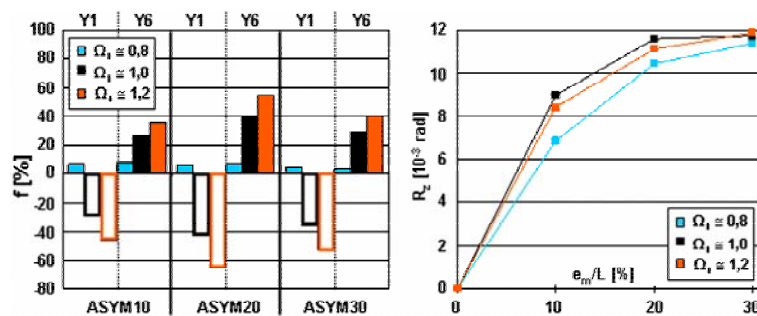
Slika 3. Utjecaj nesimetrije gornje konstrukcije i odabranog rasporeda ležajeva na prevladavajući torzijski (T_z) i translacijski (T_y) period slobodnih oscilacija konstrukcije ($\Omega_s \cong 1,0$)



Slika 4. Ponašanje simetrične i nesimetrične konstrukcije na krutoj (okvir Y1) i gipkoj (okvir Y6) strani

zoriti da su pomaci gipke i krute strane, a i najveće torzijske rotacije, uvijek pozitivne (apsolutne) vrijednosti pomaka u +Y i -Y smjeru (slika 4.). Prikazane vrijednosti pomaka i rotacija predstavljaju njihove ovojnice, dakle najveće očekivane vrijednosti tih količina koje ne nastaju nužno u istom vremenu. Na slici 5. prikazani su rezultati za neizoliranu konstrukciju, a na slikama 6. i 7. za izoliranu konstrukciju. Značajni su prije svega pozitivni amplifikacijski faktori (prikazani kao puno obojeni stupci) jer za konstrukciju znače opasno povećanje pomaka koje bismo inače rado izbjegli uvođenjem izolacijskog sustava. Negativni amplifikacijski faktori znače smanjenje najvećeg pomaka asimetrične konstrukcije glede maksimalnog pomaka simetrične konstrukcije pa su kao manje značajni prikazani kao stupci s obojenim rubovima. Kod negativnih amplifikacijskih faktora veće vrijednosti zapravo znače nepovoljniju situaciju jer znače manji postotak smanjenja glede simetrične konstrukcije.

Na slici 5. prikazana je usporedba amplifikacijskih faktora za neizolirane asimetrične konstrukcije. Može se utvrditi da se najmanje amplifikacije pojavljuju kod torzijski gipke konstrukcije, a najveće kod torzijski krute konstrukcije (+55 %). Najveći su pomaci na krutoj strani u većini slučajeva manji od pomaka simetrične konstrukcije, osim kod torzijski gipke konstrukcije ($\Omega_s \approx 0,8$), gdje se čak javlja manje povećanje pomaka na krutoj strani. Dijagram rotacija pokazuje da se povećavanjem nesimetrije intenzivno povećavaju i torzijske rotacije, a



Slika 5. Prosječni amplifikacijski faktori i torzijske rotacije različitih varijanata neizolirane konstrukcije ($u_{sym} = 12,7$ cm)

koje se kod većih ekscentričnosti ($e_m > 20$ %) ustaljuju i sporije rastu. Uzrok tome jest nastanak oštećenja na gipkoj strani i prijenos opterećenja na manje oštećene okvire (Y5 prema Y1, pa i X1 i X4).

4.3 Odziv izoliranih varijanata nesimetričnih konstrukcija

Na slici 6. prikazani su amplifikacijski faktori i rotacije za gornju konstrukciju (relativni pomaci i rotacije koji uzrokuju oštećenja konstrukcije), a na slici 7. za izolacijski sustav (pomaci koji uzrokuju deformiranje ležajeva).

