

«SUPER SEPTEM VITIA» E «DE PROPORZIONIBUS»

DUE OPUSCOLI INEDITI DI LUDOVICO DA PIRANO (XV SECOLO)

LUCIANO COVA

Università di Trieste
Facoltà di Lettere e Filosofia
Ricercatore di Filosofia medievale

CDU: 930.85 (497.12 Istria) «14» (093)
Saggio scientifico originale

Cinquant'anni or sono Baccio Ziliotto forniva agli studiosi di storia istriana la prima edizione delle Regulae memoriae artificialis, opera di frate Ludovico da Pirano, professore nella facoltà di teologia dell'Università di Padova e successivamente vescovo di Forlì nel secondo quarto del XV secolo; precedevano il testo, oltre che una presentazione del trattato, ampie notizie biografiche riguardanti il Piranese.¹ Quasi quarant'anni dopo Cesare Cenci si proponeva di aggiornare, correggere e ampliare la sintesi dello Ziliotto con uno studio su Ludovico da Pirano e la sua attività letteraria che a tutt'oggi rimane il più completo e aggiornato: ne emerge una figura che, «pur rimanendo di secondo piano», comincia «ad occupare onoratamente il suo posto nella storia ecclesiastica e nella cultura del sec. XV».²

Il Cenci fornisce tra l'altro varie notizie di carattere codicografico per lo studio degli opuscoli ancora inediti di Ludovico. Di particolare interesse si presenta la segnalazione di un codice, proveniente dalla libreria Gianfilippi di Verona e posseduto dalla Biblioteca dell'Università di Chicago, che tra varie operette morali-economiche-sociali contiene anche il *Brevis tractatus super septem vitia di Ludovico da Pirano*. Di quest'opera, contenuta un tempo in un manoscritto della Biblioteca dei Camaldolesi di San Michele a Venezia (come già segnalato da altri studiosi), si era smarrita qualsiasi traccia dopo la dispersione di tale biblioteca avvenuta

¹ B. ZILIOOTTO, *Fratre Lodovico da Pirano 1390 (?) - 1450 e le sue Regulae memoriae artificialis*, «Atti e memorie della Società Istriana di archeologia e storia patria» 49 (1937), pagg. 185-226.

² C. CENCI, *Ludovico da Pirano e la sua attività letteraria*, in *Storia e cultura al Santo*, a c. di A. POPPI, Vicenza 1976, pagg. 265-278; cfr. in particolare pag. 265.

nella prima metà del secolo scorso, e lo stesso Ziliotto non aveva potuto fare altro che ricordarne l'esistenza sulla base della testimonianza dello Sbaraglia.³

Tanto lo Sbaraglia quanto lo Ziliotto non avevano invece neppure menzionato un'altra breve opera composta da Ludovico, durante la sua partecipazione al Concilio di Basilea, su richiesta di Filippo de Coetquis (arcivescovo di Tours e rappresentante del re di Francia): si tratta dell'opuscolo *De proportionibus*, contenuto in un codice della Biblioteca Municipale di Tours, distrutto per eventi bellici ma fortunatamente ancora accessibile grazie a una riproduzione in microfilm. Da parte sua il Cenci aveva invece segnalato l'opera e la copia del manoscritto già agli inizi degli anni sessanta.⁴

De septem vitiis e *De proportionibus*: trattandosi di due argomenti di notevole importanza nella storia del pensiero etico-teologico e matematico-filosofico, è sembrato utile, nell'intento di mettere ulteriormente a fuoco la figura di Ludovico da Pirano, trascrivere e pubblicare il testo di questi due opuscoli che spiccano nella sua produzione letteraria (certamente peraltro non vasta). Appare comunque opportuno premettere all'edizione una breve presentazione delle tematiche sviluppate nei testi trascritti, volta ad abbozzare una collocazione di Ludovico in un quadro storico-dottrinale più ampio. Prima ancora, tuttavia, verranno presentati, sulla scorta degli studi più recenti, i dati fondamentali che concernono la vita e l'attività letteraria del Piranese.

³ Cfr. *ivi*, pagg. 274-275; B. ZILIOOTTO, *Op. cit.*, pag. 211; I.H. SBARALEA, *Supplementum et castigatio ad scriptores trium ordinum S. Francisci*, II, Roma 1921, pag. 193a.

⁴ Cfr. C. CENCI, *Fra Francesco da Lendinara e la storia della provincia di S. Antonio tra la fine del s. XIV e l'inizio del s. XV*, «Archivum Franciscanum Historicum» 55 (1962), pagg. (103-192) 175-176; *Id.*, *Ludovico...*, *cit.*, pagg. 275-276.

VITA E OPERE

Nonostante il persistere di varie lacune, molti elementi biografici riguardanti Ludovico si possono ormai considerare acquisiti. Il 1383 ne costituisce, approssimativamente, la data di nascita, dato che Ludovico — com'è documentato — conseguì nel 1413 il dottorato in teologia, grado che allora era consuetudine nell'Ordine francescano si raggiungesse verso i trent'anni.⁵

Riguardo alla patria, quantunque vari storici nel passato abbiano sostenuto l'origine forlivese di Lodovico considerando il costante appellativo 'de Pirano' null'altro che un'indicazione di casato, non ci sono ormai dubbi sul fatto che fu la cittadina istriana a dare i natali al futuro vescovo di Forlì. Tra i vari argomenti a favore di questa tesi (accolta dal Cenci) lo Ziliotto sottolinea il fatto che in parecchi documenti compare l'appellativo 'Pyranensis' e che «fra le centinaia di parole in volgare contenute nel trattato mnemonico», cioè nelle *Regulae memoriae artificialis*, «parecchie decine si piegano alla fonetica dialettale istriana, nessuna a quella romagnola; non poche sono veri idiomatismi istriani». ⁶ D'altra parte, come risulta dalla testimonianza di un cronista contemporaneo riportata dal Cenci, già durante la fanciullezza egli seguì suo padre nel trasferimento a Forlì, nel cui convento di San Francesco rivestì l'abito francescano (probabilmente giovanissimo, secondo l'uso dei tempi, e dunque forse già verso il 1395).⁷

Nel 1408 troviamo Ludovico a Rimini, come studente o lettore nel convento di San Francesco. Nell'anno scolastico 1412-1413 egli spiegava le Sentenze a Venezia, nel convento di Santa Maria dei Frari,⁸ in uno cioè dei pochissimi centri di studio teologico di un certo livello che si trovassero nel Veneto nel secolo XV al di fuori dell'Università di Padova, dove dal 1363 operava una Facoltà di teologia (dal 1405, nell'ambito della Repubblica veneta, lo *Studium* patavino godeva del mono-

⁵ Cfr. *ivi*, pagg. 265-266.

⁶ B. ZILIOOTTO, *Op. cit.*, pagg. 189-192. Lo Ziliotto si riferisce, oltre che all'indifferenza alle geminate, alle forme come *fugaze*, *zoe*, *capuzi*, *arboro*, *spironi*, *vinchi*, *resta*, *bechieri*, *mantexi*, *granda*, *siega*, *tento*, *valise*, *gieso*, *camisa*, *braga*, *peteni*, *marmoro*, *sevo*, *piera*, *granzi*, ecc.

Qualche autore, nel passato, aveva attribuito a Ludovico il cognome 'Traversari', confondendo il Piranese con il contemporaneo Ambrogio Traversari. Un'altra confusione ormai superata (rinvenibile tuttavia ancora nell'*Index* dell'*Iter Italicum*, vol. II, del Kristeller) è quella con *frater Ludovicus de Strasoldo* (Udine) *Foriuliensis*, autore di un trattato *De papali potestate* erroneamente attribuito dallo Sbaraglia al nostro *Ludovicus Foroliuensis (episcopus)*: cfr. I.H. SBARALEA, *Op. cit.*, pagg. 192b-193a; B. ZILIOOTTO, *Op. cit.*, pag. 212; C. CENCI, *Ludovico...*, cit., pag. 272.

⁷ Cfr. *ivi*, pagg. 266, 269.

⁸ Cfr. *ivi*, pag. 266.

polio riguardo al valore legale degli studi).⁹ Per conseguire il grado di *magister* il baccelliere Ludovico inviò alla curia romana la richiesta di venir dichiarato dottore in teologia *per viam bullae* e il papa, nel marzo del 1413, dispose che a tal fine egli venisse sottoposto ad esame.¹⁰ Nel 1414 un documento già lo designava quale *magister sacrae theologiae* e nel 1415 il Piranese venne ufficialmente «incorporato» fra i dottori in teologia dell'Università di Padova. Ciò non gli impedì, nel quinquennio successivo, di operare ancora a Venezia, dove nel novembre del 1420 tenne l'orazione funebre per Francesco Corner. A partire dal 1421 la sua attività religiosa si spostò invece da Santa Maria dei Frari al convento di Sant'Antonio a Padova.¹¹

Le notizie sull'attività di Ludovico come professore all'Università sono ancora scarse, frammentarie e, in buona parte, oscure. Presente tre volte ad esami all'interno della Facoltà teologica fra il 1429 e il 1436, egli non poté tenere il corso di teologia richiestogli nel 1433 dalla Facoltà degli artisti, perché il senato veneto negò l'autorizzazione (in quella sede tale insegnamento non sarebbe stato gratuito per il pubblico erario). D'altra parte sembra che, a più riprese, Ludovico abbia insegnato filosofia.¹²

Quando, tra il 1434 e il 1435, partecipò al Concilio di Basilea, dove tenne un discorso ai padri conciliari e prese parte a diverse commissioni, il Piranese era già ministro della provincia di Sant'Antonio da Padova¹³ (in precedenza ne era stato vicario).¹⁴ Nel febbraio del 1437 venne nominato da Eugenio IV vescovo di Forlì (mentre l'anno prima non aveva potuto prendere possesso del vescovado di Segna in Dalmazia, per il rifiuto del suo predecessore Giovanni Andrea da Arbe di essere trasferito alla sede di Ancona), e a tale titolo venne poco dopo convocato a Ferrara dove il papa aveva deciso nel 1438 di trasferire il Concilio in opposizione al sinodo di Basilea da lui considerato ormai *illegitima conventicula*.¹⁵

A Ferrara Ludovico si distinse per un'intensa attività, particolarmente nelle dispute, relative alla legittimità dogmatica del «*filioque*», con i rappresentanti della Chiesa greca intervenuti al Concilio (il cui tema principale era costituito, appunto, dall'unione della Chiesa latina con quella greca). Però con il nuovo trasferimento del Concilio a Firenze la presenza di Ludovico non è più documentata e il suo nome

⁹ Cfr. A. POPPI, *La teologia nell'Università e nelle Scuole*, in *Storia della cultura veneta*, III, 3, Vicenza 1981, pagg. 1-33; in particolare pagg. 1-2.

¹⁰ Cfr. C. CENCI, *Ludovico...*, cit., pag. 266.

¹¹ Cfr. *ivi*, pagg. 266-267.

¹² Cfr. *ivi*, pagg. 267-268; A. POPPI, *Op. cit.*, pag. 11; B. ZILLOTTO, *Op. cit.*, pagg. 192-193.

¹³ Cfr. *ivi*, pagg. 194-197; C. CENCI, *Ludovico...*, cit., pagg. 268-269.

¹⁴ Cfr. *ivi*, pag. 267.

¹⁵ Cfr. *ivi*, pag. 269; B. ZILLOTTO, *Op. cit.*, pagg. 197-200.

non compare tra quelli di coloro che nel luglio del 1439 sottoscrissero un documento di unione tra le due Chiese.¹⁶

Per circa quattro anni, tra il 1440 e il 1444, Ludovico visse a Ferrara (collaborando con il vescovo di quella città), probabilmente per la situazione politico-ecclesiastica di Forlì, che dal 1438, con l'appoggio dei duchi di Milano, era stata sottratta al governo papale (i Visconti, tra l'altro, sostennero l'antipapa Felice V eletto a Basilea). Tornato nella sua sede vescovile dopo il ristabilimento della pace tra i Visconti ed Eugenio IV, il Piranese si dimise già prima della fine del 1446, forse per motivi di salute. Non ci sono notizie certe riguardo alla data della morte, che dovrebbe aggirarsi attorno al 1450.¹⁷

Per quanto concerne le opere scritte da Ludovico, esse non furono — come nota il Cenci — «né numerose né importanti»: non da esse, certamente, dipese la fama di cui il Piranese godette tra i suoi contemporanei, riflessa soprattutto nei carmi di Antonio Baratella, ma anche negli scritti di Flavio Biondo e di frate Antonio da Rho, dai quali emerge la figura, rispettivamente, di un *eloqui princeps*, di un *philosophorum aetatis nostrae theologorumque princeps*, di un *humanarum divinarumque rerum peritissimus praeceptor*.¹⁸

Soltanto nove sono le opere, tutte brevi, attribuibili con certezza a Ludovico (compresa una lettera del 1444, scritta per la restituzione di un libro).¹⁹ *L'Oratio funerea fratris Ludovici de Pirano pro generoso viro domino Francisco Cornario, qui obiit Patavii duodecima novembris 1420* (letta a Venezia alla presenza del doge) era stata menzionata ma data per dispersa prima dallo Sbaraglia e poi dallo Ziliotto.²⁰ Il Kristeller però ha segnalato un codice della Biblioteca Comunale di Siena che la contiene (H. VI. 26, ff. 91r-93v) e il Cenci ha potuto fornirne, nel suo studio, una parziale trascrizione.²¹ L'anno successivo lo stesso Cenci segnalava inoltre un codice (Vat. Palat. Lat. 327, f. 289b) contenente l'altro discorso funebre di Ludovico (quello per Bartolomeo Cer-

¹⁶ Cfr. ivi, pagg. 201-210; C. CENCI, *Ludovico...*, cit., pagg. 269-270.

¹⁷ Cfr. ivi, pagg. 270-271; B. ZILIOOTTO, *Op. cit.*, pag. 210.

¹⁸ Cfr. C. CENCI, *Ludovico...*, cit., pagg. 271-272. Sulle testimonianze del Biondo e del Baratella cfr. anche B. ZILIOOTTO, *Op. cit.*, pagg. 189-190, 193-194. Lo stesso Ziliotto ha successivamente edito *Le epistole latine di A. Baratella agli amici Istriani*, Parenzo 1940 (da pag. 44 a pag. 49 si trovano quelle indirizzate a Ludovico).

¹⁹ Questa *Epistola episcopi forliviensis ad Timotheum presbiterum* è conservata nel Cod. lat. 504, f. 272v della Bayerische Staatsbibliothek di Monaco: cfr. C. CENCI, *Ludovico...*, cit., pagg. 277-278, dove la lettera viene trascritta integralmente. Il libro in questione è una copia del commentario di ROBERTO GROSSATESTA agli *Analitici posteriori*. Il Cenci rileva come «questa lettera, per latinità, stile, tematica, sia piuttosto lontana dal clima degli umanisti contemporanei».

²⁰ Cfr. I.H. SBARALEA, *Op. cit.*, pag. 193a; B. ZILIOOTTO, *Frate Lodovico...*, cit., pag. 211.

²¹ Cfr. P.O. KRISTELLER, *Iter Italicum*, vol. II, London-Leiden 1967, pag. 165a; C. CENCI, *Ludovico...*, cit., pagg. 272-273.

misone, letto nell'Università di Padova certamente non dopo il 1422) che nel suo studio maggiore si trova solamente elencato in base a un documento del 1790.²²

Tre opere costituiscono poi il frutto della partecipazione al Concilio di Basilea. In primo luogo Ludovico pronunciò in quella sede una *Collatio in coena Domini*. Lo Ziliotto ritiene che con questo discorso il Piranese sia intervenuto nel dibattito teologico che caratterizzò quel sinodo nella polemica contro gli Utraquisti boemi, mentre il Cenci giudica più probabile trattarsi di un sermone sacro tenuto ai padri conciliari durante la liturgia del giovedì santo.²³ Sino a pochi anni fa se ne conosceva solo il titolo, la data (25 marzo 1434) e il luogo di composizione, ma fortunatamente ora anche di quest'opera è stata segnalata la presenza in un manoscritto (trattasi del cod. 414, ff. 259v-262v della Biblioteca Jagellonica di Cracovia).²⁴

Durante il concilio Ludovico indirizzò inoltre all'arcivescovo di Tours l'opuscolo *De proportionibus* (di cui si tratterà a parte) e formulò un giudizio *Super quibusdam articulis extractis de libris revelationum beatae Birgittae*. Nel maggio del 1434 il sinodo aveva infatti deputato vari esperti a formulare un giudizio su 29 articoli tratti dai libri delle «rivelazioni» di santa Brigida e sospettati di essere ereticali o pericolosi: Ludovico presentò il suo contributo nel corso del 1435.

Tra gli studiosi che si sono occupati del Piranese, il Cenci è il primo ad aver segnalato quest'opera (contenuta nel codice C 518, ff. 202 b-210 d, e, almeno parzialmente, nel codice C 538 della Biblioteca Universitaria di Uppsala). Nel suo studio si trovano elencati vari autori che Ludovico cita nell'opuscolo, anche se sprovvisto in quel momento dei sussidi librari necessari (Ugo di San Vittore, ripetutamente Bonaventura, Bernardo di Clairvaux, Nicolò di Lira, Francesco di Meyronnes, Pietro Lombardo), e vengono trascritti alcuni passi, da cui risulta un giudizio fondamentalmente positivo sulle «rivelazioni» della santa svedese. Per Ludovico santa Brigida tenne sempre una dottrina *orthodoxa, sana e catholica*, e il tentativo di considerare eretici o anche semplicemente erronei i testi incriminati è solo una calunnia maliziosa e cavillatoria, quantunque vi si possa trovare «aliquantulum grossus modus

²² Cfr. ivi, pag. 273 e C. CENCI, *Recensio di Storia e cultura al Santo*, «Archivum Franciscanum Historicum» 70 (1977), pagg. (178-180) 179-180. Di recente padre Cenci ha cortesemente segnalato allo scrivente altri due manoscritti del medesimo discorso funebre: Cracovia, Bibliotheca Jagellonica, cod. 126, ff. 21v-22v e cod. 173, ff. 227r-228v (*Catalogus*, I, 1980, pagg. 103, 179).

²³ Cfr. C. CENCI, *Ludovico...*, p. 275; B. ZILLOTTO, *Frate Lodovico...*, cit., pagg. 196-197. Anche il Poppi sembra ritenere la *Collatio in coena Domini* uno scritto teologico di argomento eucaristico (piuttosto che un semplice sermone): cfr. A. POPPI, *Op. cit.*, p. 28.

²⁴ Anche questa preziosa notizia codicografica è dovuta a padre Cenci, che l'ha desunta dal secondo volume del *Catalogo*.

loquendi et quandoque non ita plene proprius sicut deberet esse»: molte volte del resto i santi e gli uomini devoti — nota il Piranese — «ex fervore et zelo Dei loquentes, multa dicunt exaggerative et ad terrendum peccatores, et quodammodo utuntur yperbole et superlacione; bene magis attendere debemus sensum propositioinum in quo facte sunt, quam sensum quem faciunt de vi verborum, sicut patet in multis dictis sanctorum». ²⁵

Al Concilio di Ferrara Ludovico tenne, nel novembre del 1438, due discorsi miranti a dimostrare che, riguardo alla processione dello Spirito santo, il «*filioque*» non costituisce propriamente un'aggiunta al credo, bensì una spiegazione che esprime la fede perpetua della Chiesa e come tale non cade sotto la proibizione del Concilio di Efeso. Il testo letto dal Piranese, tuttavia, fu il frutto comune di una commissione di controversisti, per cui è difficile — come nota il Cenci — individuare il contributo personale del relatore. Ambedue i discorsi ci sono pervenuti nella redazione latina di Andrea da Santa Croce (del primo esiste anche un'anonima redazione greca, più breve). ²⁶

Di due opere, infine, non conosciamo tempo e luogo di composizione: si tratta del *Brevis tractatus super septem vitia* (di cui si parlerà in seguito) e delle *Regulae memoriae artificialis*. ²⁷ Il trattato del Piranese sull'educazione della memoria ci è giunto in diversi esemplari. Lo Ziliotto ne condusse l'edizione sul codice lat. cl. VI, 274 (ff. 5r-15r) della Biblioteca Marciana di Venezia, che attribuisce le *Regulae* al *magister Ludovicus de Pirano* e contiene anche altre opere anonime sullo stesso argomento. Il Cenci segnala poi il cod. 973 del Fondo Gesuitico della Biblioteca Nazionale di Roma (ff. 57v-62v), il cod. 3130 della Nationalbibliothek di Vienna (ff. 63r-71v) e il cod. 13 (36-V-19) della Biblioteca di San Domenico di Ragusa (Dubrovnik), che contiene una versione o rimaneggiamento in volgare delle *Regulae*. ²⁸ Da parte sua Frances A. Yates, in *The Art of Memory*, segnala il codice XIV, 292 (ff. 182 segg.) della Biblioteca Marciana e il codice della Biblioteca Vaticana Lat. 3347

²⁵ Cfr. C. CENCI, *Ludovico...*, cit., pagg. 276-277.