Ako usporedimo najveće pomake na vrhu neizolirane i izolirane simetrične konstrukcije, utvrđujemo da se izolacijom mogu jako reducirati relativni pomaci gornje konstrukcije jer u tom slučaju većinu potresnih udara akumulira izolacijski sustav. Analize pokazuju da je prosječni relativni pomak izolirane konstrukcije (2,3 cm) približno 5 puta manji od relativnog pomaka neizolirane konstrukcije (12,7 cm). Slično smanjenje opažamo i pri relativnim rotacijama kod asimetrične gornje konstrukcije. Najveći prosječni pomak izolacijskog sustava (tla) simetrične konstrukcije iznosi 9,3 cm, što je nešto manje od najvećeg prosječnog pomaka na vrhu neizolirane konstrukcije.

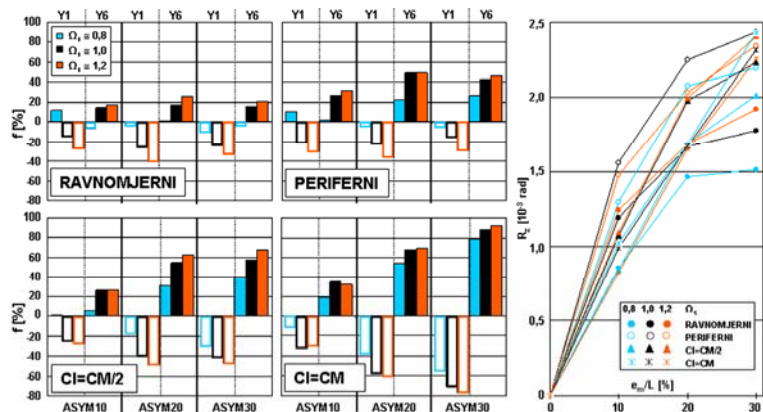
4.3.1 Ravnomjerni raspored izolatora

Može se vidjeti da su torzijski utjecaji dosta manji nego kod neizolirane konstrukcije. Pomaci na gipkoj strani uvećavaju se za najviše 25 % (kod neizolirane 55 %). Pritom najveći pomak na krutoj strani – jednako kao kod neizolirane konstrukcije – nastaje kod torzijski gipke konstrukcije te se glede referentnog pomaka simetrične konstrukcije uvećava za dobrih 10 %. Unatoč tome može se zaključiti da je predlagana potresna izolacija sposobna ublaživati nepovoljne utjecaje torzije zbog konstrukcijske nesimetrije jer je gipka strana konstrukcije zaštićenija, a i torzijske su rotacije manje.

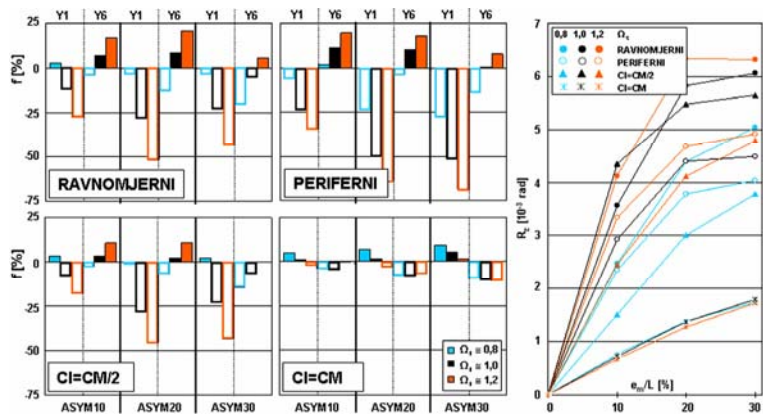
Slične konstatacije vrijede i za pomake u ravni izolacijskog sustava. Kod torzijski krute varijante nesimetrija uzrokuje povećanje pomaka tla na gipkoj strani za najviše 20 %. Zanimljivo je pak da su kod torzijski gipke konstrukcije pomaci tla na krutoj strani veći negoli na gipkoj strani i kod Asym10 čak malo veći od referentnog pomaka simetrične konstrukcije.

4.3.2 Periferni raspored izolatora

Rezultati pokazuju da je gornja konstrukcija izložena većim utjecajima torzije nego kod ravnomjernog rasporeda izolatora jer se pomaci



Slika 6. Amplifikacijski faktori relativnih pomaka i relativnih torzijskih rotacija gornje konstrukcije za različite rasporede izolatora ($u_{sym} = 2,3$ cm)



Slika 7. Amplifikacijski faktori pomaka i torzijskih rotacija izolacijskog sustava za različite rasporede izolatora ($u_{sym} = 9,3$ cm)

gipke strane gornje konstrukcije uvećavaju do 50 % (prije 25 %). Pomaci na krutoj strani slični su kao pri ravnomjernom rasporedu izolatora.

Ni kod ponašanja izolacijskog sustava (tla) ne opažamo bitno poboljšanje. Iako je torzijska krutost izolacijskog sustava veća, najveći pomaci tla na gipkoj strani jednake su veličine kao pri ravnomjernom rasporedu izolatora (povećanje za 20 %), a pomaci na krutoj strani manji su negoli u svim drugim slučajevima (smanjenje od 5 % do 70 % glede pomaka simetrične konstrukcije). Izolacijski sustav s povećanom torzijskom otpornošću očito nije sposoban ublaživati torzijske utjecaje ni u gornjoj konstrukciji ni u izolacijskom sustavu. Istina je pak da su najveće torzijske rotacije izolacijskog sustava manje nego pri ravnomjernom rasporedu izolatora.

4.3.3 Nesimetrični raspored izolatora (CI = CM/2)

Dobiveni rezultati pokazuju da je gornja konstrukcija u tom slučaju podvrgnuta većim torzijskim amplifikacijama negoli pri ravnomjernom i perifernom rasporedu jer se pomaci na gipkoj strani uvećavaju do 65 % (prije 25 % za ravnomjerni odnosno 50 % za periferni raspo-

red). Pomaci pak na krutoj strani gotovo su u svim slučajevima manji od referentnog pomaka simetrične konstrukcije i manji nego u prijašnja dva primjera.

Povoljnije pak utjecaje tog rasporeda izolatora opažamo kod ponašanja izolacijskog sustava jer su amplifikacije pomaka manje. Najveći se pomaci na gipkoj strani pojavljuju kod torzijski krute konstrukcije kad se uvećaju za najviše 10 % (prije u oba slučaja za 20 %), a najveći se pomaci pojavljuju na krutoj strani kod torzijski gipke konstrukcije te su približno jednaki referentnom pomaku simetrične konstrukcije. Iz dijagrama rotacija slijedi da se najveće torzijske rotacije izolacijskog sustava ne pojavljuju kod torzijski najkrutijih konstrukcija ($\Omega_s \cong 1,2$) kao što je bilo pri ravnomjernom i perifernom rasporedu, nego kod manje krutih gornjih konstrukcija ($\Omega_s \cong 1,0$). S gledišta izolacijskog sustava taj je dakle raspored izolatora pogodan, u protivnom je pak gornja konstrukcija kod takvog rasporeda izolatora izložena velikim utjecajima torzije.

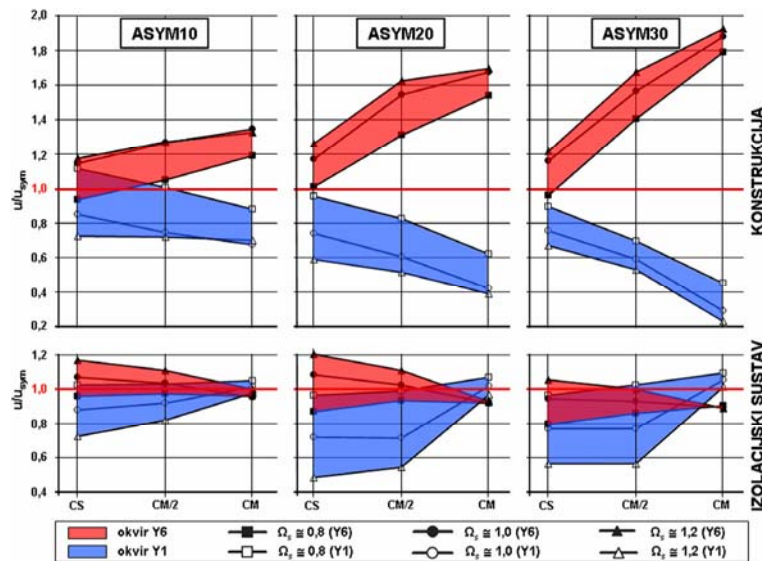
4.3.4 Nesimetrični raspored izolatora (CI = CM)