²⁶ Cfr. *ivi*, pag. 277; B. ZILIOOTTO, *Frate Lodovico...*, cit., pagg. 206-210, dove viene utilizzata anche la versione latina del testo greco, fatta nel XVII secolo dal cretese Cariofilo e ripubblicata da Giovanni Domenico Mansi, parallelamente all'originale, nella *Sacrorum Conciliorum nova et amplissima collectio* (1759-1798). Il testo di Andrea da Santa Croce (patrizio romano presente al Concilio di Ferrara) fu invece pubblicato già nel 1638 da Orazio Giustiniani negli *Acta Sacri Oecumenici Concilii Florentini*.

²⁷ Lo Ziliotto, basandosi su alcuni passi dell'opera recanti riferimenti topografici, riteneva che le *Regulae* facessero parte degli insegnamenti filosofici impartiti a Padova (*Frate Lodovico...*, cit., pag. 212), mentre il Cenci non considera probanti quegli argomenti, che semmai farebbero propendere per un periodo trascorso in terra emiliana (*Ludovico...*, cit., pagg. 273-274).

²⁸ Cfr. *ivi*, pag. 274.

(ff. 1 segg.), più completi rispetto al manoscritto utilizzato dallo Ziliotto.²⁹

Con quest'opera Ludovico s'inserisce nel filone di una trattatistica assai diffusa nel corso del XV secolo. Secondo lo Ziliotto egli aderì strettamente alla fonte classica costituita dalla (pseudociceroniana) *Rhetorica ad Herennium*,³⁰ mentre la Yates rileva le deviazioni rispetto a tale modello e la centralità che vengono ad assumere le regole associative aristoteliche (caratteristiche queste comuni a quel tipo di trattati meno legati alla tradizione scolastica medievale che la studiosa britannica chiama '*Democritus' type*, in quanto a Democrito anziché a Simonide attribuiscono l'invenzione dell'arte della memoria, e di cui le *Regulae* di Ludovico costituiscono «un buon esempio».³¹

²⁹ Cfr. F.A. YATES, *The Art of Memory*, Chicago-London 1966, pag. 106. A parte la versione in volgare, dei codici che contengono le *Regulae memoriae artificialis* solo Marc. VI, 274 ne nomina l'autore.

³⁰ Cfr. B. ZILLOTTO, *Frate Lodovico...*, cit., pag. 214.

³¹ Cfr. F.A. YATES, *Op. cit.*, pagg. 106-107.

IL «BREVIS TRACTATUS SUPER SEPTEM VITIA»

Come si diceva all'inizio, il codice della Biblioteca dei Camaldolesi di San Michele a Venezia contenente il *Brevis tractatus super septem vitia* non è più reperibile, ma fortunatamente l'opera è ancora accessibile grazie al codice 689 (XV secolo, proveniente dalla libreria Gianfilippi di Verona) della The Library of the University of Chicago (Illinois), il quale la contiene dalla metà del foglio 55r all'inizio del foglio 56v.³² Nel suo studio il Cenci ne ha trascritto l'*incipit*, l'*explicit* e due brevi passi.³³

Riguardo al luogo e alla data di composizione, neppure la lettura dell'intero opuscolo fornisce indicazioni precise. Certamente la brevità del testo e l'esiguità dello spessore dottrinale nella trattazione dei temi affrontati potrebbero far dubitare sul suo collegamento con un insegnamento di livello universitario, e far pensare piuttosto a una sorta di manualetto redatto con finalità di ordine pastorale. D'altra parte, a quanto consta (e in attesa di un ulteriore lavoro di ricerca e di illustrazione), la produzione dei teologi dell'Università di Padova nella prima metà del Quattrocento fu nel suo insieme (eccezion fatta per Francesco Zabarella e Paolo Veneto) decisamente scarsa e per lo più limitata a questioni brevi su argomenti ristretti, e ciò nonostante l'ampiezza e il rigore che indubbiamente caratterizzarono in quel periodo il curriculum degli studi.³⁴ Non si può escludere, perciò, che il *Brevis tractatus* sia stato composto da Ludovico nell'ambito della sua attività universitaria.

L'ipotesi, tuttavia, del piccolo manuale finalizzato a scopi non strettamente teoretico-teologici può trovare conferma, in positivo, nelle considerazioni con le quali il Piranese dà avvio al suo breve trattato, raccomandando scrupolosa attenzione al fatto che non sempre quelli che abitualmente si chiamano (o, meglio, si chiamarono: *consueverunt dici*) vizi principali e capitali sono mortali e degni della pena eterna: il sacerdote viene perciò invitato a distinguere con cura indefessa i vari «modi» in ciascuno di tali vizi. Si potrebbe pensare a un ausilio offerto dal vescovo Ludovico al suo clero per la cura delle anime, se non rendesse improbabile quest'ipotesi il fatto che nell'*incipit* il Piranese viene designato solo come *frater magister* e non come *episcopus forliviensis*.³⁵

Le avvertenze iniziali, finalizzate a evitare la confusione tra vizio capitale e peccato mortale, riflettono certamente una dottrina scolastica consolidatasi nel corso dei secoli XII e XIII, secondo la quale i sette

³² Notizie su questo codice sono rinvenibili in S. DE RICCI - W.J. WILSON, *Census of Renaissance Manuscripts in the United States and Canada*, I, repr. New York 1961, pagg. 593 segg.; C. CENCI, *Ludovico...*, cit., pag. 274.

³³ Ivi, pagg. 274-275.

³⁴ Cfr. A. POPPI, *Op. cit.*, pagg. 2, 9, 25 segg.

³⁵ Cfr. *infra*, ll. 1-7.

vizi classificati come «capitali» già da Gregorio Magno sono così chiamati non per la loro intrinseca gravità, bensì per il fatto che costituiscono le sette fonti da cui — come dice Pietro Lombardo — scaturiscono tutte le altre «corrotte» dell'anima umana.³⁶ Tanto il *Tractatus de septem capitalibus peccatis* della *Summa halensis* quanto le *Quaestiones disputatae de malo* di Tommaso d'Aquino, ad esempio, nel trattare singolarmente i vari vizi capitali si pongono a più riprese il problema se ogni atto in cui si esplica un determinato vizio sia peccato mortale o possa costituire semplicemente peccato veniale. Si può constatare una certa convergenza nell'ammettere in *capitalibus* la possibilità di un livello veniale di peccato, anche se lo pseudo-Alessandro tende a ridurre questa eventualità ai casi in cui si verifica soltanto la presenza di primi «moti» sensibili precedenti il consenso della facoltà razionale, mentre Tommaso ammette la possibilità (come nel caso della gola) che taluni peccati di un determinato genere di peccati capitali siano veniali non solo in riferimento ai *motus imperfecti absque deliberatione rationis*, ma precisamente *ex sua specie*, vale a dire *ex parte obiecti*, in quanto, sebbene disordinati, non si oppongono però al fine ultimo e non ripugnano pertanto alla carità.³⁷

Ludovico, da parte sua, non compie un'analisi differenziata dei singoli vizi capitali, li considera sempre tutti in blocco, con espressioni

³⁶ «Praeterea sciendum est septem esse vitia capitalia vel principalia ut Gregorius super Exodum ait, scilicet inanem gloriam, iram, invidiam, acidiam vel tristitiam, avaritiam, gastrimargiam, luxuriam... De his, quasi septem fontibus, cunctae animarum mortiferae corruptelae emanant. Et dicuntur haec capitalia, quia ex eis oriuntur omnia mala. Nullum enim est, quod non ab aliquo horum originem trahat». PETRI LOMBARDI *Libri IV sententiarum*, l. II, d. XLII, c. 6 (ed. Grottaferrata 1971, t. I, 2, pag. 570, 13-21).

³⁷ Tra i molti passi che si possono citare, si vedano ad esempio ALEXANDRI DE HALES *Summa theologica* II. II., inq. III, tract. IV, sect. II, q. 1, tit. III, n. 554, sol. (ed. Quaracchi 1924-1948, t. III, pag. 546b): «Utrum omnis ira sit semper peccatum mortale... Ad quod dicendum quod ira non est semper peccatum mortale, immo quandoque est mortale, quandoque veniale. Sunt enim primi motus in ira sicut in aliis peccatis; et primus motus in ira non est peccatum mortale, quia non est in potestate nostra, immo est veniale; si autem ad consensum accedat et ad effectum, iam fit mortale»; THOMAE AQUINATIS *De malo*, q. 14, a. 2, resp. (ed. Torino-Roma 1949, n. 83, pag. 643a): «Utrum gula sit peccatum mortale... Dicendum quod cum quaeritur de aliquo peccato in generali: utrum sit mortale, debet intelligi quaestio utrum sit mortale ex suo genere, quia, sicut in superioribus multoties dictum est, in quolibet genere peccati mortalis, puta homicidii vel adulterii, potest inveniri aliquis motus qui est peccatum veniale; et similiter in quolibet genere peccati venialis potest inveniri aliquis actus qui est peccatum mortale; sicut in genere verbi otiosi, cum refertur ad finem peccati mortalis. Species autem moralis actus sumitur ex obiecto; unde si obiectum peccati alicuius contrariatur caritati, in qua vita spiritualis consistit, necesse est quod illud peccatum sit mortale ex suo genere, vel ex sua specie, sicut blasphemia ex suo obiecto contrariatur caritati quantum ad dilectionem Dei, et homicidium quantum ad dilectionem proximi, unde utrumque est peccatum mortale. Peccatum autem gulae consistit in concupiscentia inordinata delectationis ciborum. Ipsa autem ciborum delectatio secundum se considerata non contrariatur caritati neque quantum ad dilectionem Dei, neque quantum ad dilectionem proximi; sed secundum quod additur inordinatio potest quodammodo contrariari et quodammodo non contrariari...».

del tipo 'in omnibus septem (vitiis principalibus et capitalibus)', 'non omnis ira nec accidia... nec omnis avaritia aut gula aut luxuria', 'superbia, avaritia, gula etc.', 'gula, luxuria, avaritia etc.'.³⁸ Si noti che i vizi nominati in realtà sono sei. L'enumerazione completa viene evidentemente data per scontata (*et caetera*), e non può essere che quella corrente da due secoli, da quando cioè le *Sentenze* di Pietro Lombardo erano divenute il testo-base per l'insegnamento della teologia nelle scuole.

Il *magister sententiarum*, da parte sua, di fronte ai due modelli (Cassiano e Gregorio Magno) tra i quali avevano ondeggiato gli autori latini dell'alto Medioevo, aveva optato per il secondo, ammettendo l'invidia tra i sette vizi principali e identificando la *tristitia* di cui parla Gregorio con l'*acidia* che Cassiano nomina distinguendola dalla *tristitia* (come Gregorio, inoltre, aveva considerato la superbia, intesa come amore della propria eccellenza, «radice di tutti i mali» e pertanto non l'aveva inserita nell'elenco, comprendente invece l'*inanis gloria*, a differenza di Cassiano che la enumera quale ottavo vizio principale subito dopo la *vana gloria*).³⁹ Nel corso del XIII secolo lo schema del Lombardo aveva subito soltanto lievi modificazioni, nel senso che il termine '*acedia*' o '*acidia*' era andato sostituendo quasi completamente il termine '*tristitia*', mentre era andata perdendo forza la distinzione tra *superbia* e *inanis gloria*, con la tendenza del primo termine a sostituire il secondo all'interno dell'elenco (come, ad esempio, avviene in Pietro di Tarantasia).⁴⁰

Anche Ludovico elimina ormai i termini '*tristitia*' e '*inanis gloria*', sostituendoli con '*accidia*' e '*superbia*', nel solco di una tradizione scolastica ormai consolidata. Il settimo vizio, mai nominato e sempre sottinteso, è dunque l'invidia, a meno che non si voglia pensare a un ritorno del Piranese al più antico filone ispirato a Cassiano: in tal caso, al posto dell'invidia, andrebbe inserita la *tristitia* oppure la *vana gloria* (posto che il sette quale numero totale è esplicitamente fissato). Ma un ritorno a tradizioni più antiche appare del tutto improbabile, se non altro per il disinteresse che il Piranese dimostra per lo studio di questi peccati singolarmente presi: per cui appare del tutto casuale il fatto che venga ommesso proprio il termine più discusso (dal punto di vista della millenaria tradizione su questo argomento).

³⁸ Cfr. *infra*, ll. 4-5, 13, 18, 25.

³⁹ Cfr. PETRI LOMBARDI *Op. cit.*, c. 6 e 7 (I, 2, pagg. 570-571). Su Cassiano, Gregorio Magno e la tradizione dottrinale riguardante i vizi capitali dal V al XII secolo, cfr. E. DUBLANCHY, *Capital (Péché)*, in *Dictionnaire de théologie catholique*, t. II, Paris 1923, coll. (1688-1692) 1689-1690. Si vedano anche i contributi, più recenti, segnalati nelle note 41 e 43.

⁴⁰ Cfr. INNOCENTII QUINTI (PETRI DE TARANTASIA) *II Sent.*, d. XLII, q. 3, a. 2 (ed. Toulouse 1649-1652, t. II, pagg. 350b-351a): «An sint septem vitia capitalia, scilicet superbia, invidia, ira, avaritia, luxuria, gula, acedia». Si noti come a partire dal XIII secolo il termine '*gula*' sostituisca ormai correntemente il termine '*gastrimargia*' ancora usato dal Lombardo.

Si diceva: disinteresse per lo studio dei vizi capitali, di quelli che «si usò chiamare» vizi capitali. Può sembrare un paradosso, ma il trattato di Ludovico tradisce il suo stesso titolo, riducendo i sette vizi a una formula ormai scontata e, in sintonia con le considerazioni iniziali, sviluppando il suo scarno discorso esclusivamente sui «modi» che questi vizi (ciascuno di essi, indifferentemente) possono assumere. Non sfiorano il nostro autore tutti quei problemi tradizionali, assai discussi soprattutto nel corso del XIII secolo, riguardanti il significato del termine 'capitale', il perché della *septimembris divisio*, le specie di ciascun genere di peccato, il rapporto con gli altri peccati ancora più fondamentali (la superbia ma anche la *cupiditas*) e con quelli derivati, le peculiarità etiche e psicologiche di ciascuno (*magnitudo*, *motivum*, *subiectum*, ecc.).

Se questo trascurare i vizi capitali in un trattato ad essi formalmente dedicato può apparire singolare, non desta però stupore in riferimento al contesto storico-dottrinale della tarda scolastica in cui Ludovico si trova inserito. Il XIV secolo infatti presenta ancora una certa letteratura dedicata a questo argomento,⁴¹ ma un disinteresse crescente — già rilevato da alcuni studiosi sulla base di fonti in prevalenza extrateologiche — appare riflesso nel fatto che vari commentatori del Lombardo (anche di indirizzi dottrinali diversi) lo ignorano completamente nelle questioni attinenti alle ultime distinzioni del secondo Libro (mentre non trascurano diversi aspetti della teologia riguardante vizio e peccato coincidenti con quelli che Ludovico chiama i «modi» in cui i *capitalia* possono presentarsi).⁴²

⁴¹ Tra le opere trecentesche che toccano la tematica dei sette vizi capitali si possono ricordare il *De septem donis Spiritus sancti* di Raoul di Biberach e la *Diaeta salutis* di Guglielmo di Lancia: cfr. A. SOLIGNAC, *Péchéés capitaux*, in *Dictionnaire de spiritualité*, t. XII, Paris 1984, col. (853-862) 858.

⁴² Si vedano, ad esempio, le questioni dedicate al secondo Libro delle *Sentenze* da Guglielmo d'Ockham, Francesco di Meyronnes, Pietro dell'Aquila, Gregorio da Rimini, Marsilio di Inghen. Una certa crisi dello schema dei sette vizi nella cultura del tardo Medioevo viene messa in luce da Siegfried Wenzel, soprattutto in base a fonti devozionali e penitenziali o addirittura letterarie. Questo studioso riprende così una tesi già sostenuta da M.W. BLOOMFIELD in un ampio studio che deliberatamente esclude dall'analisi il dibattito teologico (*The Seven Deadly Sins. An Introduction to the History of a Religious Concept, with Special Reference to Medieval English Literature*, East Lansing, Mich., 1953). In vari sermoni, somme penitenziali e poemi il Wenzel rileva un abbandono della distinzione convenzionale tra i peccati e un orientamento, nuovo, verso i doveri del proprio *status*. Non trascura però del tutto le fonti teologiche, che gli servono per individuare la presenza di un certo disagio verso la tematica dei sette peccati capitali anche in un periodo anteriore ai secoli XIV e XV (e in ciò egli corregge il Bloomfield): da Bernardo di Clairvaux che ignora questa distinzione, a Guglielmo di Alvernia, allo stesso Tommaso d'Aquino, il quale nella *Summa theologiae* spezza lo schema dei sette vizi presente nel commentario alle *Sentenze* e nelle questioni *De malo*, diluendolo nella trattazione delle principali virtù. Cfr. S. WENZEL, *The Seven Deadly Sins: Some Problems of Research*, «Speculum» 43 (1968), pagg. (1-22) 14, 21-22.

Si può ritenere che il responsabile principale di questo disinteresse, su di un piano strettamente dottrinale, sia l'autore che forse più di tutti gli altri contribuì a determinare una svolta nella teologia di buona parte della tarda scolastica, vale a dire Giovanni Duns Scoto. Proprio Scoto che (in un'ottica inaccettabile per Ludovico) considera la *famosa et communis divisio septimembris* una classificazione dei peccati mortali, la ridimensiona però nettamente considerandola insufficiente *secundum formalem rationem peccatorum*: o i peccati mortali si distinguono in quanto si oppongano alle quattro virtù morali e alle tre teologiche (ma allora dovrebbero comprendere l'*infidelitas* e la *desperatio*), oppure in quanto si oppongano agli atti buoni (ma allora, come trasgressione del Decalogo, i peccati capitali dovrebbero essere dieci).⁴³ Se si tiene presente la centralità che vennero ad assumere Scoto e gli scotisti nello Studio del Santo di Padova per lo meno a partire da Ludovico dal Fiume (attivo per un decennio poco dopo la metà del XIV secolo),⁴⁴ non stupisce che un teologo francescano come il Piranese, maturato in quell'ambiente nella prima metà del Quattrocento, nel suo trattatello etico sostanzialmente confermi, a dispetto dello stesso titolo, il ridimensionamento della tematica concernente i sette vizi già proposto dal *doctor subtilis*.

Nel «Breve trattato» non viene invocata l'autorità di alcun teologo scolastico in particolare (anche se si fa riferimento, qua e là, a una dottrina comune).⁴⁵ Tuttavia è possibile che, nell'avvertire l'esigenza di classificare anche i *modi peccatorum* in sette livelli,⁴⁶ Ludovico si sia ispirato a Bonaventura (al dottore cioè più frequentemente nominato nel giudizio sulle «rivelazioni» di santa Brigida), la cui peculiarità rispetto ad altri scolastici è appunto quella di avere interpretato il testo

⁴³ Cfr. IOHANNIS DUNS SCOTI *Op. Ox.*, II, d. VI, q. 2 (ed. Wadding, Lugduni 1639, t. VI, 1, pag. 546) e d. XLII (t. VI, 2, pag. 1062).

⁴⁴ Cfr. P. MARANGON, *Le origini e le fonti dello scotismo padovano*, in *La tradizione scotista veneto-padovana*, a c. di C. BÉRUBÉ, Padova 1979, pagg. 11-49. Tuttavia proprio a Francesco di Meyronnes, scotista della prima generazione (citato da Ludovico nel giudizio sulle «rivelazioni» di santa Brigida), sono attribuibili, con maggiore o minore certezza, due opuscoli sui «sette peccati»: uno di questi (che l'*Incipit* sembra rivelare d'impostazione tradizionale ma forse non è di Francesco) è reperibile in un codice scritto nel 1431 e posseduto — ms. 211 — dalla Biblioteca antoniana (cfr. tra l'altro G. ABATE - G. LUISETTO, *Codici e manoscritti della Biblioteca antoniana*, Vicenza 1975, pagg. 228-229; C. CENCI, *Manoscritti e frati studiosi nella Biblioteca antoniana di Padova*, «Archivum Franciscanum Historicum» 69 (1976), pagg. (496-520) 502; M.W. BLOOMFIELD, B.-G. GUYOT, D.R. HOWARD, T.B. KABEALO, *Incipits of Latin Works on the Virtues and Vices, 1100-1500 A.D.*, Cambridge, Massachussets 1979, nn. 3322, 5933, 5945).