Rezultati pokazuju da su nastala oštećenja na gipkoj strani konstrukcije najveća dosad jer su amplifikacijski faktori i torzijske rotacije u tom slučaju najveći. Relativni pomaci na gipkoj strani uvećavaju se čak za 90 % (prije 25 % za ravnomjerni 50 % za periferni raspored i 65 % za raspored CI = CM/2). Najveći su pak pomaci na krutoj strani manji te se glede referentnog pomaka simetrične konstrukcije smanjuju za dobrih 10 %.

Najpovoljnije pak utjecaje rasporeda CI = CM vidimo pri pomacima u izolacijskom sustavu. U tom je slučaju ponašanje izolatora gotovo neovisno o nesimetriji gornje konstrukcije jer su pomaci vrlo slični kao kod simetrične konstrukcije (povećanje za najviše 10 %). I torzijske su rotacije izolacijskog sustava u tom slučaju najmanje i čak manje negoli u gornjoj konstrukciji. Slično kao kod rasporeda CI = CM/2 najveće se torzijske rotacije izolacijskog sustava ne pojavljuju kod torzijski najkrutijih konstrukcija ($\Omega_s \cong 1,2$), nego kod torzijski manje krutih gornjih konstrukcija.

4.4 Odabir najpovoljnijeg rasporeda izolatora

U ovom je poglavlju ilustrirana problematika odabira položaja centra izolatora CI s gledišta smanjenja pomaka i u konstrukciji i u izolacijskom sustavu. Na slici 8. prikazane su ovojnice najvećih amplifikacijskih faktora



Slika 8. Ovojnice amplifikacijskih faktora za pomake glede položaja centra krutosti izolacije (CI) za različite stupnjeve nesimetrije

za sve tri analizirane torzijske krutosti konstrukcije ($\Omega_s \cong 0,8$; 1,0 i 1,2) ovisno o položaju CI. Prikazani su amplifikacijski faktori za pomake na krutoj (Y1) i gipkoj (Y6) strani gornje konstrukcije, odnosno izolacijskog sustava za sve tri analizirane ekscentričnosti gornje konstrukcije. Za razliku od dosadašnjeg prikaza rezultata amplifikacijski faktor u tom slučaju jednostavno prikazujemo kao omjer između najvećeg pomaka asimetrične konstrukcije i najvećeg pomaka simetrične konstrukcije, gdje vrijednosti ispod 1,0 znače smanjenje, a vrijednosti iznad 1,0 povećanje najvećeg pomaka asimetrične konstrukcije. Položaj CI = CS u našem slučaju predstavlja rezultate za ravnomjerni raspored izolatora.

Ako uspoređujemo amplifikacijske faktore za pomake gornje konstrukcije i izolacijskog sustava, utvrđujemo da su amplifikacije pomaka izolacijskog sustava bitno manje. Osim toga su položaji CI koji daju najmanje amplifikacije pomaka gornje konstrukcije općenito nepovoljni za izolacijski sustav. Do sličnih zaključaka dolazimo ako uspoređujemo pomake krute i gipke strane: što je povoljno za pomake na gipkoj strani, općenito je nepovoljno za pomake na krutoj strani i obratno. Potonje vrijedi za pomake gornje konstrukcije i izolacijskog sustava.