⁴⁵ Nel trattato si trovano infatti espressioni come '*consueverunt dici*', '*inveniunt*', '*sicut doctores dicunt*', '*comuniter autem a doctoribus pununtur*': cfr. *infra*, ll. 6-7, 8, 64, 76.

⁴⁶ Cfr. *infra*, ll. 8-11.

del Lombardo in maniera tale da ridurre a sette le varie divisioni di peccati proposte nel secondo Libro delle *Sentenze*.⁴⁷

Il *Magister*, per la verità, aveva esplicitamente fissato in tre il numero delle possibili distinzioni dei *modi peccatorum* (*cupiditate - timore, cogitatu - verbo - opere, in Deum - in se - in proximum*) richiamandosi ad autorità scritturistiche e patristiche, ma nel contempo, in sintonia con la tradizione teologica, aveva proposto tutta una serie di altre distinzioni (*originale - attuale, mortale - veniale, delictum - peccatum* e altre) senza la preoccupazione di sistamarle in una classificazione complessiva.⁴⁸ Da parte loro gli autori duecenteschi avevano cercato, con esiti anche parecchio diversi tra di loro, di mettere ordine in queste distinzioni attinte alla tradizione teologica, variamente raggruppandole e giustificandole in base a diversi ordini di considerazioni (rispetto alla materia, alla forma, al fine, al soggetto, al grado, ecc.).⁴⁹ Bonaventura, come si diceva, aveva ritenuto di interpretare fedelmente Pietro Lombardo proponendo «septem divisiones secundum septem peccati comparationes»: rapportato alla causa il peccato si distingue in attuale e originale, alla pena in mortale e veniale, al *motivum* in peccato *ex amore* e peccato *ex timore*, all'atto in peccato di pensiero, parola ed opera, alla persona offesa in peccato verso Dio, se stessi e il prossimo, al *mandatum* cui si oppone in omesso (*delictum*) e commesso, rapportato ai vizi che ne derivano — infine — il peccato si divide nei sette capitali. Per il *doctor seraphicus* tutte le altre divisioni tradizionali (come quella tra peccati carnali e spirituali e quella tra peccati *ex malitia, ex infirmitate* ed *ex ignorantia*) sono riducibili a qualcuna di queste sette.⁵⁰

Per quanto riguarda Ludovico, se di convergenza con Bonaventura si può parlare, essa si riferisce soprattutto se non esclusivamente al numero degli elementi dello schema, fissato in sette. Ma si badi che quella di Bonaventura è una divisione di divisioni, non di modi (comprendente, come suo ultimo membro, lo schema dei sette «capitali»), ed è semmai con ciascuna delle prime sei classificazioni e delle altre cui non viene riconosciuto un valore autonomo che si può confrontare

⁴⁷ Il ricorso al numero sette è, comunque, operazione frequente nei testi medievali di teologia morale. Già Agostino (*De civitate Dei*, XI, 31) aveva notato che il settenario è la cifra della pienezza, e nella prima metà del XII secolo Ugo di San Vittore nell'opera *De quinque septenis* aveva collocato in parallelo i sette vizi, le sette domande del *Pater*, i sette doni dello Spirito santo, le sette virtù e le sette beatitudini. Cfr. A. SOLIGNAC, *Op. cit.*, coll. 956-857.

⁴⁸ Cfr. PETRI LOMBARDI, *Op. cit.*, c. 3, 4, 5 (I, 2, pagg. 568-570) e *passim*.

⁴⁹ La *Summa halensis*, ad esempio, propone *octo divisiones*, distinte in modo che «quaedam accipiuntur penes materiam, quaedam penes formam, quaedam penes affectiones respicientes finem secundum quod est principium motus, quaedam vero secundum conditiones ex parte eius in quem peccatur, quaedam vero ex parte efficientis». ALEXANDRI DE HALES *S. th.*, II. II., inq. II, tract. II, q. 3, a. 8, c. 3, n. 268 (III, pag. 281a).

⁵⁰ Cfr. BONAVENTURAE *II Sent.*, dist. XLII, dub. 2 (ed. Quaracchi 1885, t. II, pp. 976a-977a).

la classificazione di modi proposta da Ludovico. In realtà questa non coincide con nessuna di quelle, pur utilizzandone alcuni elementi.

Si può dire che il Piranese attinge all'ampio e complesso materiale offertogli dalla tradizione teologica (*inveniunt...*) in una forma che non sembra trovare un preciso riscontro negli autori più significativi della tradizione scolastica, e in particolare di quella francescana.⁵¹ Ciò che sembra interessare soprattutto il nostro autore è lo stabilire una scala di gravità crescente (*gravior... gravissimus... omnino irremissibilis*), dalla mera inclinazione a peccare propria della nostra natura corrotta sino al peccato «ostinato» contro lo Spirito santo. I primi quattro gradi (peccato naturale, veniale, mortale attuale e mortale abituale) corrispondono, entro certi limiti, alle prime due divisioni proposte da Bonaventura (ed eventualmente a quella accessoria comprendente la *malitia*), mentre l'ultimo (il peccato *in Spiritum sanctum*) è quello che Bonaventura, come gli altri commentatori del Lombardo, aveva trattato diffusamente come «genere speciale di peccato», separatamente rispetto alla «distinzione dei peccati in generale».⁵²

Si può subito rilevare che, lungo questa scala, i *capitalia* vengono di volta in volta presentati o come peccati impropriamente detti (primo livello e, forse, anche secondo) o come peccati veri e propri (terzo, quinto, sesto e settimo livello) o come peccati e vizi nello stesso tempo (quarto livello). Ma ciò che colpisce nella lettura del trattato è soprattutto l'importanza morale che Ludovico attribuisce prima alla presunzione riguardo alla propria virtù e poi all'ipocrisia. Presunzione e ipocrisia diventano per lui non semplicemente (come nella tradizione scolastica) specie particolari o effetti della superbia e della vana gloria o della menzogna, bensì veri e propri livelli di gravità in ciascuno dei peccati capitali (*spiritualis vel mentalis vel cordialis modus* e *diabolicus modus* li chiama, rispettivamente, Ludovico): livelli — potremmo dire — più che mortali anche se non *archidiabolici sive obstinati*, com'è il caso invece della suprema fissazione e fermezza nel proposito di peccare.

L'inserimento di questi due gradi costituisce forse l'elemento più interessante e originale del breve trattato. La rilevanza etica attribuita da Ludovico al gloriarsi della propria giustizia e al simularla è attestata dal fatto che non risulta certamente agevole presentare questi due non come peccati mortali specifici bensì come modi di altri (molteplici) peccati (solo riguardo al peccato contro lo Spirito santo egli ammette trattarsi di un *modus specialis*, a sua volta comprendente varie specie): se a proposito dell'ipocrisia il Piranese cerca di cavarsela assimilandola di volta in volta al peccato la virtù opposta al quale viene simulata, non tenta neppure di giustificare invece l'inserimento della

⁵¹ Cfr. *infra*, II. 8-11.

⁵² Al peccato contro lo Spirito santo è dedicata la XXIII distinzione del secondo Libro delle *Sentenze*.

presunzione (in quanto *modus*) in un ambito assai più vasto dei soli peccati di superbia.

Particolarmente degno di nota è inoltre il fatto che, delle tre sole citazioni contenute nell'opuscolo (tutte di ordine biblico o patristico), due, come vedremo, appartengono proprio alla trattazione dei modi consistenti nel gloriarsi e nel simulare la virtù: Ludovico, quasi a voler addirittura scavalcare la tradizione scolastica che, incasellando in ramificazioni «speciali» (se non addirittura secondarie) queste due storture etiche ne aveva in qualche misura smorzato la valenza, invoca direttamente i *Moralia* di Gregorio Magno e il Vangelo secondo Matteo.⁵³

Per quanto le trattazioni di ciascun «modo» siano brevi o addirittura brevissime, analizzarle particolareggiatamente per rintracciare e distinguere (nel lessico come nelle formule) singole fonti dottrinali costituirebbe un lavoro tale da superare i limiti di questa breve introduzione, ma tradirebbe forse lo stesso intendimento divulgativo (e perciò semplificatorio) del trattatello di Ludovico, che esplicitamente si richiama a una dottrina comune ma non cita alcun «moderno». Nell'impossibilità di individuare eventuali testi cronologicamente a lui vicini cui il Piranese si sia direttamente ispirato, non resta che delineare, come introduzione a ciascuno dei sette punti, alcuni possibili collegamenti con certi filoni della tradizione teologico-morale.

Già l'esposizione del primo «modo»⁵⁴ appare troppo breve e concisa per determinare con esattezza il tipo di teologia del peccato originale che sottintende. Se per un verso l'idea dei vari vizi capitali come inclinazioni a peccare «incluse» nel *fomes* del peccato naturale può far pensare alla teoria del peccato originale come *fomes intensus* diversificato nelle varie *pronitates ad peccandum* elaborata da Guglielmo d'Auxerre agli inizi del Duecento,⁵⁵ ci sono altri elementi che testimoniano con sufficiente chiarezza istanze culturali e dottrinali che trovarono espressione compiuta dopo la metà di quel secolo. Anzitutto, infatti, si manifesta, centrale, la preoccupazione di distinguere nettamente, sotto il profilo del loro valore morale, tra una mera tendenza (che non è propriamente peccato) e l'atto peccaminoso volontario: questa preoccupazione riflette certamente un'impostazione comune agli scolastici dottrinalmente debitori ai grandi autori che, entro limiti e con modalità diverse, sistematizzarono un ampio recupero delle categorie anselmiane nella teologia del peccato ereditario (Tommaso d'Aquino,

⁵³ Cfr. *infra*, II, 54-55 e 62-64.

⁵⁴ Cfr. *infra*, II, 12-23.

⁵⁵ Cfr. GUILLELMI ALTISSIODORENSIS *Summa aurea*, I, II, tract. XIV, c. 6, sol. (ed. Quaracchi 1982, II, 2, pag. 523, 17-24).

ma anche, tra i francescani, Riccardo di Mediavilla e Giovanni Duns Scoto).⁵⁶

Sembra emergere inoltre l'idea che varie inclinazioni disordinate siano naturali e solo di fatto (*quidem nunc*) si innestino nel peccato naturale (cioè originale, termine che Ludovico non usa), in seguito alla caduta che produsse la corruzione dell'umana natura: ciò riflette una problematica tipicamente tomistica, ispirata a motivi naturalistici di matrice aristotelica, non estranea tuttavia anche ad autori francescani come Riccardo di Mediavilla.⁵⁷ Si può notare, infine, l'attenzione rivolta ai fattori organici e fisici, variabili nei diversi individui, per spiegare il prevalere di un singolo genere di peccato invece di un altro quando (il che avviene «il più delle volte») la tendenza al male trova attuazione: anche in questo caso vengono in mente Tommaso e, particolarmente, Riccardo (molto attento al substrato fisiologico, studiato attraverso Aristotele ed Avicenna, dell'agire morale).⁵⁸

Tutti questi elementi contribuiscono a far apparire decisamente lontana la tradizione rigidamente agostiniana prevalente sino al primo quarto del XIII secolo, ma operante ancora nel XIV in autori quali Tommaso di Strasburgo e Gregorio da Rimini: lontana al punto che in alcune espressioni di Ludovico sono rinvenibili addirittura degli accenti (almeno in apparenza) pelagiani, là dove egli riconosce la possibilità per un uomo di non divenire peccatore non seguendo la cattiva inclinazione naturale, e addirittura di meritare e di essere giusto (semplicemente) seguendo il giudizio della ragione e vincendo così questa tendenza.

Ancora più breve si presenta l'esposizione del secondo «modo», *de veniali*.⁵⁹ Qui Ludovico sembra ancorato a posizioni più tradizionali, di ispirazione agostiniana, tendenti a ridurre il peccato veniale a peccato

⁵⁶ Cfr. ad esempio RICHARDI DE MEDIAVILLA *II Sent.*, d. XXI, a. 2, q. 1 (ed. Brixiae 1591, t. II, pag. 265b). Se poi Ludovico intendesse dire che non solo le tendenze incluse nel *fomes* ma lo stesso peccato originale formalmente preso non è peccato in senso proprio, quest'affermazione suonerebbe decisamente «forte», per quanto la tradizione teologica ispirata ad Anselmo d'Aosta sottolinei le differenze tra peccato attuale ed originale: Tommaso, ad esempio, rileva che nell'uomo il peccato ereditario possiede *ratio culpae* non in riferimento alla «persona singolare» bensì in quanto membro di «tutta la natura umana», mentre Riccardo attribuisce solo analogicamente e non univocamente il concetto di colpa ai peccati attuale e originale (cfr. THOMAE AQUINATIS *De malo*, q. 4, a. 1, resp. - n. 33, pag. 525b; RICHARDI DE MEDIAVILLA *II Sent.*, d. XXXII, a. 3, q. 2, resp. - II, pag. 402a).

⁵⁷ Cfr. THOMAE AQUINATIS *Summa contra Gentiles*, I, 4, c. 52 (ed. Torino - Roma 1961, II, pag. 343b): «Necesse est enim corpus humanum, cum sit ex contrariis compositum, corruptibile esse; et sensibilem appetitum in ea quae sunt secundum sensum delectabilia moveri, quae interdum sunt contraria rationi».

⁵⁸ Cfr. ad esempio RICHARDI DE MEDIAVILLA *Quodlibeta*, I, a. 5, q. 1: «Utrum voluntas in homine moveatur ab appetitu sensitivo» (ed. Brixiae 1591, pp. 21b-23a).

⁵⁹ Cfr. *infra*, II, 24-30.

di sensualità. Pietro Lombardo, in particolare, richiamandosi (in maniera non del tutto fondata) ad Agostino,⁶⁰ aveva considerato veniale il peccato consistente in *sensuali motu tantum*, mentre per lui è mortale il peccato che coinvolge la parte superiore o la parte inferiore della ragione: quello cioè che comporta una *plena voluntas perficiendi* oppure una disposizione a tale volontà, consistente nel tenere a lungo, a solo scopo di dilettazione, il pensiero dell'atto illecito.⁶¹ Salvo il carattere sempre veniale dei semplici «primi moti» della sensualità, era tuttavia divenuta dottrina comune nel corso del XIII secolo l'idea secondo la quale ci possano essere peccati veniali anche nella parte più alta dell'anima: per Bonaventura, ad esempio, non solo «planum est in superiori portione rationis posse esse aliquo modo motus inordinatos ex surreptione»,⁶² ma ci possono addirittura essere peccati veniali, come la bugia scherzosa, volontari *simpliciter (ex deliberatione)* e non volontari soltanto *secundum quid sive interpretative* (come i *primi motus* che avvengono *ex surreptione* ma che la volontà potrebbe prevenire o proibire).⁶³

Si può osservare, certamente, che Ludovico non intende qui esporre una dottrina completa sui peccati veniali, bensì semplicemente illustrare il modo veniale in cui possono avvenire i *capitalia*. Ciò si ha quando ci si ferma al senso, esterno o interno, senza salire al consenso del libero arbitrio e senza «uscire» in un atto proibito. Tuttavia, nella storia della teologia scolastica, la reazione alla dottrina agostiniano-lombardiana sul peccato veniale aveva preso corpo anche e proprio riguardo ai *principalia*: Tommaso, come si è visto, ammette la possibilità che qualche specie di peccato capitale sia veniale per sua essenza e non per l'imperfezione psicologica dell'atto. Da questo punto di vista, perciò, si può dire che a Ludovico torna utile, per l'economia del suo discorso centrato sui vari livelli di vizio, attingere a una tradizione più

⁶⁰ Cfr. O. LOTTIN, *Les mouvements premiers de l'appétit sensitif de Pierre Lombard a Saint Thomas d'Aquin*, in *Psychologie et morale aux XII^e et XIII^e siècles*, t. II, 1, Louvain-Genbloux 1948, pagg. (493-589) 496.

⁶¹ «Si ergo in motu sensuali tantum peccati illecebra teneatur, veniale ac levissimum est peccatum. Si vero inferior pars rationis consenserit, ita ut sola cogitationis delectatione, (mortale est)... Si vero adsit plena voluntas perficiendi, ut si adsit facultas, ad effectum perducatur... quia superior pars rationis illecebrae consensit... est damnabile et grave peccatum». PETRI LOMBARDI *Op. cit.*, l. II, d. XXIV, c. 9, 10, 11 (I, 2, pag. 457, 5-16) e *passim*.

⁶² Cfr. BONAVENTURAE *II Sent.*, d. XXIV, p. II, a. 1, q. 2 resp. (II, pag. 577a).

⁶³ Cfr. *ivi*, d. XLI, a. 2, q. 1, resp. (II, pag. 949a). Si veda anche THOMAE AQUINATIS *De malo*, q. 7, a. 1, resp. (n. 47, pagg. 565a-566b), dove la differenza tra mortale e veniale viene riferita al fine delle azioni umane, non solo *ex parte peccantis* ma anche *ex ipso genere operis*. Scoto, da parte sua, considera il peccato veniale un disordine opposto non al precetto divino, bensì al consiglio (disordine che può riferirsi anche agli oggetti più alti e collocarsi nella facoltà superiore dell'anima): cfr. *Op. Ox.*, II, d. XXI, q. 1 (VI, 2, pag. 832).

antica, legata all'agostinismo di Pietro Lombardo (come quella che si era espressa nella *Summa halensis*, più nel trattato *De septem capitalibus peccatis* che in quello *De peccato veniali et mortali*).

Si noti che il Piranese separa il grado veniale dall'ambito del razionale e del deliberato in una maniera così netta che i moti primi e gli atti lievi della sensualità, per lui, non sono volontari neppure in un certo senso (*interpretative*):⁶⁴ a rigore non sono dunque, potremmo dire, neppure peccati (come infatti avevano sostenuto alcuni autori del XIII secolo:⁶⁵ e lo stesso Ludovico non li chiama esplicitamente peccati). Questo secondo «modo» si distingue perciò dal primo esclusivamente per la collocazione ad un livello attuale in contrapposizione ad un livello puramente tendenziale.

Date queste premesse, ciò che distingue il «modo mortale attuale» da quello veniale non può che consistere, per Ludovico, nel deliberato consenso con cui si consente a un atto proibito dalla legge divina o dalla ragione.⁶⁶ Sembra dunque che il Piranese (in sintonia con Scoto nonostante le divergenze riguardanti il peccato veniale) consideri mortale qualsiasi violazione volontaria dei precetti divini. Egli non accenna alle altre categorie con cui, nella scolastica duecentesca, si usava contrapporre il peccato mortale a quello veniale non solo *ex parte subiecti* ma anche *ex parte obiecti* (*libido in creatura supra Deum* anziché *libido in creatura citra Deum*, peccato *contra Dei mandatum* anziché *praeter Dei mandatum*, contrarietà al fine ultimo consistente nella carità di Dio e del prossimo anziché disordine che non lo esclude direttamente, ecc.).⁶⁷ Si limita invece a sottolineare, citando anche il passo evangelico in cui Gesù dichiara adultero «nel suo cuore» anche colui

⁶⁴ È invece volontario, almeno *interpretative*, l'eccessivo e durevole indugio nel pensiero e nella dilettazone. Se questa è l'interpretazione corretta (se cioè l'inciso '*quod dico*' si riferisce all'espressione '*nec vero nec interpretative*'), Ludovico sembra suggerire, come nella tradizione più legata al Lombardo, un primo livello di peccato mortale, non contraddistinto dal consenso deliberato. Ma se il '*quod dico*' costituisce invece un'esplorazione di tutta la frase ('*est autem venialis... modus quo sistitur...*'), il *veniale* viene a coprire un'area più ampia di quella occupata dai *primi motus*: un'area che, nell'ottica di un rigorismo ispirato al *Magister*, appartarrebbe invece al *peccatum mortale* (nello pseudo-Alessandro, ad esempio, la *delectatio morosa* è peccato mortale, in contrapposizione al *primus motus* che è solo veniale: cfr. ALEXANDRI DE HALES *S. Th.*, II, II., inq. III, tract. I, sect. I, q. 2, II, c. 2, n. 298, sol., - III, pag. 309a). La distinzione tra *voluntarium vere et interpretative*, tra *consensus verus et interpretativus* è rinvenibile già nel francescano Guglielmo di Meliton (cfr. O. LOTTIN, *Op. cit.*, pag. 566, 48-54, pag. 567, 76-80). Bonaventura, come si è visto, modifica solo leggermente questa formula: cfr. il passo citato nella nota 63.

⁶⁵ Si vedano i testi dei due primi maestri domenicani di Parigi, Ugo di San Caro e Rolando di Cremona, riportati da O. LOTTIN, *ivi*, pagg. 527-528.

⁶⁶ Cfr. *infra*, II, 31-36.

⁶⁷ Cfr. ALEXANDRI DE HALES *S. Th.*, II, II., inq. III, tract. I, sect. I, q. 1, a. 3, c. 2, n. 272, sol. (III, pag. 286b); BONAVENTURAE *II Sent.*, d. XLII, a. 2, q. 1, resp. (II, pag. 965ab); THOMAE AQUINATIS *ibid.* (pag. 566ab).

che ha solamente desiderato una donna, il fatto che il deliberato consenso è sufficiente perché un peccato sia mortale, quand'anche non segua l'azione esterna: fatto, ovviamente, scontato per tutta la tradizione teologica. Ludovico non sfiora neppure, però, in questa brevissima esposizione tutta la problematica che normalmente veniva sviluppata a questo proposito circa i rapporti tra l'atto volontario e l'opera che ne consegue: se l'azione effettiva aggiunga qualcosa, dal punto di vista morale, alla volontà che la precede era stato un problema assai dibattuto nel corso del XIII secolo⁶⁸ e avvertito con particolare acutezza nel corso del XIV (basti pensare ad autori quali Scoto, Ockham, Adam Wodeham e Gregorio da Rimini).⁶⁹

Il quarto *modus peccandi* è quello *mortalis habitualis*, che non è solo peccato ma è anche vizio e deriva, come la virtù, dalla frequenza e dalla ripetizione degli atti. L'iterazione ulteriore degli atti cattivi produce poi un aumento di quest'abito e proporzionalmente diminuisce la capacità di ritornare alla grazia. Si tratta — nota Ludovico — di un modo più grave rispetto ai precedenti, più difficile da sanare e degno di una pena più grave.⁷⁰ Questo discorso riflette, semplificandola, una problematica che a partire dal Duecento si era sviluppata con l'innesto di un tema schiettamente filosofico, di derivazione aristotelica, in un filone proprio della tradizione teologica, quando il discorso sugli *habitus* viziosi contrapposti a quelli virtuosi, mutuato dall'*Ethica nicomachea*, si era inserito nella problematica (ereditata, tramite Isidoro di Siviglia, da Gregorio Magno) concernente la *malitia* (o *industria*) quale causa del peccato accanto all'*ignorantia* e all'*infirmetas*.⁷¹ Per Tommaso l'abito vizioso, la «qualità permanente» che deriva dalla consuetudine di atti cattivi, è uno dei tipi di malizia che possono produrre un peccato attuale; e se un peccato attuale deriva da una certa malizia, esso è più grave in quanto il suo moto è più inerente alla volontà e dura più a lungo.

Si noti tuttavia che, mentre per Ludovico questo *habitus* è vizio e peccato insieme, ed è più grave del peccato attuale, per l'Aquinata pec-

⁶⁸ Cfr. ad esempio BONAVENTURAE *II Sent.*, d. XLII, a. 1, q. 2 (II, pagg. 962a-964b).

⁶⁹ Cfr. IOHANNIS DUNS SCOTI *Quodlibeta*, q. 18 (XII, pagg. 474-491); GUILLELMI DE OCKHAM, *Quaestiones in Librum tertium Sententiarum (reportatio)*, q. 11 (OTh VI, pagg. 370, 11-18, 375, 14-380, 6); ADAM DE WODEHAM *Lectura oxoniensis*, IV, q. 10 - in M. CECORD ADAMS - R. WOOD, *Is To Will It as To Do It? The Fourteenth Century Debate*, «Franciscan Studies» 41 (1981), pagg. (5-60) 35-60; GREGORII ARIMENENSIS *Lectura super II Sent.*, d. XLII-XLIV, q. 1 (ed. Berlin-New York 1980, t. VI, pagg. 316-330).

⁷⁰ Cfr. *infra*, II, 37-47.

⁷¹ Si noti, comunque, che a sua volta questa tripartizione propria della tradizione teologica (cfr. GREGORII MAGNI *Moralia*, XXV, c. 11 - PL 76, 339A; ISIDORI HISPALENSIS *Sententiae*, II, c. 17, nn. 3-4, PL 83, 620A-B) trova un precedente nella distinzione aristotelica tra *ignorantia*, *passio* ed *electio* (cfr. *Eth. Nicom.* V, 10, 1134a17 - 1136a9; sugli abiti viziosi cfr. ad esempio *ivi*, V, 1, 1129a3 - 26).

cati sono solo gli atti che ne derivano (o che lo precedono), ed è nella comparazione di questi atti che viene proposto un ordine di gravità.⁷² Il Piranese sembra qui fare marcia indietro rispetto alle sue precedenti considerazioni, riguardanti il «peccato naturale», tese a ridimensionare il valore morale delle semplici disposizioni, e riproporre quella confusione tra *vitium* e *peccatum* che, nell'ambito della tradizione francescana, già Riccardo di Mediavilla aveva denunciato quale uso frequente (ma non corretto) e che un secolo più tardi nettamente respingeva anche un autore altamente rappresentativo della tarda scolastica quale Marsilio di Inghen.⁷³

Il quinto *modus peccati* è detto da Ludovico «spirituale o mentale o cordiale» (o anche, nell'elencazione iniziale, «riflessivo»), con una terminologia che ricorda le tradizionali contrapposizioni dei *peccata spiritalia* ai *caralia* e dei *peccata cordis* ai *peccata oris et operis*.⁷⁴ «Sottile e pericoloso», esso consiste nel presumere e nel gloriarsi, agli occhi propri e degli altri, della propria giustizia (ma nella prima definizione Ludovico dice: *de castitate*, in sintonia con la citazione finale di Gregorio Magno che aveva toccato questo modo «specialmente contro la lus-

⁷² Cfr. THOMAE AQUINATIS *S. Th.*, I. II., q. 78, a. 1 ad 3, a. 4, resp. (ed. a Leone XIII P.M., t. II, Roma 1886, pagg. 567 e 570): «... Malitia, ex qua aliquis dicitur peccare, potest intelligi malitia habitualis; secundum quod habitus malus a Philosopho nominatur malitia, sicut habitus bonus nominatur virtus.. Peccatum, quod est ex certa malitia, est gravius peccato, quod est ex passione... quia cum peccatum principaliter in voluntate consistat, quanto motus peccati est magis proprius voluntati, tanto peccatum est gravius, coeteris paribus... Secundo, quia passio, quae inclinatur voluntatem ad peccandum, cito transit... sed habitus, quo homo ex malitia peccat, est qualitas permanens, et ideo qui ex malitia peccat, diuturnius peccat...».

La tematica delle «abitudini malvagie» e degli «abitudinari» trova uno spazio particolarmente ampio nella teologia morale moderna (Suarez, Alfonso de' Liguori, ecc.: cfr. Th. DEMAN, *Péché*, in *Dictionnaire de Théologie Catholique*, t. XII, Paris 1933, col. (140-275) 199; T. ORTOLAN, *Habitudes mauvaises - Habitudinaires*, ivi, t. VI, coll. 2016-2026). Lo stesso Ludovico, comunque, inserendolo nel suo schema, dimostra di dare rilievo etico all'abito vizioso.

⁷³ Cfr. RICHARDI DE MEDIAVILLA *II Sent.*, d. XXI, a. 2, q. 3, resp. (II, pag. 265b). Marsilio, trattando del peccato contro lo Spirito santo, nega che un *habitus* possa venir considerato peccato: «mihī videtur dicendum, sicut de caeteris peccatis, quod nullus habitus sit formaliter peccatum... quia habitus manent in contritis». MARSILII DE INGHEN *Quaestiones super quattuor Libros Sententiarum*, II, q. 23, a. 1, dub. (ed. Strassburg 1501, f. 340va).

⁷⁴ Questa terminologia riflette anche la tradizionale distinzione «psicologica» dei vizi capitali: i tre termini evangelici 'anima', 'cuore', 'mente' venivano riportati alla distinzione aristotelica tra anima vegetativa, sensitiva e razionale con le rispettive *vires*, alle cui *virtutes* si opponevano i vizi capitali (cfr. S. WENZEL, *Op. cit.*, pagg. 11-12, dove viene esposto lo schema di Roberto Grossatesta). Si tenga presente, però, che nello schema di Ludovico una tale divisione dei vizi capitali non può trovare spazio: tutti i *capitalia* iniziano come inclinazioni sensibili e viceversa tutti — comprese la gola e la lussuria — possono raggiungere un livello «mentale o cordiale».

suria».⁷⁵ Rapportate alla tradizione scolastica, queste caratteristiche sarebbero inseribili nell'area semantica dei concetti di superbia o, più precisamente, di vana gloria,⁷⁶ rientrerebbero dunque nella radice di tutti i peccati o nel primo dei peccati capitali. Ludovico, tuttavia, le considera costitutive di un grado che ciascun peccato (o almeno ciascun «capitale») può raggiungere, ma non tenta neppure di fondare un simile allargamento di significato. Si limita invece ad invocare, invero a proposito, l'autorità di Gregorio Magno, che nel ventottesimo Libro dei *Moralia in Iob* invita a rifuggire dalla *luxuria cordis* con cui anche chi ha già sconfitto in sé la *luxuria carnis* può continuare a peccare, insuperbendosi della propria castità.⁷⁷ In quel contesto Gregorio, dopo aver già fustigato frequentemente nei libri precedenti l'ostentazione della propria virtù, si dilunga nel condannare la *conscia virtus*, la *iactantia*, l'*inanis gloria*, l'*elatio cordis*. L'influenza che questo classico del pensiero morale cristiano deve aver esercitato sul pensiero di Ludovico è testimoniata anche, indirettamente, dalle notizie che abbiamo sul fatto che il Piranese ne possedette personalmente una copia.⁷⁸

La lettura del passo di Gregorio Magno citato suggerisce una possibile interpretazione del testo di Ludovico, con cui spiegare la dilatazione semantica cui si accennava. Il Piranese, probabilmente, intende per modo «spirituale» di ciascun peccato quello che consiste nel portar vanto da parte di chi è riuscito a vincerlo in se stesso: la «giustizia» di

⁷⁵ Cfr. *infra*, ll. 48-55.

⁷⁶ Cfr. ALEXANDRI DE HALES *S. th.*, II. II., inq. III, tract. IV, sect. II, q. 1, tit. 1, dist. 2, c. 5, a. 1, n. 523 (III, pagg. 516a-517b); THOMAE AQUINATIS *De malo*, q. 9, a. 1 (n. 63, pagg. 605a-607a).

⁷⁷ «...Sede cum beatum Job tanta praeditum castitate noverimus, cur ei post tot flagella dicitur: *Accinge sicut vir lumbos tuos*, id est, sicut fortis restringe luxuriam, nisi quia alia est luxuria carnis qua castitatem corrumpimus, alia vero luxuria cordis est qua de castitate gloriamur? Dicitur ergo ei: *Accinge sicut vir lumbos tuos*, ut qui prius luxuriam corruptionis vicerat, nunc luxuriam restringat elationis, ne de patientia vel castitate superbiens, tanto pejus intus ante Dei oculos luxuriosus existeret, quanto magis ante oculos hominum et patiens et castus appareret. Unde bene per Moysen dicitur: *Circumcidite praeputia cordis vestri* (*Deut.*, X, 16), id est, postquam luxuriam a carne exstinguitis, etiam superflua cogitationum resecaete». GREGORII MAGNI *Moralia*, XXVIII, 3 (PL 76, 453A-C).

⁷⁸ Il 24 marzo 1438, nel palazzo episcopale di Ferrara, «Lodovicus episcopus forliviensis, tamquam Lodovicus et non tamquam episcopus, vendidit et tradidit rev. d. Iohanni episcopo ferrariensi, ementi ... pro se et suo episcopatu, unum librum, in (quo) sunt scripta *Moralia* sancti Gregorii, pulcrum... pro pretio viginti octo venetorum». Archivio di Stato di Ferrara, Arch. Notarile, Rogiti di M. Schivetti, matr. 71, a. 1432-63, pacco 1438 (cit. da C. CENCI, *Ludovico...*, cit., pag. 270). Nel 1443 Ludovico possedeva ancora la *Politica* di Aristotele e il terzo libro del *Commento alle Sentenze* di Alessandro di Hales: cfr. *ivi*, pag. 271. Un punto di riferimento per Ludovico può essere stata anche la distinzione che Gregorio compie nel IV Libro dei *Moralia* tra quattro modi di peccare, tanto nel cuore quanto nelle opere: con la suggestione (che viene dal diavolo), con il piacere (che viene dalla carne), con il consenso (che viene dallo spirito), con la sfrontatezza nel difenderlo (che viene dalla superbia).

chi la ostenta viene ad essere, di volta in volta, la virtù opposta al vizio da cui (solo materialmente) ci si è liberati o non si è affetti, e la presunzione ricade nell'ambito di quel vizio, a un livello ancora più grave (è «mentalmente» invidioso, poniamo, chi si vanta del proprio amore o della propria misericordia o del proprio gaudio).⁷⁹

Quest'interpretazione presenta il vantaggio di situarsi in perfetta sintonia con la maniera in cui Ludovico, subito dopo, giustifica la collocazione dell'ipocrisia a livello di «modo diabolico» che può caratterizzare ciascuno dei vizi capitali (mentre normalmente l'ipocrisia era considerata *speciale peccatum*, non diversificato a seconda delle virtù simulate).⁸⁰ In questo caso c'è in più l'elemento inganno: è «ipocritamente» vizioso di un certo genere di vizi chi fa credere di avere la virtù opposta, come il superbo che si finge umile, il goloso che si finge astinente, il lussurioso che si finge casto (e, s'intende, così via).⁸¹ Per sottolineare l'enorme gravità di questo modo (*valde damnabilis et gravissimus*) il Piranese si appella alla «verità stessa», ossia al Signore che con molte maledizioni biasimò gli ipocriti, ricordando poi il detto dei dottori (mutuato da sant'Agostino) secondo cui una santità simulata costituisce iniquità doppia.⁸²

Citare prima la Scrittura e poi gli autori ecclesiastici è certamente buona norma per tutti i teologi cattolici, ma si può dire che, in questo caso, tale ordine di priorità riflette anche di fatto il diverso peso che, proporzionalmente, questo tema assume nella predicazione evangelica testimoniata dai sinottici da un lato e buona parte delle opere di teologia morale dall'altro. Come figlia della vana gloria, come peccato con cui si fa ingiuria alla santità della bontà divina e come vizio opposto alla veracità, l'ipocrisia trova per lo più, negli autori ecclesiastici, collocazioni «specificamente» definite se non addirittura accessorie nelle

⁷⁹ Questi per lo più, tradizionalmente, erano considerati i tre «opposti» dell'invidia (cfr. ALEXANDRI DE HALES *S. th.*, II. II., inq. III, tract. IV, sect. II, q. 1, tit. II, c. 1, a. 9, n. 544 - III, pag. 535ab).

⁸⁰ La *Summa halensis* presenta l'ipocrisia sia come figlia della vana gloria (cfr. *ID.*, *S. th.*, II. II., inq. III, tract. IV, sect. II, q. 2, c. 1, a. 1, n. 630 - III, pag. 609ab) e sia come simulazione, che è un *peccatum in Deum*, ma in ogni caso come una «specie di peccato» distinta dalle altre, e non come un «difetto generale» (cfr. *ivi*, inq. III, tract. VIII, sect. I, q. 3, tit. 1, c. 1, a. 1 e 2, nn. 804 e 805 - III, pag. 780ab). Tommaso considera l'ipocrisia una forma di simulazione, opposta alla verità, ed esplicitamente nega che si opponga, di volta in volta, alle virtù simulate: «...Dicendum quod hypocrita, simulans aliquam virtutem, assumit eam ut finem, non quidem secundum existentiam, quasi volens eam habere, sed secundum apparentiam, quasi volens videri eam habere: ex quo non habet quod opponatur illi virtuti, sed quod opponatur veritati, in quantum vult decipere homines circa illam virtutem...» THOMAE AQUINATIS *S. th.*, II. II., q. 111, a. 3, ad 1 (III, p. 779).

⁸¹ Cfr. *infra*, II, 56-61.

⁸² Cfr. *infra*, II, 62-65. «Simulata aequitas est duplex iniquitas». Cfr. AURELIJ AUGUSTINI *Enarr. in Psalm.* 63, 7 (PL 36, 765).

classificazioni morali e spazi non particolarmente ampi di trattazione. Non si vuole, con questo, sostenere che Ludovico, assegnando all'ipocrisia la valenza di grado (quasi) supremo in cui culminano tutte le malvagità umane in quanto modalità «diabolica» di tutti i peccati, si presenti come un isolato portabandiera di un evangelismo più o meno eterodosso, bensì sottolineare che, all'interno della tradizione teologica, Ludovico raccoglie direttamente o indirettamente l'eredità di quegli autori che maggior peso avevano riservato a questa tematica: come Gregorio Magno, che qui Ludovico non cita, ma la cui influenza è ancora una volta avvertibile. Tra gli scolastici si può ricordare Guglielmo d'Auxerre, che nel Secondo Libro della *Summa aurea* dedica all'ipocrisia ben otto capitoli (poco prima, anche lui come Ludovico, di trattare il peccato contro lo Spirito santo).⁸³

Riguardo al peccato contro lo Spirito santo, ben diversa si presenta la mole di elaborazioni dottrinali accumulate attraverso i secoli. A fronte di un fondamento biblico (in questo caso) quantitativamente esiguo anche se formale, si era andata invece sviluppando sin dal periodo patristico, soprattutto a partire da Agostino, una complessa problematica teologica riguardo al significato di quella *Spiritus blasphemia* che, secondo il detto di Gesù riportato dai sinottici, «non sarà rimessa né in questo secolo né in quello futuro»:⁸⁴ mentre per la maggior parte dei Padri questo peccato consiste nella bestemmia contro lo Spirito santo o contro la Trinità, il vescovo d'Ipbona l'aveva identificato soprattutto con l'impenitenza finale.⁸⁵ Pietro Lombardo, nel XII secolo, aveva dedicato un'intera distinzione del secondo Libro delle sue *Sentenze* a questa tematica, collegandola con il problema dei peccati *ex malitia* e riportando vari passi di Agostino (non tutti in sintonia tra di loro), di Gerolamo e di Ambrogio.⁸⁶ Gli scolastici del XIII secolo avevano poi cercato di mettere ordine in questa aggrovigliata materia (complicata tra l'altro dai rapporti di questo peccato con quello *ad mortem* di cui si parla nella prima Epistola di san Giovanni),⁸⁷ approdando a una sistematizzazione che, soprattutto per quanto concerne l'individuazione delle specie di peccato contro lo Spirito santo, non presenta grosse varianti (negli autori duecenteschi ma anche in quelli trecenteschi).

⁸³ Cfr. GUILLELMI ALTISSIODORENSIS *Op. cit.*, II, tract. XXX (II, 2, pagg. 656-670). Guglielmo considera l'ipocrisia come un desiderio di apparire buono *secundum se et propter se*, desiderio che come tale si distingue tanto dalla vana gloria quanto dalla simulazione (c. 2, pagg. 658-661). Tra l'altro egli si chiede (c. 4, pag. 664) «quare Dominus frequentius reprehendit ypocritas potius quam alios peccatores». Per uno scolastico anche questo fatto deve venir spiegato in base alle sue *rationes* o *causae*, e Guglielmo ne individua quattro.

⁸⁴ Matth. 12, 31-32.

⁸⁵ Cfr. Th. DEMAN, *ibid.*

⁸⁶ Cfr. PETRI LOMBARDI *Op. cit.*, L. II, d. XLIII (I, 2, pagg. 572-577).

⁸⁷ I Jo. 5, 16.