Za pomake gornje konstrukcije i pomake izolacijskog sustava vrijedi da su za gipku stranu općenito najnepovoljnije torzijski krute ($\Omega_s \cong 1,2$), a za krutu stranu torzijski gipke konstrukcije ($\Omega_s \cong 0,8$). Optimalni položaj CI značio bi idealno područje gdje su amplifikacijski faktori za pomake gornje konstrukcije i izolacijskog sustava istodobno manji od 1,0 za obje strane (okvir Y1 i Y6). Na slici 8. vidi se da takav presjek postoji jedino kod modela Asym10 kad CI leži vrlo blizu CS, a kod

većih ekscentričnosti gornje konstrukcije tako definirano idealno rješenje ne postoji. No ako se ograničimo samo na torzijski gipke konstrukcije ($\Omega_s \cong 0,8$), utvrđujemo da se prije svega za veće ekscentričnosti i u tom slučaju može naći najpovoljnije rješenje (CI = CS). Glede svega može se zaključiti da su općenito najpovoljniji položaji CI što bliže CS jer su pomaci gipke strane u tom slučaju najmanji, a kod većih su ekscentričnosti pri položaju CI = CS i amplifikacijski faktori za pomake izolacijskog sustava najmanji. Ako konačno uspoređujemo najveće amplifikacijske faktore za pomake gornje konstrukcije i pomake izolacijskog sustava pri pojedinom položaju CI, utvrđujemo da su oni kod položaja CI = CS međusobno najbliži (odstupanja između najvećih amplifikacijskih faktora gornje konstrukcije i izolacijskog sustava iznose najviše 15%), a odstupanja su veća kad CI leži bliže CM (pri položaju CI = CM/2 iznose maks. 65%, a pri CI = CM gotovo 80%). Za pomake izolacijskog sustava položaj CI = CM prije svega kod manjih ekscentričnosti evidentno je najpogodniji, a za gornju konstrukciju, sudeći po dobivenim rezultatima, taj položaj CI ni u kom slučaju nije dobar.

5 Zaključak

Prikazani rezultati nelinearnih dinamičkih analiza promatranih nesimetričnih konstrukcijskih varijanata pokazuju da se potresnom izolacijom mogu reducirati nepoželjni utjecaji nesimetrije, no ne mogu se u cijelosti ukloniti. Ako uspoređujemo relativne pomake neizolirane i izolirane konstrukcije, utvrđujemo da su oni pri izoliranim konstrukcijama kod svih varijanata osjetno manji negoli pri neizoliranim konstrukcijama. Osim toga su i nepoželjni torzijski utjecaji manji nego kod neizolirane konstrukcije jer su relativne torzijske rotacije izoliranih konstrukcija bitno reducirane. Amplifikacijski faktori jako ovise o rasporedu izolatora te mogu biti manji ili pak veći nego kod neizolirane konstrukcije. Treba istaknuti da su apsolutne veličine pomaka i kod najnepovoljnijih rasporeda izolatora još uvijek bitno manje nego kod neizolirane konstrukcije. Općenito se iz usporedbe pomaka neizolirane i izolirane gornje konstrukcije može zapaziti da izolacija smanjuje pomake na gipkoj strani i povećava pomake na krutoj strani, što smanjuje utjecaje torzije kod nesimetričnih konstrukcija. Nesimetrija gornje konstrukcije ima očekivan utjecaj: u svim slučajevima povećava torzijske rotacije koje su veće kod većih ekscentričnosti. Glede ponašanja potresno izoliranih konstrukcija s različitim omjerima torzijske i translacijske frekvencije (Ω_s) utvrđujemo da su za gipku stranu naj-

opasnije torzijski krute konstrukcije ($\Omega_s \geq 1,0$), a za krutu stranu torzijski gipke konstrukcije ($\Omega_s < 1,0$).

Za neizoliranu su konstrukciju najveći pomaci na gipkoj strani kod torzijski otpornijih konstrukcija uvijek veći nego najveći pomaci na krutoj strani. Najveće se razlike pojavljuju kod konstrukcije s $\Omega_s \cong 1,2$ ($\sim 4,5 : 1$), a kod konstrukcije s $\Omega_s \cong 1,0$ razlike su manje ($\sim 2,5 : 1$). Kod torzijski gipke konstrukcije ($\Omega_s \cong 0,8$) te su razlike zanemarive. Utjecaj nesimetrije mjeri se amplifikacijskim faktorom koji nam pokazuje povećanje odnosno smanjenje najvećeg pomaka asimetrične konstrukcije glede najvećeg pomaka simetrične konstrukcije. Na gipkoj se strani pomak uvećava za najviše 55 %, a najveći se pomaci na krutoj strani u većini slučajeva smanjuju, a kod torzijski gipkih konstrukcija čak su veći od pomaka simetrične konstrukcije, bez obzira na stupanj ekscentričnosti.

Utjecaj nesimetrije kod izoliranih konstrukcija, ponovno mjereno amplifikacijskim faktorom za najveći relativni pomak gornje konstrukcije, pokazuje da se pomak na gipkoj strani uvećava za najviše 25 % (ravnomjerni raspored), 50 % (periferni raspored), 65 % (raspored $CI = CM/2$) i čak za 90 % (raspored $CI = CM$). Najveći su pomaci na krutoj strani za rasporede $CI = CM$ i $CI = CM/2$ za sve varijante uvijek manji od pomaka simetrične konstrukcije. U određenim pak slučajevima opažamo i povećanje pomaka na krutoj strani (do 10 %) koji mogu biti veći nego kod simetrične konstrukcije. Do toga dolazi pri ravnomjernom i perifernom rasporedu kod svih torzijski gipkih konstrukcija i kod malih ekscentričnosti. Unatoč tome može se zaključiti da su utjecaji nesimetrije najmanji pri ravnomjernom rasporedu izolatora, svi ostali rasporedi, a prije svega raspored $CI = CM$ koji favorizira i Eurokod 8, ne mogu primjereno zaštititi gornju konstrukciju kod njezine veće ekscentričnosti.

Ako pak kod izoliranih konstrukcija promatramo pomake izolacijskog sustava, zaključci su drukčiji. Pomak na gipkoj strani glede najvećeg pomaka simetrične kons-

trukcije uvećava se za najviše 20 % (ravnomjerni i periferni raspored), 10 % (raspored $CI = CM/2$), a pri rasporedu $CI = CM$ u svim se slučajevima smanjuje. U protivnom se pomaci na krutoj strani u tom slučaju povećavaju najviše za 10 %. U svim su drugim slučajevima pomaci na gipkoj strani manji od najvećeg pomaka simetrične konstrukcije, s manjim iznimkama kod torzijski gipkih konstrukcija. Može se zaključiti da su za izolacijski sustav utjecaji nesimetrije najmanji pri rasporedu izolatora $CI = CM$ i $CI = CM/2$. Suprotno od očekivanja, pri perifernom su rasporedu amplifikacije pomaka izolacijskog sustava, posebice na gipkoj strani, najveće.

Ako uspoređujemo torzijske rotacije izoliranih konstrukcija, utvrđujemo da je utjecaj različitih rasporeda potresnih izolatora na relativne torzijske rotacije gornje konstrukcije malen. U protivnom je taj utjecaj bitno veći kod torzijskih rotacija izolacijskog sustava. Kod potonjih se ističe primjer izolacije po principu $CI = CM$, pri kojem su rotacije izolacijskog sustava najmanje (više od 2 puta manje nego kod svih drugih rasporeda), čak manje od relativnih rotacija gornje konstrukcije! Torzijske rotacije gornje konstrukcije i izolacijskog sustava kod torzijski gipke gornje konstrukcije općenito su manje nego kod torzijski krute gornje konstrukcije. Iznimka je raspored $CI = CM$, gdje se najveće relativne rotacije pojavljuju kod torzijski gipke gornje konstrukcije, pri čemu su pak razlike između rotacija pojedinih varijanata gornje konstrukcije (glede Ω_s) minimalne. Najmanje se torzijske rotacije gornje konstrukcije pojavljuju pri ravnomjernom rasporedu izolatora, u protivnom su u tom slučaju torzijske rotacije izolacijskog sustava najveće jer je tada faktična ekscentričnost između CI i CM najveća. Pri perifernom rasporedu ta ekscentričnost ostaje jednaka, ali je torzijska otpornost izolacijskog sustava s perifernim rasporedom veća te su posljedično i torzijske rotacije izolacijskog sustava nešto manje. Čini se da veća torzijska krutost izolacijskog sustava ne utječe dobro na torzijske rotacije gornje konstrukcije koje u tom slučaju pripadaju u najveće.