L'esposizione di Ludovico può essere divisa in due parti. Nella seconda egli si richiama alla comune dottrina scolastica (*communiter autem a doctoribus...*) elencando sei specie di peccato contro lo Spirito santo,⁸⁸ divise in tre gruppi a seconda del riferimento a Dio, alla Chiesa e al peccatore (Bonaventura, ad esempio, in riferimento esplicito alla *gratia poenitentialis* cui direttamente si oppone il *peccatum in Spiritum sanctum*, lo aveva suddiviso *ex parte medici, ex parte ministri ed ex parte aegroti*).⁸⁹ Al primo gruppo appartengono la presunzione circa la propria impunità e la disperazione (in opposizione, rispettivamente, alla giustizia e alla misericordia divine); al secondo l'impugnazione della verità riconosciuta e l'invidia della grazia fraterna (in opposizione alla dottrina della divina bontà o verità e, rispettivamente, alla grazia);⁹⁰ al terzo gruppo appartengono l'ostinazione, intesa come compiacimento nella colpa perpetrata, e l'impenitenza finale, intesa come proposito di non pentirsi mai (in opposizione al dolore per la propria colpa e, rispettivamente, al proposito di allontanarsi dal peccato).⁹¹

Nella prima parte dell'esposizione, invece, i rapporti di Ludovico con la «dottrina comune» (cui tra l'altro non si fa esplicito riferimento) appaiono più sfumati,⁹² in quanto vi si può individuare un rifiuto, almeno implicito, dell'idea secondo la quale il peccato contro lo Spirito santo è (come dice Bonaventura, cui fanno eco anche gli altri scolastici) «genus peccati ab aliis generibus peccatorum distinctum». ⁹³ In coerenza con l'impostazione di tutto il breve trattato, il Piranese parla infatti ancora una volta di «modo» (in questo caso del *modus archidiabolicus sive obstinatus*) in cui, è sottinteso, possono avvenire tutti i *capitalia*: questo si ha quando qualcuno non solo è «abituato nel male» (si pensi al terzo grado, «mortale abituale»), ma è talmente fissato e fermo nel proposito di peccare da compiacersi nella colpa commessa e da proporsi di non abbandonare mai quel peccato, emendandosi.⁹⁴

In questa maniera, comunque, Ludovico recupera, per adattarla al-

⁸⁸ Cfr. *infra*, II, 76-92. Su questo numero non concorda Egidio Romano (cfr. *Scholion*, in *BONAVENTURAE II Sent.*, d. XLIII, a. 1, q. 1 - II, pag. 984ab).

⁸⁹ Cfr. *ivi*, a. 3, q. 1, resp. (II, pag. 992ab).

⁹⁰ Per Bonaventura (*ibid.*) questi due peccati si oppongono, rispettivamente, alla *veritas doctrinae* e alla *sanctitas gratiae*.

⁹¹ Per Bonaventura (pag. 992a) i peccati del terzo gruppo sono contrari, rispettivamente, alla *detestatio peccati praeteriti* e al *propositum non peccandi*.

⁹² Cfr. *infra*, II, 66-75. Una certa contrapposizione delle due parti trova conferma nell'*'autem'* che introduce la seconda.

⁹³ Cfr. *BONAVENTURAE* *ivi*, a. 1, q. 1, resp. (II, pag. 983a). In quel contesto il *doctor seraphicus*, tra l'altro, dice esplicitamente che «fornicatio et adulterium non potest aliquo modo dici peccatum in Spiritum sanctum» («mentre, per Ludovico, quest'ultimo costituisce il modo più grave anche della lussuria).

⁹⁴ L'idea di «proposito» sembra configurare il «modo ostinato» più come un atto, per quanto prolungato, che come un abito. Questa precisazione era invece esplicita in Marsilio di Inghen: cfr. *supra*, nota 73.

le proprie esigenze, la dottrina (sostenuta da vari autori quali lo pseudo-Alessandro e Tommaso d'Aquino)⁹⁵ del peccato contro lo Spirito santo secondo un'accezione più ampia per cui esso non è *speciale genus peccati* bensì *generalis conditio* o *circumstantia* di tutti i peccati. Ciò è confermato dal fatto che questo «modo arciabolicò» viene presentato dal Piranese, genericamente, come suprema ostinazione nel male e non si fa riferimento agli elementi più particolari che normalmente venivano considerati determinanti per questo peccato nella sua accezione più stretta (rifiuto e disprezzo della grazia dello Spirito santo, opposizione ai precetti della prima tavola, ecc.).⁹⁶ Solo alla fine di questa prima parte Ludovico precisa che quello di cui ha parlato è un *modus specialis* e viene detto *peccatum in Spiritum sanctum*⁹⁷ (e a quel punto, riferendosi alla dottrina comunemente sostenuta dai dottori, comincia a suddividerlo nelle varie specie).

Ludovico tocca ancora (tanto nella prima parte quanto nella seconda, a proposito dell'impenitenza finale)⁹⁸ il problema del carattere irremissibile di questo peccato, problema che gli scolastici usavano discutere e articolare in una questione a parte, riconoscendo comunque una qualche *ratio* secondo la quale anche il peccato contro lo Spirito santo può dirsi remissibile.⁹⁹ Nella sua estrema concisione, Ludovico assume una posizione decisamente rigida a questo proposito: il «modo ostinato» è del tutto irremissibile, non si deve e non si può neppure assolvere chi si trova in tale condizione, l'impenitenza finale, intesa come proposito di non pentirsi mai, elimina ogni via di ritorno alla grazia. Non vi è qui, come in Tommaso, appello all'onnipotenza e alla misericordia di Dio che può operare *quasi miraculose* guarigioni spirituali, né, come in Marsilio di Inghen (erede di un motivo tipico del XIV secolo), ricorso alla *potentia Dei absoluta* per la quale può essere remissibile ciò che «quantum est ex parte sui» è irremissibile.¹⁰⁰

Questo pessimismo del Piranese, lungi dal costituire retaggio della

⁹⁵ Cfr. ALEXANDRI DE HALES *S. th.*, II. II., inq. III, tract. V, sect. II, q. 3, c. 1, sol.: «...Dicendum quod peccatum in Spiritum Sanctum dupliciter accipitur: uno modo secundum quod addit conditionem super genus peccati; alio vero modo prout est quoddam genus peccati. Secundum quod addit conditionem super genus peccati, dicitur quod peccatum in Spiritum Sanctum est quodcumque mortale peccatum ex certa malitia cum mentis pertinacia...»; THOMAE AQUINATIS *S. Th.*, II. II., q. 14, a. 1, ad 3 (III, pag. 123).

⁹⁶ Per Scoto, ad esempio, «ad peccatum in Spiritum sanctum requiruntur tria, scilicet quod sit ex certa malitia, quod sit contra praeceptum primae tabulae et quod sit actus oppositus perfectissimo actui conversivo». IOHANNIS DUNS SOTI *Op. Ox.*, II, d. XLIII, q. 1 (VI, 2, pag. 1069).

⁹⁷ Cfr. *infra*, II, 74-75.

⁹⁸ Cfr. *infra*, II, 72-73 e 93-99.

⁹⁹ Si vedano, ad esempio, nei testi già citati le questioni dedicate a questo problema dallo pseudo-Alessandro, da Bonaventura, da Tommaso e da Marsilio di Inghen.

¹⁰⁰ Cfr. THOMAE AQUINATIS *S. th.*, II. II., q. 14, a. 3, resp. (III, pag. 126); MARSILII DE INGHEN *Op. cit.*, II, q. 23, a. 2, concl. 1 e 4 (f. 341ra, va).

tradizione più legata al pensiero di Agostino, sembra riflettere invece un'impostazione tendente a limitare il ruolo della grazia nell'agire morale, considerandola elemento non fondante bensì concomitante (se non secondario) nella dinamica degli atti umani volontari. L'unica via, o almeno (Ludovico si corregge immediatamente, lasciando uno spiraglio all'onnipotenza divina) la via principale di ritorno alla grazia è il proposito di abbandonare il peccato, proposito senza il quale non vi può essere contrizione:¹⁰¹ e la contrizione, mediante la quale si ha la vera remissione dei peccati, c'è quando si è avuto pienamente e veramente il proposito ed è avvenuta l'infusione della grazia.¹⁰²

Sarebbe probabilmente eccessivo parlare di istanze naturalistiche o umanistiche, ma senza dubbio emerge la preoccupazione di dar peso, anche per il conseguimento della salvezza eterna, alla dinamica puramente volontaria e «naturale» dell'agire umano. Queste considerazioni si possono ricollegare a quanto si osservava a proposito del primo «modo», quando si attribuiva un'intonazione quasi pelagiana alla fiducia, espressa da Ludovico, nell'osservanza del giudizio della ragione in ordine al merito e alla giustificazione. D'altra parte i passi in cui Ludovico tocca, quasi di sfuggita, i grandi temi della grazia e della giustificazione (che hanno impegnato, si può dire, tutti i pensatori cristiani per lo meno a partire da Agostino) sono troppo esigui per poter proporre una precisa collocazione storico-dottrinale del nostro autore.¹⁰³ Non si può perciò del tutto escludere che egli, anziché seguire posizioni simili a quella del Tommaso delle opere giovanili che riteneva sufficiente disposizione alla grazia il libero arbitrio (sia pur *divinitus directum*) o a quella di Ockham per il quale qualcuno «potest vitare ex puris naturalibus omne peccatum» e «de congruo potest mereri gratiam ex puris naturalibus», ammetta implicitamente, nel solco di un'ampia tradizione scolastica, una «prima grazia» *gratis data* che muove l'uomo nella sua libera preparazione all'infusione della grazia *gratum faciens*.¹⁰⁴

¹⁰¹ Uno dei motivi per cui il peccato contro lo Spirito santo si dice irremissibile, per Scoto, è «quia corrumpit dispositionem ad remissionem in eo cui debet remitti, quia, sicut dicitur in quarto, principium dispositivum ad remissionem peccati in peccatore est aliqualis displicitia de peccato cum conversione ad Deum...». IOHANNIS DUNS SCOTT *ibid.*

¹⁰² Si noti tra l'altro che la remissione dei peccati non s'identifica (come per Tommaso) ma segue l'infusione della grazia: ciò sembra avvicinare Ludovico alla posizione costantemente tenuta dalla scuola scotista, secondo la quale il legame tra la remissione del peccato e l'infusione della grazia è di ordine estrinseco: cfr. J. RIVIÈRE, *Justification*, in *Dictionnaire de Théologie Catholique*, t. VIII, Paris 1924, coll. (2042-2227) 2219-2220.

¹⁰³ Si veda anche la frase conclusiva circa il «modo mortale abituale»: cfr. *infra*, II, 45-47.

¹⁰⁴ Cfr. *ivi*, coll. 118-2120; THOMAE AQUINATIS *De veritate*, q. 24, a. 15, resp. (ed. Torino-Roma 1949, n. 212, pag. 467ab); GUILLELMI DE OCKHAM *Quaestiones variae*, q. 6, a. 11 (OTH VIII, pagg. 318, 714-320, 760). La distinzione tra merito *de congruo* e merito *de condigno* è frequente nella scuola francescana. Per Bonaventura, però, il libero

Nell'un caso e nell'altro, Ludovico si situa lontano da qualsiasi forma di agostinismo rigido: l'enorme tempesta scatenata un secolo più tardi da Martin Lutero avrebbe comunque cercato di rovesciare, se l'avesse vista (cosa improbabile, date le sue modeste dimensioni), anche questa piccola barca del Piranese intitolata *Super septem vitia*.

arbitrio può (e solo *de congruo*) disporre alla grazia *gratum faciens* soltanto «si excitetur per aliquod donum gratiae gratis datae». *BONAVENTURAE II Sent.*, d. XXVIII, a. 2, q. 1, resp. (II, pag. 632b). Scoto, da parte sua, ritiene che solo *de potentia absoluta* e non di fatto Dio possa accettare come meritorio un atto puramente naturale in assenza di un abito soprannaturale: «Dico quod Deus de potentia absoluta bene potuisset acceptare naturam beatificabilem... existentem in puris naturalibus. Et similiter actum eius, ad quem esset inclinatio eius mere naturalis, potuisset acceptare ut meritorium. Sed non creditur ita disposuisse, quod naturam puram vel actum eius sic acceptet: quia actum ex puris naturalibus esse meritorium appropinquet errori Pelagii. Ideo verisimilius creditur quod acceptet naturam et actum eius tamquam meritorium per habitum supernaturalem». *IOHANNIS DUNS SCOTI Op. Ox.*, I, d. XVII, q. 3 (V, 2, pag. 968).

L'OPUSCOLO «DE PROPORCIONIBUS»

Benché brevissimo e quasi schematico, il trattatello morale di Ludovico presenta, come si è visto, una certa originalità e qualche motivo di interesse. L'opuscolo *De proportionibus* si rivela quantitativamente più consistente e, soprattutto nella prima parte della trattazione vera e propria, anche chiaro ed ordinato; non offre comunque, nel complesso, spunti di particolare rilievo, a parte l'ordine inconsueto conferito all'esposizione dei tradizionali «tipi» di rapporto e a parte lo sforzo di utilizzare vari passi del *corpus* aristotelico per giustificare i limiti precisi entro i quali viene ristretta la trattazione: una trattazione elementare di ordine esclusivamente aritmetico che, come vedremo, tende a eludere vari temi rilevantissimi sviluppati dai matematici medievali soprattutto sulla base degli *Elementi* di Euclide (recuperati tramite gli arabi nel XII secolo) e si riduce ai fondamenti dati dallo schema classificatorio di «denominazioni» (nel solco della tradizione neopitagorico-boeziana) per quanto concerne i rapporti, e, per quanto concerne le proporzioni, addirittura alle poche nozioni esposte da Aristotele nell'*Ethica nicomachea* in funzione del suo discorso sulla giustizia.

Sull'occasione in cui fu composto l'opuscolo si è già detto all'inizio.¹⁰⁵ Ci si potrebbe domandare come mai l'arcivescovo di Tours si sia rivolto proprio a Ludovico per chiedere dilucidazioni in materia di rapporti e di proporzioni, posto che al Concilio di Basilea verisimilmente non mancavano uomini dotti provenienti da varie scuole europee. Fosse per la fama sua personale o dell'Università patavina non priva di una certa tradizione in campo matematico,¹⁰⁶ il Piranese dovette assumersi

¹⁰⁵ Il Cenci ricorda, a questo proposito, la vivacità degli scambi culturali che caratterizzarono il Concilio di Basilea (cfr. C. CENCI, *Ludovico...*, cit., pag. 275).

¹⁰⁶ Cfr. C. MACCAGNI, *Le scienze nello studio di Padova e nel Veneto*, in *Storia della cultura veneta*, III, 3, cit., pagg. 135-171. A parte le figure di medici-astrologi che secondo la tradizione araba sono anche matematici, durante il XIV secolo nello Studio patavino penetrano le tematiche di ordine matematico e meccanico, tipiche degli *Oxonnienses* e dei *Parisienses*, connesse con i problemi del movimento e dell'*intensio et remissio formarum*. Nel 1352 Francesco da Ferrara affronta i temi della dinamica bradwardiniana in una *Quaestio de proportionibus motuum* (edita recentemente da M. CLAGETT in «Annali dell'Istituto e Museo di storia della scienza di Firenze» 3 - 1973, pagg. 3-63). Tra la seconda metà del Trecento e gli inizi del Quattrocento gravitano, più o meno stabilmente, attorno all'Università di Padova autori quali Paolo Veneto e Biagio Pelacani da Parma, critico nei confronti di Bradwardine (cfr. nota 136 e A. HARRISON, *Blasius of Parma's critique of Bradwardine's «Tractatus de proportionibus»*, in *Scienza e filosofia all'Università di Padova nel Quattrocento*, a c. di A. POPPI, Padova-Trieste 1983, pagg. 19-69). Tuttavia tra il secondo e il quinto decennio del XV secolo l'insegnamento delle discipline astronomico-astrologiche e matematiche fu saltuario e impartito da maestri di non grande rinomanza (tra i quali Prosdocimo de' Beldomandi, morto nel 1428, che, addottorato in *artibus* e in medicina, forse lesse, per la prima volta, le matematiche come insegnamento autonomo: tra le sue opere è stato edito soltanto, a Padova nel 1483 e a Venezia nel 1540, un *Algorismi tractatus* che rimane nel solco della tradizione medievale ispirata all'aritmetica speculativa di Boezio).

un incarico piuttosto ponderoso, né si può escludere che anche in questo caso (come in quello della contemporanea, o quasi, stesura del giudizio sulle «rivelazioni» di santa Brigida) egli non avesse a disposizione «in conventu Sancti Francisci»¹⁰⁷ i sussidi librari necessari, o non ne avesse a sufficienza. Qui, comunque, in occasione delle citazioni, non ricorrono espressioni del tipo 'si bene memini'. Traspire però, forse, quasi un timore di non essere riuscito a dare del tutto quanto ci si attendeva da lui.¹⁰⁸ Quale sia stata l'accoglienza riservata dall'arcivescovo di Tours all'opuscolo indirizzatogli non ci è noto. In ogni caso esso fu trascritto intorno alla metà del XV secolo in un codice comprendente altri due scritti (tra cui il testo di un discorso tenuto dallo stesso Filippo di Coetquis al Concilio di Basilea). Di questa raccolta (cod. 475), come detto, la Biblioteca Municipale di Tours, a causa di eventi bellici, conserva solo un facsimile fotografico.¹⁰⁹

L'opuscolo matematico di Ludovico può essere diviso in tre parti. Viene sviluppato, anzitutto, un discorso di ordine epistemologico-metodologico, volto ad illustrare la connessione della tematica affrontata con varie altre scienze, ma soprattutto a giustificare il «taglio» particolare (meramente aritmetico e limitato ai principi basilari) che viene dato alla trattazione. Queste considerazioni si trovano all'inizio dell'opuscolo (costituendone quasi il prologo), ma vengono poi riprese e ampliate anche alla fine, lì dove il Piranese, a mo' di epilogo, si rivolge di nuovo direttamente, come in principio, all'arcivescovo di Tours.¹¹⁰

La trattazione vera e propria comprende una parte (la più cospicua) *de proportionibus*¹¹¹ ed una *de proportionalitatibus*,¹¹² secondo un uso corrente nei trattati tardomedievali di questo genere.¹¹³ Bisogna tener presente che il termine 'proportio', nella terminologia latina del *quadrivium*, traduce la parola 'lógos', usata dai matematici greci per designare quello che noi oggi chiamiamo rapporto, mentre 'proportio-

¹⁰⁷ Cfr. *infra*, I, 404.

¹⁰⁸ Nel finale della lettera contenente l'opuscolo Ludovico, rivolgendosi all'arcivescovo, dice che quanto esposto sono i *primi* elementi nell'ordine tradizionale dell'insegnamento sulle *prime* «radici» delle proporzioni e delle proporzionalità. Si dichiara, poi, pronto ad accogliere integrazioni e correzioni (ma questa, certamente, non è che una formula di prammatica). Cfr. *infra*, II, 371-377 e 398-401.

¹⁰⁹ Per la descrizione del codice, cfr. *Catalogue général des manuscrits des bibliothèques publiques de France. Départements*, XXXVIIa, Paris 1900, pagg. 577-578. Il testo di Ludovico comincia nel foglio 278va (nel cui recto si conclude un commentario sugli ultimi sei libri dell'*Etica nicomachea* scritto nel 1310 da Enrico d'Urimach o di Weimar) e si conclude nel foglio 281vb, dove immediatamente «sequitur propositio facta per reverendissimum in Christo patrem dominum Philippum, archiepiscopum Turonensem, christianissimum regis Francorum ambaxiatorem in concilio basilienensi».

¹¹⁰ Cfr. *infra*, II, 100-128 e 371-397.

¹¹¹ Cfr. *infra*, II, 129-305.

¹¹² Cfr. *infra*, II, 306-370.

¹¹³ Cfr. ad esempio, *infra*, i trattati citati nelle note 135, 136 e 140.

nalitas' traduce '*analogia*', cioè quello che noi oggi chiamiamo proporzione. Tuttavia appare più opportuno rendere qui '*proportio*' con 'proporzione' e '*proportionalitas*' con 'proporzionalità', adeguandosi alla terminologia volgare adottata già nel XV secolo da Luca Pacioli¹¹⁴ (analogamente anche lo storico della matematica John E. Murdoch, nel suo studio sul linguaggio medievale delle «proporzioni», anglicizza i due termini latini rendendoli, rispettivamente, con '*proportion*' e '*proportionality*').¹¹⁵

La parte introduttiva dell'opuscolo presenta una struttura argomentativa ben precisa, che si può così riassumere. Sapere è esplorare le profondità della verità finché ci sia *resolutio ad immediata*, a partire dalle cause immediate e dai principi primi penetrare con lo sguardo distintamente nell'origine del vero, vedendo e contemplando le cose nel loro originarsi da un principio. Bisogna essere in grado di risolvere le conclusioni nei loro principi; senza questa «risoluzione» non si ha scienza, ma credenza meramente topica e probabile.¹¹⁶

È un fatto, d'altra parte, che tanto il fisico quanto il cultore di musica quanto il filosofo morale trattano varie conclusioni riguardanti le proporzioni e le proporzionalità: proporzioni o tra motori o tra resistenze o tra potenza movente e resistenza il primo, proporzioni chiamate ad esempio 'quinta' (*diapente*) o 'quarta' (*diatessarón*) concernenti suoni e voci il secondo, proporzionalità aritmetica nell'assumere il «medio» della giustizia commutativa e geometrica nell'assumere il «medio» della giustizia distributiva il terzo.¹¹⁷ E poiché l'eminantissimo ingegno dell'arcivescovo di Tours, (appunto) per ricondurre ai primi principi i temi svolti nelle discipline morali, ha voluto investigare le prime ragioni o «radici» di proporzioni e proporzionalità, Ludovico, desideroso di conformarsi alla volontà di tale signore, affronta adesso questo argomento:¹¹⁸ Ma come? — è la domanda implicita cui risponde l'ultima parte del ragionamento.