LITERATURA

- [1] Šimunić, Ž.; Grandić, D.: Potresna izolacija zgrada s pomoću elastomernih ležajeva, Građevinar 55 (2003) 2, 71–81.
- [2] Šimunić, Ž.; Dolanjski, A.: Dinamički proračun konstrukcija na viskoelastičnim ležajevima, Građevinar 59 (2007) 10, 859–870.
- [3] Isaković, T.; Fischinger, M.: Potresna izolacija mostov, Gradbenik 7 (2003) 10, 35–39.
- [4] Kulkarni, J. A.; Jangid, R. S.: Rigid body response of base-isolated structures, Journal of structural control 9 (2002), 171–188.
- [5] Martelli, A.: Seismic isolation and energy dissipation: worldwide application and perspectives, Earthquake resistant engineering structures VI (Brescia C.A., editor) (2007), 105–116.
- [6] Lee, D. M.: Base isolation for torsion reduction in asymmetric structures under earthquake loading, Earthquake Engineering and Structural Dynamics 8 (1980) 4, 349–359.
- [7] Pan, T. C.; Kelly, J. M.: Seismic response of torsionally coupled base isolated structures, Earthquake Engineering and Structural Dynamics 11 (1983) 6, 749–770.
- [8] Eisenberger, M.; Rutenberg, A.: Seismic base isolation of asymmetric shear buildings, Engineering structures 8 (1986) 1, 2–8.
- [9] Nagarajaiah, S.; Reinhorn, A. M.; Constantinou, M.C.: Torsion in base isolated structures with elastomeric isolation systems, Journal of structural engineering 119 (1993) 10, 2932–2951.

-
- [10] Jangid, R. S.; Datta, T. K.: *Nonlinear response of torsionally coupled base isolated structure*, Journal of structural engineering 120 (1994) 1, 1–22.
- [11] Tena-Colunga, A.; Gómez-Soberón, C.; Munoz-Loustaunau, A.: Seismic isolation of buildings subjected to typical subduction earthquake motions for the Mexican Pacific Coast, Earthquake spectra 13 (1997) 3, 505–532.
- [12] Tena-Colunga, A.; Gómez-Soberón, L.: Torsional response of base-isolated structures due to asymmetries in the superstructure, Engineering structures 24 (2002) 12, 1587–1599.
- [13] Tena-Colunga, A.; Zambrana-Rojas, C.: Dynamic torsional amplifications of base-isolated structures with an eccentric isolation system, Engineering structures 28 (2006) 1, 72–83.
- [14] Tena-Colunga, A.; Escamilla-Cruz, J. L., *Torsional amplifications in asymmetric base-isolated structures*, Engineering structures 29 (2007) 2, 237–247.
- [15] Seguín, C. E.; De la Llera, H. C.; Almazán, J. L.: *Base-structure interaction of linearly isolated structures with lateral-torsional coupling*, Engineering Structures 30 (2008) 1, 110–125.
- [16] Samali, B.; Wu, Y. M.; Li, J.: *Shake table tests on a mass eccentric model with base isolation*, Earthquake engineering and structural dynamics 32 (2003), 1353–1372.
- [17] CEN, European Committee for Standardization: EN-1998-1 – Eurocode 8, Design of structures for earthquake resistance – Part 1: General rules, seismic actions and rules for buildings, 2004.
- [18] Kilar, V.; Fajfar, P.: On the applicability of pushover analysis to the seismic performance evaluation of asymmetric buildings, European earthquake engineering 15 (2001) 1, 20–31.
- [19] Kilar, V.; Koren, D.: Potresna izolacija stavb kot alternativa za gradnjo potresnih območjih, Gradbeni vestnik 56 (2007) 12, 307–318.
- [20] CSI Computers and Structures, Inc. SAP2000: Three Dimensional Static and Dynamic Finite Element Analysis and Design of Structures, Berkeley, California, 2001.
-