Poiché solo in riferimento alla quantità più cose possono dirsi uguali o ineguali e d'altra parte la proporzione presa in senso proprio è

¹¹⁴ Cfr. LUCA PACIOLI, *Summa de arithmetica, geometria, proportioni et proportionalitas*, Venezia 1494.

¹¹⁵ Cfr. J.E. MURDOCH, *The Medieval Language of Proportions: Elements of the Interaction with Greek Foundations and the Development of New Mathematical Techniques*, in *Scientific Change*, ed. A.C. CROMBIE, London 1963, pagg. 237-271 (in particolare la nota terminologica di pag. 238). Molti autori di lingua inglese, come ad esempio Edward Grant, preferiscono invece conformarsi all'uso presente, ricorrendo al termine '*ratio*' per tradurre '*proportio*' e a '*proportion*' per tradurre '*proportionalitas*'.

¹¹⁶ Cfr. *infra*, ll. 104-113.

¹¹⁷ Cfr. *infra*, ll. 114-125.

¹¹⁸ Cfr. *infra*, ll. 125-132. In base al testo di Ludovico, 'De proportionum et proportionalitatum radicibus' potrebbe essere il titolo più adeguato dell'opuscolo, che, indirizzato sotto forma di epistola, non presenta nell'*incipit* alcuna intitolazione.

comparazione ossia relazione (*habitus*) di cose uguali o ineguali, la proporzione propriamente detta non è rinvenibile se non tra quantità o cose quante, sia nel genere della quantità continua e sia nel genere della quantità discreta. Poiché però nel senso più proprio la proporzione è comparazione reciproca di quantità del medesimo genere prossimo (di due linee, ad esempio, nel genere della quantità continua e di due numeri nel genere della quantità continua e di due numeri nel genere della quantità discreta), essendo d'altra parte l'aritmetica più certa, in quanto più astratta, della geometria, di conseguenza nei numeri le proporzioni si discernono con maggiore certezza e con maggiore facilità. È per questo che comunemente i dottori furono soliti (ancora una volta «*consueverunt*»!) spiegare proporzioni e proporzionalità mediante i numeri, e così intende fare anche Ludovico.¹¹⁹

Di quest'ampia argomentazione che, muovendo dai fondamenti del sapere scientifico, finisce per teorizzare la maggiore certezza (ma anche la maggiore facilità...) delle considerazioni di tipo aritmetico rispetto a quelle di tipo geometrico, si possono ora sottolineare alcuni aspetti piuttosto significativi. Anzitutto, Aristotele: citato (*Ethica nicomachea*, Libro V)¹²⁰ per quanto concerne la connessione tra proporzionalità e giustizia e anche (*Categoriae*, capitolo 6)¹²¹ per quanto concerne il «proprio» della quantità, il «Filosofo» non viene menzionato esplicitamente proprio nel punto fondamentale riguardante la maggior certezza dell'aritmetica rispetto alla geometria (mentre in *Analytica posteriora* I, 27 questa superiorità, in termini di «maggiore esattezza», è affermata chiaramente).¹²²

Una certa attenzione meritano i passi in cui Ludovico illustra l'essenza del sapere scientifico, che è per lui penetrazione del vero tramite una risoluzione delle conclusioni nei principi. «*Ex principiis*», «*in (o ad) principia*» dice il Piranese, rispecchiando Aristotele con ambedue le espressioni.¹²³ Tuttavia quello che sembra realmente interessargli è il secondo aspetto, vale a dire il processo «ascendente» che riconduce i «mediati» agli «immediati» (*deducere*, ma non nel senso «discendente»

¹¹⁹ Cfr. *infra*, II, 133-150.

¹²⁰ Per l'esatto rinvio cfr. *infra* la nota 6 dell'edizione.

¹²¹ Cfr. *infra*, la nota 7 dell'edizione.

¹²² Cfr. *An. Post.*, I, 27, 87a, 31-37. Per Aristotele l'aritmetica è più rigorosa della geometria in quanto è fondata su di un minor numero di elementi o principi: concerne infatti l'unità che è sostanza priva di posizione, mentre la geometria ha a che fare con il punto che è sostanza dotata di posizione, implicando così elementi addizionali. Cfr. T. HEATH, *Mathematics in Aristotle*, London 1949, pagg. 64-65.

¹²³ Si veda ad esempio *An. Post.*, I, 28, 87a 38-b 4. Commentando questo passo, Tommaso d'Aquino chiama «*resolvere ad principia prima*» questo «*in indemostrabilia venire*» di cui parla Aristotele: cfr. THOMAE AQUINATIS *In Aristotelis Libros Perihermenias et Posteriorum Analyticorum expositio*, L. I, I, XLI, n. 368 (ed. Torino 1955, pag. 302a). «Risoluzione» e «composizione», com'è noto, costituiscono un tema di rilievo nel commentario grossatestiano ai *Secundi analitici*.

di dimostrare le conclusioni). La stessa *scientia*, si potrebbe dire, viene ricondotta all'*intellectus* che la fonda («oppidum et originem veri perspicere»). Ludovico si sarebbe potuto riferire anche a diversi passi degli *Analitici posteriori*, ma preferisce citare l'inizio della *Politica*, dove Aristotele propone l'ideale conoscitivo del «vedere» le cose nel loro nascere.¹²⁴ «Vedere le cose nel loro nascere», nel caso delle proporzioni che entrano nel tessuto argomentativo di varie discipline, vorrà dunque dire, per Ludovico, indagare le loro prime «ragioni» o «radici», scavalcare le mediazioni per speculare sui principi non mediati. Con questo privilegiare il momento «analitico» su quello «sintetico» il Piranese sembra in realtà cercare la base teorica in forza della quale giustificare il livello elementare della sua successiva trattazione: a che serve conoscere le conclusioni se non si «scrutano» i principi? E per far questo la vecchia *aritmetica* del *quadrivium* gli basta, non è necessario fare i conti con tutto l'effettivo dibattito scientifico del suo tempo!

Prima di mettere a fuoco qualche altro punto dell'introduzione, concernente in maniera più diretta il tema delle proporzioni, può risultare utile esaminare l'epilogo dell'opuscolo, dove Ludovico, per esaltare il valore delle scienze più astratte, si appella ancora una volta ad Aristotele.¹²⁵ Qui tuttavia, a parte un iniziale accenno al fatto che massimamente nei numeri si discernono in maniera più chiara (*apertius*) i fondamenti della dottrina sulle proporzioni e sulle proporzionalità, sono in generale le «forme matematiche» (astraenti le loro quiddità, definizioni, proprietà e «passioni» da ogni materia sensibile) a venir contrapposte, per il loro grado supremo di certezza, alle verità retoriche e morali che sono sottoposte a una grande variazione per la varietà della materia e addirittura delle circostanze. Non più dunque contrapposizione di aritmetica a geometria (gli esempi riguardano infatti tanto forme geometriche, come triangolo e cerchio, quanto numeri) e neppure, di-

¹²⁴ Cfr. *infra* la nota 5 dell'edizione (si noti che nel 1443 Ludovico possedeva una copia della *Politica* di Aristotele: cfr. *supra*, nota 78). Proprio nel commentare questo passo Tommaso considera necessaria (in riferimento alla cognizione dei composti) una *via resolutionis*, cui però deve seguire una *via compositionis* mediante la quale, a partire dai principi indivisibili già noti, giudicare delle cose che vengono causate dai principi (cfr. THOMAE AQUINATIS *In Libros Politicorum Aristotelis expositio*, L. I, l. I, n. 16 - ed. Torino - Roma 1951, pag. 7b). Anche commentando il passo dell'*Etica nicomachea* che, come si vedrà, Ludovico utilizza per contrapporre quanto al rigore le verità matematiche a quelle retoriche e morali, l'Aquinata parla del *modus resolutorius* (risolvere i composti nei principi semplici) come proprio della *scientia speculativa* (cfr. *Id.*, *In decem Libros ethicorum Aristotelis ad Nicomachum expositio*, L. I, l. III, n. 35 - ed. Torino - Roma 1949, pag. 10a). Altrove, parlando di qualsivoglia *inquisitio*, Tommaso riserva il «processo risolutorio» al caso in cui ciò che viene prima nella cognizione (sia posteriore nell'essere, per cui «de effectibus manifestis iudicamus, resolvendo in causas simplices» (se invece la priorità nella cognizione coincide con la priorità nell'essere, si ha un processo compositivo: «procedere enim a causis in effectus»): cfr. *S. th.*, I. II., q. 14, a. 5 resp. (ed. cit., pag. 125).

¹²⁵ Cfr. *infra*, ll. 371-397.

rettamente, contrapposizione di matematica a fisica (anche se Ludovico cerca di utilizzare, nell'esaltazione della massima infallibilità delle scienze astratte, il passo di *Physica* II, 2 in cui Aristotele riconosce, semplicemente, che il matematico non introduce alcun errore quando nei corpi separa dal movimento ciò che l'intelletto vi può separare):¹²⁶ qui invece, nel solco del primo Libro dell'*Etica* esplicitamente citato, le verità matematiche (primo grado di certezza) vengono contrapposte alle verità retoriche e morali (ultimo grado di certezza), incapaci di raggiungere la certezza della dimostrazione in senso stretto, sicché in esse è sufficiente «presentare la verità in maniera grossolana e figurata».¹²⁷ «È proprio infatti dell'uomo istruito — con questa citazione relativamente estesa Ludovico conclude la sua trattazione — cercare in riferimento a ciascun genere (di discorso) tanta certezza quanta permette la natura della cosa: l'ammettere un matematico che persuade è infatti simile al pretendere dimostrazioni da un retore».¹²⁸

Già nella parte introduttiva, si diceva, Ludovico tocca alcuni punti riguardanti la teoria delle proporzioni. Si può notare in primo luogo l'espressione '(primae) *radices proportionum et proportionalitatum*', che ricompare anche nell'epilogo. 'Radici' ha il senso generico di «fondamenti», «principi basilari», «*rationes*»,¹²⁹ ma non si può escludere che rifletta anche un significato tecnico più preciso, attinto all'*Arithmetica* boeziana: Boezio chiama infatti *radices proportionum* ciò che a partire dal XIII secolo viene detto *denominaciones proportionum*, vale a dire i numeri che, disposti a due a due in un determinato ordine, costituiscono le possibili *habitudines* di una certa specie nella loro espressione numericamente più bassa (relazioni per le quali si possono produrre

¹²⁶ Cfr. *infra* la nota 8 dell'edizione.

¹²⁷ Cfr. *Eth. Nicom.*, I, 1, 1094b, 12-22 (in THOMAE AQUINATIS *In decem Libros...*, cit., pag. 9a): «Certum enim non similiter in omnibus sermonibus quaerendum est quemadmodum neque in conditis. Bona autem et iusta, de quibus civilis intendit, tantam habent differentiam et errorem, ut videantur lege sola esse, natura vero non. Talem autem quemdam errorem habent et bona, quia multis contingunt detrimenta ex ipsis: iam enim quidam perierunt propter divitias, alii vero propter fortitudinem. Amabile igitur de talibus et ex talibus dicentes grosse et figurate veritatem ostendere, et de his, quae ut frequentius, et ex talibus dicentes talia, et concludere». Tommaso commenta: «...Et sic manifestum est, quod materia moralis est varia et difformis, non habens omnimodam certitudinem» (ivi, n. 34, pag. 10a). Si noti che Ludovico non parla di *sermones*, bensì di *veritates*, sicché nella medesima proposizione 'verità' assume il duplice significato di 'verità-discorso' e 'verità-cosa'.

¹²⁸ Cfr. *infra* la nota 9 dell'edizione. La sensibilità del nostro autore per la tematica epistemologica si può trovare riflessa nel vigore con il quale, una decina d'anni dopo il Concilio di Basilea, Ludovico, vescovo di Forlì, sollecitava in una lettera la restituzione di una copia del commentario grossatestiano agli *Analitici posteriori*: quel libro gli serviva «ad utilitatem quorundam iuvenum forliviensium» (cfr. *supra*, nota 19).

¹²⁹ Solo in un passo Ludovico usa (o sembra usare) il termine '*rationes*': nella sua parziale trascrizione il Cenci legge invece anche in questo caso '*radices*'. Cfr. *infra*, l. 128.

nomi *usque in infinitum* e che non variano se i numeri che le costituiscono vengono debitamente moltiplicati).¹³⁰ Ludovico, comunque, al pari dei suoi contemporanei, adopera il termine '*denominatio*' nell'esposizione vera e propria delle proporzioni,¹³¹ e d'altra parte chiama '*radices*' anche i fondamenti delle proporzionalità, per cui questa parola non ha in lui, precisamente, un significato tecnico in senso aritmetico.

Nel corso del lungo ragionamento iniziale Ludovico menziona, come si è detto, tre discipline nelle quali viene comunemente applicata la teoria delle proporzioni: fisica (meccanica), musica ed etica. A parte l'esclusione di altri ambiti, quali l'astronomia e la stessa teologia, in cui è storicamente riscontrabile la straordinaria sensibilità dimostrata dalla cultura medievale per il tema delle proporzioni,¹³² si potrebbe osservare che la musica, nella tradizione del *quadrivium*, fa qualche cosa di più che «trattare alcune conclusioni» circa le proporzioni: in ogni caso Ludovico elude questa tematica al punto che, come si vedrà, omette successivamente l'«armonica» nell'elencazione delle proporzionalità.¹³³ Si può invece dire che riguardo alle implicazioni morali Ludovico si rivela di fatto molto attento (in sintonia anche con gli interessi del destinatario dell'opuscolo), se si collega questo passo con l'elencazione finale delle proporzionalità, svolta, come si vedrà, sulla falsariga dell'*Etica* aristotelica.

Di un certo interesse si presenta l'accento alla teoria del movimento: se si raffrontano i tre problemi dinamici indicati con le opinioni *de velocitate motuum* correnti nel XIV secolo esposte da Nicola Oresme nell'introduzione al suo trattato *De proportionibus proportionum*,¹³⁴ si può dire che Ludovico coglie nel segno. Gli sviluppi della teoria aristotelica del movimento con l'ausilio di strumenti matematici, determinati in primo luogo da Tommaso Bradwardine con il suo *Tractatus de proportionibus velocitatum in motibus* scritto nel 1328,¹³⁵ avevano

¹³⁰ Cfr. A.M.T. SEVERINI BOETII *De institutione arithmetica Libri duo*, I, 28 (ed. Lipsiae 1867, pagg. 59, 27 - 60, 3). Cfr. J.E. MURDOCH, *Op. cit.*, pag. 257).

¹³¹ Cfr. *infra*, I, 224.

¹³² Cfr. J.E. MURDOCH, *Op. cit.*, pagg. 262-263. Boezio anticipa già in sede aritmetica, nel trattare delle proporzionalità, alcuni temi del *De institutione musica*; in tutto l'opuscolo di Ludovico, a questo proposito, si trova solo l'iniziale accenno alle proporzioni *diapente* e *diatessarón*.

¹³³ Cfr. *infra*, pag. 134.

¹³⁴ Cfr. NICOLE ORESME, *De proportionibus proportionum*, Proemium, in *De proportionibus proportionum and Ad pauca respicientes*, ed. E. GRANT, Madison - Milwaukee - London 1966, pag. 134, 1-7.

¹³⁵ Cfr. THOMAS BRADWARDINE, *Tractatus de proportionibus*, ed. H.L. CROSBY jr, Madison, Wisconsin 1955; J.E. MURDOCH, *Op. cit.*, pagg. 265-266; M. CLAGETT, *The Science of Mechanics in the Middle Ages*, Madison, Wisconsin 1959 (trad. it. Milano 1972). Tra i vari testi editi in quest'ultimo studio si trova (pagg. 509-521 della traduzione italiana) quel *Tractatus brevis proportionum abbreviatus ex libro de proportionibus D. Thomae Braguardini Anglici*, scritto verso la metà del Trecento, che tanta diffusione ebbe in Europa.

trovato già poco dopo la metà del Trecento un'eco proprio nello *Studium* patavino con la *Quaestio de proportionibus motuum* di Francesco da Ferrara, strettamente legata all'opera di Bradwardine (designato come 'magister proportionum').¹³⁶ All'inizio del suo opuscolo Francesco chiama quella da lui trattata 'materia de proportionibus agentium ad passa et moventium et resistentiarum adinvicem in velocitate et tarditate motuum',¹³⁷ proponendo così una formulazione alla quale è assimilabile l'accento di Ludovico alle *conclusiones de proportionibus* trattate dai fisici.

Si potrebbe certamente osservare che le «radici» matematiche del *Tractatus* bradwardiniano, con il suo calcolo di proporzioni, furono decisamente più complesse della semplice teoria delle «denominazioni» risalente, attraverso Boezio, a Nicomaco di Gerasa: la dinamica di Bradwardine, come le successive elaborazioni di Oresme e di Alberto di Sassonia, risulta infatti incomprensibile senza gli *Elementa* di Euclide (in particolare senza il Libro V, dedicato alla teoria delle proporzioni tra grandezze a prescindere dalla loro commensurabilità o incommensurabilità) e senza la tradizione della «composizione di proporzioni» risalente a Giordano Nemorario e a Campano di Novara (XIII secolo), tradizione a sua volta ampiamente ispirata ad Euclide.¹³⁸ L'assimilazione

¹³⁶ Pubblicata solo parzialmente in *The Science of Mechanics*, la *Quaestio* di Francesco da Ferrara è stata di recente edita integralmente dallo stesso Clagett negli «Annali dell'Istituto e Museo di storia della scienza di Firenze»: cfr. *supra*, nota 106. Nei confronti della «legge dinamica» formulata da Bradwardine si levarono in Italia anche voci di dissenso, come quelle di Biagio Pelacani alla fine del XIV secolo e di Giovanni Marliani a metà del XV. Nelle sue inedite *Quaestiones super tractatum de proportionibus Thomae Bradwardini* Biagio, che si avvale di teorie aritmetiche arabe (pseudo-Giordano, Ameto), presenta contro Bradwardine e i suoi seguaci anche una serie di obiezioni riguardo alla «radice» matematica delle loro concezioni dinamiche (si noti l'uso del termine 'radix'): tra l'altro, a proposito delle proporzioni, egli denuncia quella confusione tra il concetto di composizione e il concetto di prodotto che in quegli autori porta, ad esempio, all'ambiguità dell'espressione 'dupla proportio' (v. *infra*, nota 140): solo nel caso del numero 2 infatti la proporzione «duplicata» e la proporzione «doppia» coincidono (4 è il quadrato di 2 e ne è anche il doppio, ma 9 non è il doppio di 3 mentre ne è il quadrato): cfr. G. FEDERICI VESCOVINI, *Astrologia e scienza. La crisi dell'aristolismo sul cadere del Trecento e Biagio Pelacani da Parma*, Firenze 1979, pagg. 354-365.

¹³⁷ Cfr. FRANCESCO DA FERRARA, *op. cit.*, pag. 7.

¹³⁸ Cfr. J.E. MURDOCH, *Op. cit.*, pagg. 263-267; M.S. MAHONEY, *Mathematics, in Science in the Middle Ages*, ed. D.C. LINDBERG, Chicago - London 1978, pagg. (144-178) 165-166; H.L.L. BUSARD, *Die Traktate De Proportionibus von Jordanus Nemorarius und Campanus*, «Centaureus» 15 (1971), pagg. 193-227. La tradizione delle «proporzioni» oltre che agli *Elementa* di Euclide si ispira, sempre attraverso fonti arabe, all'*Almagesto* di Tolomeo.

La «legge dinamica» di Bradwardine può venire espressa con la formula $F_2/R_2 = (F_1/R_1)^n$ (dove $F_1/R_1 > 1$ e $n = V_2/V_1$): rifiutando il principio di proporzionalità semplice sostenuto da Aristotele, essa afferma che la velocità aumenta aritmeticamente in corrispondenza all'aumento geometrico della proporzione della forza alla resistenza (cfr. M. CLAGETT, *Op. cit.*, pagg. 463-464 dell'edizione italiana).

e l'elaborazione della matematica euclidea risultarono dunque centrali per gli sviluppi della teoria tardo-medievale delle proporzioni, a prescindere dai problemi riguardanti i limiti di una corretta comprensione (attraverso quelle che sono state chiamate le «lenti deformanti» dell'*Arithmetica* boeziana) di certi aspetti nodali degli *Elementa*, quale il criterio degli equimultipli con cui nella quinta definizione del quinto Libro viene definita l'uguaglianza di proporzioni.¹³⁹

D'altra parte tutto ciò non impedì allo schema classificatorio di tipo boeziano di sopravvivere, e anzi di rimanere un punto di riferimento costante, universalmente accettato. Così la stessa uguaglianza di proporzioni fu generalmente vista come un problema di uguaglianza di *denominationes*, e molti autori (Bradwardine compreso), nel trattare le proporzioni tra incommensurabili (*proportiones irrationales*), considerarono anche queste denominabili, sia pur *mediate* (in un quadrato, ad esempio, la proporzione della diagonale al lato viene denominata da un numero non immediatamente, bensì mediatamente, ossia è immediatamente denominata da un'altra proporzione, la *medietas duplae proportionis*, che è immediatamente denominata da un numero).¹⁴⁰

Il riconoscimento e l'utilizzazione anche nella cultura tardo-medievale dei cinque «generi» di proporzione tramandati dai cultori del *quadrivium* non furono perciò limitati al settore della teoria musicale (in cui essi costituirono parti essenziali di ogni trattazione, sino a tutto il Rinascimento),¹⁴¹ ma interessarono, sia pure in maniera differenziata, anche gli autori impegnati ad applicare elaborazioni matematiche a problemi di fisica (in piena età moderna un Newton usa ancora la terminologia tradizionale, parlando in sede astronomica di «*sesquialterate ratio*»).¹⁴²

¹³⁹ Cfr. J.E. MURDOCH, *Op. cit.*, pagg. 237-261; M.S. MAHONEY, *Op. cit.*, pag. 163.

¹⁴⁰ «... Irrationalis vocatur quae non immediate denominatur ab aliquo numero, sed mediate tantum (quia immediate denominatur ab aliqua proportione, quae immediate denominatur a numero): sicut medietas duplae proportionis, quae est proportio diametri ad costam». THOMAS BRADWARDINE, *Tractatus de proportionibus*, I, 1, pag. 66. Cfr. anche ALBERTI DE SAXONIA, *Tractatus proportionum*, Venetiis 1487, f. a1r (le moltiplicazioni e divisioni di proporzioni, negli autori tardo-medievali, possono essere intese in un senso esponenziale: una proporzione «doppia» di un'altra è il quadrato di tale proporzione. Così il doppio della proporzione doppia si può rappresentare con $(2/1)^2$ e la metà della proporzione doppia con $(2/1)^{1/2}$, ossia radice quadrata di due: cfr. H.L. CROSBY, in THOMAS BRADWARDINE, *Op. cit.*, pag. 20; M. CLAGETT, *Op. cit.*, pag. 489 dell'edizione italiana). Per Campano, viceversa, vi sono infinite proporzioni irrazionali la cui denominazione non è conoscibile: cfr. *In Eucl. Elementorum Lib. V*, diff. 16 (*Euclidis Megarensis geometricorum Elementorum Libri XV. Campani Galli Transalpini in eosdem commentariorum Libri XV*, Parisiis 1516, f. 61v).

¹⁴¹ Cfr. M. MASI, *Arithmetic*, in *The Seven Liberal Arts in the Middle Ages*, ed. D.L. WAGNER, Bloomington 1983, pagg. (147-166) 153.

¹⁴² Cfr. ISAAC NEWTON, *Principia*, London 1687, bk. 3, hyp. 7: «The periodic times of the five primary planets and (either of the sun about the earth or) of the earth about the sun are in sesquialterate ratio of the mean distances from the sun» (cit. da M.S. MAHONEY, *Op. cit.*, pag. 177).

Se Oresme, da parte sua, all'inizio del *De proportionibus proportionum* considera semplicemente presupposta la divisione della proporzione razionale in cinque generi divisi in infinite specie e successivamente li elenca molto concisamente illustrandone le denominazioni solo in funzione di una «regola pratica» per trovare i primi numeri di una data proporzione,¹⁴³ Bradwardine e i trattati che a lui più direttamente si richiamano presentano una trattazione autonoma, preliminare, dello schema tradizionale. E se, ad esempio, il *Tractatus brevis ex libro Braguardini* sviluppa subito dopo, sulla base degli *Elementa* euclidei, tutta una serie di *suppositiones* e di *conclusiones* prima di affrontare i problemi del movimento, Francesco da Ferrara nella sua *Quaestio* e Alberto di Sassonia tanto nel *Tractatus proportionum* quanto nelle *Quaestiones in octo libros Physicorum* premettono alla discussione dei problemi fisici soltanto delle esposizioni piuttosto concise sulle proporzioni,¹⁴⁴ le quali di significativamente diverso rispetto all'esposizione di Ludovico hanno solo l'inserimento nella classificazione e la definizione delle proporzioni irrazionali (che il Piranese può omettere in virtù della sua preliminare restrizione alle quantità discrete e perciò commensurabili).¹⁴⁵

Il riferimento all'ultimo testo citato può presentare un certo interesse, come termine di paragone, per l'analisi dell'opuscolo di Ludovico. Ci è noto infatti che le *Questioni* sulla *Fisica* di Alberto di Sassonia (contemporaneo di Oresme) furono un testo adoperato dal Piranese nella prima fase dei suoi studi.¹⁴⁶ Da questo testo (o, meglio, anche da questo testo) egli può avere appreso la problematica relativa al movimento cui fa cenno nell'introduzione, ma soprattutto può avere assimilato lo schema «classico» di matrice boeziana sulle proporzioni. Per quanto dunque tale schema fosse per lo più ormai un elemento scontato di una teoria delle proporzioni assai più complessa, si può dire che Ludovico affronta e tratta (in maniera corretta, come si vedrà) un settore tutt'altro che esaurito nelle teorie matematiche sviluppate all'interno delle

¹⁴³ Cfr. NICOLE ORESME, *Op. cit.*, Proemium, pag. 136, 17-22, c. 2, 2, pagg. 208, 3 - 214, 57. Quando però utilizza la nomenclatura boeziana, Oresme ne stravolge il significato originario piegandolo a un senso esponenziale: cfr. E. GRANT, *Critical Notes*, ivi, pag. 342.

¹⁴⁴ Nelle prime tre di queste quattro opere il discorso preliminare si conclude con una breve elencazione delle proporzionalità: cfr. *infra*, note 191 e 206.

¹⁴⁵ Cfr. *Tractatus brevis*, cit. (pagg. 511, 101-514, 249); FRANCESCO DA FERRARA, *Op. cit.*, Primum principale (pagg. 17-18); ALBERTI DE SAXONIA *Tractatus proportionum* (ff. a1r - a3v); *Id.*, *Quaestiones in septimum Librum Physicorum*, q. 7, 1 (*Quaestiones super Libros de Physica auscultatione ab Alberto di Saxonia*, Venetiis 1516, ff. 74ra-74va).

¹⁴⁶ In un manoscritto delle *Questioni* sulla *Fisica* di Alberto (Firenze, Bibl. Naz., cod. conv. soppr. A, 9. 20., f. 1v) si trova un'annotazione da cui risulta che a Rimini, nel 1408, quella copia fu venduta a un frate (il cui nome risulta illeggibile) da «frate Lodovico de Pirano»: cfr. C. CENCI, *Ludovico...*, cit., pag. 266.

trattazioni musicali e fisiche del tardo Medioevo.

Prima di esaminare la parte centrale dell'opuscolo di Ludovico, è opportuno prendere ancora in considerazione la definizione che viene data di *proportio*. Si tratta, si badi, di una definizione generale, non ristretta all'ambito dei numeri cui successivamente verrà ricondotta la trattazione. Anzitutto: '*comparatio*' ma soprattutto '*habitus*' sono i termini comunemente usati nella trattatistica medievale sulle proporzioni (ambedue i vocaboli si trovano già in Boezio).¹⁴⁷ Secondo Michael S. Mahoney il concetto di *habitus*, strettamente legato a quello di *denominatio*, rivela l'idea che la proporzione non sia essa stessa una quantità, bensì un'entità speciale, appunto una relazione.¹⁴⁸

Si può notare che, stranamente, Ludovico omette di specificare — contro tutta la tradizione matematica — che i termini tra loro comparati devono essere due; successivamente, anzi, parla addirittura (ma forse si tratta di un errore del copista) di *plures* o *ad minus duo*.¹⁴⁹ Riguardo poi alla duplice accezione (propria e propriissima), essa sembra sottintenderne una terza, impropria, riguardante il confronto tra cose non «quante», come quello tra qualità cui accenna Aristotele nel passo citato delle *Categoriae* (in tal caso si parla di simile e dissimile, piuttosto che di uguale e ineguale).¹⁵⁰ Quello che colpisce, tuttavia, è il fatto che Ludovico a questa sottintesa proporzione *communiter dicta* (per usare un'espressione rinvenibile in altri trattati)¹⁵¹ non contrappone di-

¹⁴⁷ Cfr. SEVERINI BOETII, *Op. cit.*, II, 40 (pag. 137, 13-15), I, 21 (pagg. 12-13): «Proportio est duorum terminorum ad se invicem quaedam habitudo... Omne enim aut aequale est aut inaequale, quicquid alterius comparatione metitur»; JORDANI NEMORARII *Elementa Arithmetica*, II (*Jordani Nemorarii clarissimi viri Elementa Arithmetica*, Parisiis 1496, f. a5r): «Proportio est duarum quantitatum eiusdem generis unius ad alteram certa in quantitate relatio»; ID., *De proportionibus* (in H.L.L. BUSARD, *Op. cit.*, pag. 205): «Proporcio est rei ad rem determinata secundum quantitatem habitudo»; CAMPANI *De proportionibus* (ivi, pag. 213): «Proportio est duarum quantitatum eiusdem generis ad invicem habitudo»; *Tractatus brevis*, pag. 509, 6-7: «Proportio proprie dicta est duarum rerum eiusdem generis ad invicem habitudo»; FRANCESCO DA FERRARA, *Op. cit.*, Primum principale (pag. 17): «Nam proportio nihil aliud est nisi habitudo et comparatio unius ad alium... Proportio proprie et strictius sumpta reperitur in solis quantitativibus, que sic diffinitur: proportio est duarum quantitatum eiusdem generis unius ad alteram habitudo»; ALBERTI DE SAXONIA *Tractatus proportionum* (f. a1r): «Proportio proprie accepta est duarum quantitatum eiusdem generis ad invicem habitudo».

¹⁴⁸ Cfr. M.S. MAHONEY, *Op. cit.*, pag. 164.

¹⁴⁹ Cfr. *infra*, II, 153-157 e 324-329. Forse bisognerebbe leggere '*duorum*' in luogo di '*plurium*' e '*ad invicem*' in luogo di '*ad minus*'.

¹⁵⁰ Cfr. *infra* la nota 7 dell'edizione.

¹⁵¹ «Omnis proportio vel est communiter dicta, vel proprie dicta. Communiter dicta est duarum rerum comparatarum ad invicem habitudo». *Tractatus brevis*, cit. (pag. 509, 4-6). «Et hanc accipiendo proportionem communiter, ut ipsam sic diffiniam, proportio est duorum comparatarum in aliquo in quo comparantur unius ad alterum habitudo». FRANCESCO DA FERRARA, *ivi*, pag. 17. «Proportio communiter accepta est duorum comparatarum in aliquo termino univoco ad invicem habitudo». ALBERTI DE SAXONIA *Tractatus proportionum* (f. a1r).

rettamente l'«*habitudo quantitatis eiusdem generis propinqui*», bensì in primo luogo una «*proportio inter quantitates aut inter res quantas, tam in genere quantitatis continuae quam etiam in genere quantitatis discretas*», con l'unica condizione che si tratti di quantità o cose quante finite. Anzi, il termine '*propinquum*' utilizzato a proposito del senso più proprio sembra avere precisamente lo scopo di contrapporre questo al senso (semplicemente) proprio, di contrapporre cioè gli ambiti più particolari dati dalle varie suddivisioni delle due fondamentali divisioni della quantità (le linee, ad esempio, all'interno della quantità continua) agli ambiti dati dalle due divisioni fondamentali, continua e discreta (o addirittura, interpretando in maniera diversa il passo, all'ambito generico della quantità).

Di solito invece, sulla scia della terza definizione del quinto Libro di Euclide, si parlava semplicemente di «*eiusdem generis*», ma volendo con ciò significare quanto Ludovico esprime con '*eiusdem generis propinqui*' (quanto a Boezio, l'omogeneità era una condizione implicita, non espressa nella definizione ma applicata negli esempi).¹⁵² Il Piranese sembra così ammettere un'accezione non impropria di 'proporzione' secondo la quale si mettono in relazione cose bensì «quante», non tuttavia omogenee, se non (forse) in riferimento all'essere continue oppure discrete (come una linea con una superficie, per fare l'esempio di una proporzione che Campano, nel suo celebre e diffusissimo Commento ad Euclide, dichiara impossibile).¹⁵³ Ciò appare abbastanza sorprendente, se si considera il costante rifiuto di una simile possibilità così nella scienza greca come nella massima parte di quella medievale. Pensare che con ciò il Piranese intendesse alludere alle eccezioni che si potrebbero individuare negli sviluppi tardo-medievali della teoria sul movimento,¹⁵⁴ volesse cioè riferirsi proprio a quelle proporzioni tra potenze moventi e resistenze di cui ha fatto cenno poco sopra, considerandole «di diverso genere propinquo», sarebbe certo allettante, ma forse azzardato. In ogni caso non si può escludere che la divisione di Ludovico rifletta in qualche modo certe tematiche attingibili alle *Questioni* fi-

¹⁵² Si vedano, *supra*, i passi citati nella nota 147. Cfr. EUCLIDIS *Elementa*, V, diff. 3 (ed. cit., f. 57r). Quanto a Boezio, egli nelle esemplificazioni presenta comparazioni di quantità omogenee, «ut denarius denario vel ternarius ternario vel cubitum cubito vel pes pedi et his similia» (ivi, pag. 45, 15-17).

¹⁵³ Cfr. EUCLIDIS *Elementa*, V, diff. 3 - comm. CAMPANI (ff. 57r-57v).

¹⁵⁴ Cfr. E. GRANT, *A Source Book in Medieval Science*, Cambridge, Massachusetts 1974, pag. 136, n. 4. L'esempio delle linee di un piede e di due piedi nell'ambito della quantità continua potrebbe far pensare che Ludovico implicitamente intenda il *genus propinquum* anche in termini di commensurabilità: così, mentre secondo l'accezione *propria* di 'proporzione' per la comparazione di due quantità sarebbe sufficiente che le due quantità siano finite, secondo l'accezione *propriissima* sarebbe richiesta in più la possibilità di trovare un comune sottomultiplo tra le due grandezze. In tal caso, parte della geometria verrebbe relegato nell'ambito del livello meno rigoroso delle proporzioni propriamente dette.

siche di *Albertus parvus*: il maestro sassone, ad esempio, prima di affrontare la questione sulla proporzione delle velocità nei movimenti (quella cioè che inizia con una breve spiegazione delle proporzioni), distingue due livelli di *comparatio* e afferma che i movimenti sono tutti reciprocamente comparabili *proportionabiliter vel correspondenter*, non tutti però con una «comparazione propriamente detta», non cioè *secundum aliquam certam proportionem*.¹⁵⁵

Tuttavia la spiegazione potrebbe essere, più semplicemente, un'altra: 'proprie' e 'propriissime' non vengono tra di loro contrapposti, quasi le rispettive accezioni indicassero due livelli effettivi e separatamente praticabili di proporzioni, ma esprimono un mero ordine espositivo: ristretto, con l'ausilio dell'*Organon* aristotelico, l'ambito delle proporzioni — in quanto relazioni di cose uguali o ineguali — all'ambito della quantità, con implicita contrapposizione ai casi di comparazioni tra cose non «quante», si precisa subito dopo (nel solco di tutta la tradizione matematica) che le grandezze, per venir reciprocamente comparate, devono essere strettamente omogenee: linea con linea, numero con numero. La seconda, insomma, viene ad essere una definizione più completa della prima. Che questa sia l'interpretazione corretta può essere confermato dal fatto che Ludovico, nell'introdurre il discorso sulle proporzionalità, pur ripresentando questo duplice livello definitorio di 'proporzione', non contrappone il secondo (privo tra l'altro dell'aggettivo 'propinquum' riferito a 'genus') al primo in termini di accezioni più o meno proprie bensì nella prospettiva di una migliore precisazione, mediante il riferimento a quanto già detto in precedenza.¹⁵⁶

La «spiegazione delle proporzioni mediante i numeri» occupa uno spazio (relativamente) considerevole, superiore, ad esempio, alle parti corrispondenti nell'anonimo *Brevis tractatus* e nella *Quaestio* di Francesco da Ferrara.¹⁵⁷ È la parte centrale dell'opuscolo matematico di Ludovico, ed è anche senza dubbio la migliore, per completezza e chiarezza espositiva. La teoria boeziana viene esposta in maniera corretta, anche se con alcune particolarità che si cercherà qui (pur senza scendere in dettagli troppo minuti) di mettere a fuoco.

Nell'ambito della quantità discreta, spiega Ludovico, le proporzioni sono o di uguaglianza (relazione vicendevole di più quantità uguali, come ad esempio di due «ternari»: le proporzioni di questo tipo sono della medesima specie specialissima) o di disuguaglianza, suddivisa in

¹⁵⁵ Cfr. ALBERTI DE SAXONIA *Quaestiones in septimum Librum Physicorum*, q. 5 e 6 (ff. 72vb - 74ra).

¹⁵⁶ Cfr. *infra*, II. 306-313.

¹⁵⁷ Nel caso del *Brevis tractatus*, per 'parte corrispondente' s'intende quella iniziale (pagg. 501, 4 - 511, 100), con esclusione non solo della trattazione fisica, bensì anche della parte finale dell'introduzione matematica, in cui vengono sviluppate *suppositiones* e *conclusiones* soprattutto sulla base degli *Elementa* di Euclide.

disuguaglianza maggiore e disuguaglianza minore: la prima (comparazione di una quantità maggiore ad una minore) contiene cinque «generi subalterni», ciascuno dei quali contiene specie specialissime (*in infinitum*, come vedremo), la seconda (comparazione di una quantità minore ad una maggiore) contiene i medesimi generi e le medesime specie.¹⁵⁸

I generi della proporzione di disuguaglianza maggiore sono: multipla, superparticolare, superpartiente, multipla superparticolare e multipla superpartiente.¹⁵⁹ La sufficienza di questa divisione si può desumere dall'esame dei modi¹⁶⁰ in cui il numero maggiore può contenere il minore: una volta soltanto o più volte. Se il maggiore contiene il minore una sola volta, contiene anche qualche cosa in più (altrimenti sarebbero uguali), e questo qualcosa in più (che — è sottinteso — necessariamente risulta minore del numero minore), considerato come parte del minore può essere di duplice genere: o ne è parte aliquota (cioè preso un certo numero di volte dà adeguatamente, senza mancanza e senza eccesso, il suo tutto: il «binario» ad esempio è parte aliquota di ogni numero pari) o ne è parte non aliquota (cioè quante si vogliono volte lo si prenda, darà più o meno del suo tutto: il «ternario», ad esempio, non può mai dare adeguatamente il «settenario».)¹⁶¹

Se dunque il numero maggiore contiene il minore e inoltre una parte aliquota di quest'ultimo, si dà una proporzione secondo il genere della proporzione superparticolare, che ha sotto di sé tante specie quante sono le parti aliquote. Così alla prima parte aliquota, costituita dalla metà, corrisponde la prima specie di proporzione superparticolare che è la proporzione sesquialtera (3 a 2, 6 a 4, ecc.); alla seconda parte aliquota, costituita dalla terza parte, corrisponde la seconda specie di proporzione superparticolare, cioè la sesquiterza (4 a 3), e così avanti (1001 a 1000 è una proporzione sesquimillesima).¹⁶²

¹⁵⁸ Cfr. *infra*, ll. 151-167 e 299-303.

¹⁵⁹ In conformità alla traduzione di Libero Sosio di parte del *Tractatus brevis ex Libro Braguardini* si è qui adottata, con lievi modifiche, la terminologia italiana impiegata da Luca Pacioli (cfr. *supra* nota 114).

¹⁶⁰ Il termine 'modus' è adoperato da Ludovico a proposito della proporzione multipla: cfr. *infra*, l. 255.

¹⁶¹ Cfr. *infra*, ll. 168-199.

¹⁶² Cfr. *infra*, ll. 200-217. La proporzione superparticolare si può rappresentare con

la formula $\frac{n}{n+1}$, dove $n \geq 2$ e n è un numero intero (per questa formulazione e per quelle degli altri quattro generi di proporzione di maggiore disuguaglianza cfr. E. GRANT, *Critical Notes*, in NICOLE ORESME, *Op. cit.*, pagg. 342, 348-349).

Si noti che 'sesquialtera' costituisce una deformazione del termine boeziano 'sesquialtera' (da 'sesqui' = 'la metà in più', derivante da 'semisque': 'semis' = 'la metà'). Questa deformazione è rinvenibile anche in altri trattati tardo-medievali, come in quello

Se invece il numero maggiore contiene il minore una sola volta e inoltre una parte non aliquota di quest'ultimo, questa proporzione viene detta, quanto al genere, superpartiente. Le specie specialissime di questa proporzione ricevono denominazione anzitutto dalla parte non aliquota (avremo dunque una proporzione superbipartiente, supertripartiente, ecc.), ma per «completare la denominazione» bisogna vederne quanta parte del numero minore sia ciascuna unità della parte non aliquota. Così, ad esempio, 7 a 4 è una proporzione *supertripartiens quartas*, perché ciascuna delle tre unità contenute dalla parte non aliquota del numero minore (da quella parte non aliquota, cioè, che il maggiore contiene — s'intende adeguatamente — oltre al minore preso una sola volta) presa separatamente è la quarta parte del numero minore (si può anche dire, nota Ludovico, *superpartiens tres quartas*, ma si tratta di un modo meno proprio e meno frequentemente usato). Così 9 a 7 è una proporzione *superbipartiens septimas*, 10 a 7 *supertripartiens septimas*, e così via.¹⁶³

di Francesco da Ferrara (ma non in tutti, e il DU CANGE nel *Glossarium mediae et infimae latinitatis*, t. VII, Paris 1938, non la segnala). Alberto di Sassonia, da parte sua, nella settima questione sul settimo Libro della *Fisica* arriva a teorizzare questa forma, facendola (curiosamente) derivare da 'sex': «... Si maius continet minus semel et cum hoc partem aliquotam minoris quae est altera pars numeri minoris, puta medietas, vocatur proportio sexquialtera, qualis est proportio trium ad duo et sex ad quatuor et novem ad sex: et dicitur sexquialtera a sex quod est totum et altera, quod est continens totum et alteram eius partem, scilicet medietatem» (ed. cit., f. 74rb).

¹⁶³ Cfr. *infra*, ll. 218-237. Le proporzioni superpartienti sono della forma $1 + \frac{m}{n}$, dove m e n sono numeri interi maggiori di uno, $m < n$ e inoltre m e n sono primi tra di loro. Con quest'ultima qualificazione il Grant corregge tanto il Crosby quanto lo

Heath che avevano proposto la formula $\frac{n+m}{n}$ con la sola condizione che n e m siano interi e n sia maggiore di m . Il Grant obietta giustamente che per $n = 10$ e $m = 2$ avremmo $\frac{10+2}{10} = \frac{12}{10} = 1 + \frac{2}{5}$, che però è una proporzione superparticolare. Di

fatto, come si vedrà, la correzione proposta dal Grant si attaglia perfettamente al modo in cui Ludovico sviluppa il suo discorso sulla determinazione della denominazione delle superpartienti. Questa formulazione, tuttavia, rappresenta correttamente la proporzione superpartiente soltanto nella sua espressione numerica minima. Se dunque si volesse dare espressione al criterio delle parti aliquote della parte non aliquota sostenuto dai trattati del filone bradwardiniano (cfr. *infra*, nota 181), bisognerebbe dire che è necessario non che questi numeri siano primi tra di loro, ma che, se non lo sono, siano equimultipli di numeri primi fra di loro. In quest'ottica si può stabilire direttamente che la proporzione $10/6$ è *superbipartiens tertias* (anche senza semplificarla riducendola subito a $5/3$) pre-

cisamente per il fatto che è uguale a $1 + \frac{4}{6}$, e 4 è «due terze parti di 6»: 2 è la (mas-

sima) parte aliquota comune, contenuta due volte in 4 e tre volte in 6. Si potrebbe perciò forse integrare la giusta precisazione del Grant dicendo che m e n devono essere numeri interi tra di loro primi o equimultipli di numeri tra di loro primi:

Segue un breve riepilogo di quanto detto circa le proporzioni nelle quali il numero maggiore contiene il minore una sola volta, dove Ludovico presenta la determinazione delle specie specialissime del genere superpartiente in una maniera più concisa: bisogna considerare il numero di unità della parte non aliquota e compararlo al numero minore.¹⁶⁴

Restano da vedere i casi in cui il numero maggiore contiene il minore più volte. Se lo contiene adeguatamente, è una proporzione «molteplice» o multipla (*multiplex seu multipla*: specie specialissime di questo genere sono la doppia, la tripla, la quadrupla, e così via all'infinito); se lo contiene non adeguatamente, ciò può avvenire in duplice maniera: il maggiore infatti, oltre a contenere più volte il minore, contiene necessariamente o una parte aliquota o una parte non aliquota del minore. Nel primo caso la proporzione si dice «multipla (*multiplex*) superparticolare», nel secondo «multipla (*multiplex*) superpartiente».¹⁶⁵ Ludovico si dilunga nell'illustrare anche questi due «generi subalterni», ciascuno dei quali ha sotto di sé specie specialissime che si devono «spiegare» in due modi. La multipla superparticolare infatti ha sotto di sé tante specie non solo quante sono le volte in cui il numero maggiore contiene il minore, ma anche a seconda del «processo» nelle parti aliquote: avremo così la doppia sesquialtera, la tripla sesquialtera ecc., ma anche la doppia sesquiterza, la tripla sesquiterza e così via. Similmente anche le specie della multipla superpartiente si moltiplicano in

$$1 + \frac{m p}{n p} = \frac{p(n+m)}{p n}$$
 dove p è un qualsiasi numero intero uguale o maggiore di 1. Ma allora, con il criterio delle parti aliquote anziché con quello delle espressioni numeriche minime, dovremmo correggere anche la formula della superparticolare, così:

$$\frac{(n+1)p}{n p}$$
 dove n è un numero intero uguale o maggiore di 2 e p è qualsiasi numero intero uguale o maggiore di 1 (non solo $\frac{2+1}{2}$, cioè $\frac{3}{2} = 1 + \frac{1}{2}$ è sesqui-

altera, bensì anche $\frac{(2+1) \times 3}{2 \times 3} = \frac{9}{6}$: il *ternarius* è la *medietas senarii*). A proposito delle superparticolari anche Ludovico applica correttamente il criterio della parte aliquota: ciò che conta è che avanzi una parte aliquota (che questa sia uguale a 1 è solo un caso particolare).

¹⁶⁴ Cfr. *infra*, ll. 238-249.

¹⁶⁵ Cfr. *infra*, ll. 250-272. Una proporzione multipla si può rappresentare con $C/A = n$, dove n è un numero intero maggiore di 1 (il Grant suggerisce anche un'altra formulazione). Riguardo alle multiple superparticolari e alle multiple superpartienti, il Grant propone, rispettivamente, le formule $\frac{m n + 1}{n}$ (con m e n interi maggiori di 1) e $p + m/n$ (con il numero intero $p \geq 1$, m e n interi maggiori di 1 e primi tra di loro, e $m < n$): qui, se si vuole, sorgono problemi simili a quelli sollevati nella nota 163.

due modi, secondo la quantità delle volte in cui il maggiore contiene il minore e secondo la «varia relazione della parte non aliquota al numero inferiore». Si noti che qui il secondo «modo» non è dato da un processo (lineare), ma da una «varia relazione». Il Piranese si dimostra pienamente consapevole del fatto che qui è in gioco una variabile in più, sicché il secondo «modo» necessario per *explicare* le proporzioni multiple superpartienti di fatto viene a sua volta suddiviso in due: la relazione varia secondo il numero delle unità di quella parte e secondo l'«ordine» delle unità al numero inferiore. Ludovico qui non è forse del tutto felice nelle esemplificazioni, ma l'intendimento è chiaro: tra tutte le doppie superpartienti (ma ci sono anche le triple superpartienti) ci sono le doppie *superbipartientes* (ma ci sono anche le doppie *supertripartientes*) *quintas* ma anche *septimas, et sic in infinitum*.¹⁶⁶

Riguardo, infine, alle proporzioni di minore disuguaglianza, in cui il numero minore viene comparato al maggiore, i generi e le specie sono i medesimi e altrettanti, salva la necessità di aggiungere (s'intende: ai loro nomi) la preposizione 'sub': 3 a 9, ad esempio è una proporzione subtrippla.¹⁶⁷

Nella sua esposizione della teoria delle proporzioni Ludovico, senza mai citare Boezio, si dimostra fondamentalmente fedele, tanto nei concetti quanto nella terminologia, alla dottrina boeziana (*De institutione arithmetica*, I, 21-31),¹⁶⁸ pur sfrondandone certe parti e lasciando cadere il tono quasi mistico che la caratterizza: Boezio, infatti, in quell'opera aveva seguito fedelmente, passo per passo, l'*Introduzione all'aritmetica* del neopitagorico Nicomaco da Gerusa, vissuto nel II secolo d.C., ispirata per quanto riguarda la teoria dei *logoi* alla *Sectio canonis* attribuita ad Euclide ('*superparticularis*', ad esempio, traduce il greco '*epimórios*' e '*superpartiens*' il greco '*epimerés*').¹⁶⁹ Non è evidentemente al modello boeziano che in realtà il Piranese si ispira in via diretta, bensì a qualche espressione di tutta la tradizione che a tale modello si richiamava (tradizione aritmetica, s'intende, ma operante anche in tutti quegli ambiti meno «specialistici» in cui il linguaggio delle proporzioni entrava in gioco): come nel trattato *Super septem vitia*, si fa qui riferimento a una

¹⁶⁶ Cfr. *infra*, II, 272-293. Si noti che, nel breve riepilogo di questa parte (II, 294-298), dopo 'omnia genera proportionum' sarebbe corretto aggiungere 'maioris aequalitatis' e dopo 'inter eos' è addirittura necessario aggiungere 'si maior continet minorem non semel tantum sed pluries non adaequate': si tratta, evidentemente, di una svista dell'amanuense.

¹⁶⁷ Cfr. *infra*, II, 299-305.

¹⁶⁸ Cfr. SEVERINI BOETII *Op. cit.*, pagg. 45-66.

¹⁶⁹ Cfr. H. CHADWICK, *Boethius. The Consolations of Music, Logic, Theology and Philosophy*, Oxford 1981 (trad. it. Bologna 1986, pagg. 104-106); M. MASI, *Op. cit.*, pagg. 152-155.

Di «*epimórios*» parla anche Aristotele in *Metaph.* Δ.15 (1020b26 - 1021a7) dove, parlando del «relativo», affronta brevemente il tema delle relazioni numeriche (cfr. T. HEATH, *Op. cit.*, pag. 210).

dottrina antica e comune («consueverunt doctores communiter...», «quae consueverunt in primis ordine doctrinae tradi»¹⁷⁰).

Un aspetto che avvicina Ludovico al modello boeziano e lo allontana invece dalla generalità dei trattati matematici a lui cronologicamente più vicini sono l'abbondanza delle esemplificazioni e l'uso massiccio dei numeri (indicati spesso, oltre che con le cifre, con gli aggettivi del tipo '*binarius*' e '*ternarius*' riferiti a un sottinteso '*numerus*').¹⁷¹ Ciò è probabilmente attribuibile, almeno in parte, a esigenze di chiarezza espositiva, non essendo verisimilmente un matematico il destinatario del suo opuscolo.

A una *forma mentis* più da filosofo scolastico che da cultore di matematica è poi riconducibile l'enfasi posta sulla struttura classificatoria dell'esposizione. Tutte le divisioni sono espresse costantemente in termini di «genere»,¹⁷² «genere subalterno», «specie specialissima», con un'insistenza che non trova riscontro nell'aritmetica boeziana e, tanto meno, nei trattati trecenteschi *de proportionibus*: è notevole anche l'assoluta coerenza nell'uso della terminologia adottata.¹⁷³

Legata a criteri di classificazione è anche un'altra particolarità nell'esposizione di Ludovico, vale a dire l'ordine delle cinque divisioni fondamentali (cioè di quelli che per lui sono i cinque «generi subalterni»

¹⁷⁰ Cfr. *infra*, I, 148 e II, 371-372.

¹⁷¹ Quando il numero viene indicato tramite cifre si tratta ovviamente (a differenza che in Boezio dove si trova la numerazione romana) di cifre arabe.

A partire dal filone della «composizione di proporzioni» era invece ormai frequente l'uso di lettere nei trattati sulle proporzioni: cfr. ad esempio H.L.L. BUSARD, *Op. cit.*, pagg. 193-227. Ciò non toglie che anche Oresme, «exemplariter discurrendo», e in particolare nell'illustrare regole pratiche, non disdegna l'uso dei numeri (in due casi — proprio riguardo ai «generi» di proporzione — compare l'antico '*binarius*' in luogo di '2').

¹⁷² Risulta chiaro, anche se non esplicito, che la proporzione di maggiore disuguaglianza (come quella di minore disuguaglianza) è *genus*: a sua volta infatti essa comprende cinque «generi subalterni».

¹⁷³ Si veda, nei diversi testi già citati, la varietà degli «universali» predicati delle proporzioni. Per Boezio i cinque (anzi i dieci) tipi di proporzione sono «parti» e a loro volta contengono «specie» (ma in I, 23 - pag. 47, 9-11, la *submultiplex* è chiamata «*species*»). In Francesco raramente le divisioni delle proporzioni ricevono un nome (si direbbe che per lui ci sono dieci specie che a loro volta si dividono in specie infinite: cfr. *Op. cit.*, pagg. 17-18). Anche Alberto è assai parco nel nominare le divisioni. Se all'inizio è esplicito: «Proportionis maioris inaequalitatis rationalis quinque sunt species, tres simplices et duae compositae», poi, nell'elencarle e nel suddividerle, non nomina alcun universale (ma alla fine, negli *exempla*, chiama la doppia «*primam speciem proportionis multiplicis*» e la sesquialtera «*primam speciem proportionis superparticularis*»): *Tractatus proportionum* (ff. a2r, a3r). Anche riguardo alle *Quaestiones* sull'VIII Libro della *Fisica*, volendo connettere i pochi passi che ci dicono qualcosa a questo proposito, bisognerebbe dire che di ciascuna delle cinque «specie» (le prime tre semplici, le altre due composte) ci sono infinite «specie» (cfr. f. 74rb). Paradossalmente è proprio il «lontanissimo» Oresme, nella sua breve illustrazione, a chiamare «*genera*» — come fa Ludovico — i cinque tipi di proporzione di maggiore disuguaglianza, senza però poi classificare con «specie» o altri nomi le doppie, le sesquialtere, ecc. (cfr. *Op. cit.*, c. 2, 2 - pag. 210, 4-20).

nell'ambito della proporzione di disuguaglianza maggiore). Solo un confronto con tutta la trattatistica medievale sull'argomento consentirebbe di giudicare sull'effettiva originalità della sua posizione, la quale in ogni caso diverge dal modello boeziano comunemente seguito: infatti, all'interno della proporzione di maggiore uguaglianza cui si continua ad accordare la precedenza rispetto alla proporzione di disuguaglianza minore (in conformità alla tradizione: boezianamente il *dux* è superiore al *comes*),¹⁷⁴ la relazione multipla viene spostata dal primo al terzo posto: non tuttavia in maniera casuale, bensì in ossequio a un preciso criterio che normalmente non veniva preso in considerazione, vale a dire in base alla divisione tra il *semel* e il *pluries continere*. Nell'*Arithmetica* boeziana, viceversa, l'asse divisorio passa fra le tre proporzioni «semplici e prime» (*multiplex, superparticularis, superpartiens*) e le due che da queste «come da principi vengono composte» (*multiplex superparticularis, multiplex superpartiens*), anche se d'altra parte è la multipla che in qualche modo viene contrapposta a tutte le altre come *antiquior naturaque praestantior*.¹⁷⁵ Nel trecentesco trattato padovano di Francesco da Ferrara, a sua volta, l'ordine seguito è quello tradizionale, con l'esplicita divisione nei due gruppi (le tre proporzioni «semplici» e le due «composte»). Lo stesso vale per i due testi di Alberto di Sassonia riguardanti le proporzioni.¹⁷⁶

Si è visto, a proposito della definizione di proporzione, che un elemento euclideo, vale a dire la condizione dell'omogeneità, attinto al bagaglio comune della tradizione matematica medievale, entra a far parte del discorso di Ludovico. Un secondo, importante, elemento attinto al filone di ispirazione euclidea compare nella sua spiegazione delle proporzioni, espresso tra l'altro con una terminologia «moderna» ancora assente nel commento di Campano ad Euclide. Si tratta della distinzione tra parte aliquota e parte non aliquota che il Piranese introduce allo scopo di determinare la differenza tra proporzione superparticolare e superpartiente. Per Boezio nella relazione superparticolare il numero maggiore contiene tutto il minore più «una qualche parte» (*aliquam*

174 «Voco autem maiores numeros duces, minores comites... Minores et comites non sine praepositione sub nominantur». SEVERINI BOETII, *Op. cit.* I, 24, 31 (pagg. 49, 27 - 50, 1 e 65, 22-23). «Questo suo uso riflette forse la consapevolezza che nel regime instaurato dai Goti il comandante militare esercitava un potere maggiore del funzionario civile, invertendo l'originaria gerarchia romana per cui il conte precedeva il duca». H. CHADWICK, *Op. cit.* (trad. it., pag. 106).

175 Cfr. SEVERINI BOETII, *Op. cit.*, I, 29 (pag. 60, 20-25). In un primo momento, nella mera elencazione, Ludovico mantiene l'ordine tradizionale dando la precedenza alla proporzione multipla. Poi però, avviando la spiegazione vera e propria circa la «sufficienza» della divisione, egli introduce subito il criterio del contenere una volta o più volte.

176 Cfr. FRANCESCO DA FERRARA, *Op. cit.*, Primum principale (pag. 18). Per Alberto si vedano i passi citati nella nota 173. Nel *Tractatus brevis* non viene esplicitata la divisione dei cinque «modi» o «specie» in tre semplici e due composti, ma l'ordine è ancora quello di Boezio (cfr. pagg. 509, 29 - 510, 30-44).

partem) di quest'ultimo, cioè una parte che può essere la metà, la terza parte, ecc., mentre nella relazione superpartiente oltre al minore sono contenute «alcune parti» (*aliquae partes*) di questo, che non siano riducibili a una parte sola (*duae tertiae*, ad esempio, o *duae quintae*, ma non *duae quartae* che si identificano con la *medietas* o *duae sextae* che si identificano con la *pars tertia*).¹⁷⁷ Già Euclide (VII, definizioni 3 e 4) aveva chiamato «parte» (*méros*) il numero minore che misura, ossia divide, il maggiore (la «parte» cioè è il sottomultiplo), e invece «parti» il minore che non misura il maggiore («parti» cioè sono la somma di parti uguali sottomultiple che prese insieme non sono un sottomultiplo).

Proprio in sede di commento ad Euclide la matematica del Medioevo latino cominciò nel XIII secolo a modificare questa terminologia. Nel suo commentario destinato a restare un testo base per alcuni secoli, Campano di Novara, illustrando la prima definizione del quinto Libro,¹⁷⁸ chiama «*multiplicativa*» la parte che, presa un certo numero di volte, costituisce esattamente il suo tutto, senza diminuzione né aumento, mentre chiama «*aggregativa*» la parte, presa in senso più largo, che non può costituire il suo tutto se moltiplicata bensì solo se sommata con una quantità diversa.¹⁷⁹

Nel corso del XIV secolo diventò di uso corrente chiamare rispettivamente «*aliquota*» e «*non aliquota*» questi due tipi di parte: Oresme, ad esempio, contrappone la parte propriamente detta che si chiama «*aliquota vel multiplicativa*» alla parte impropriamente detta, «*aggregativa vel non aliquota*»¹⁸⁰ e nell'illustrare le proporzioni i vari trattati del filone bradwardiano illustrano la differenza tra superparticolare e

¹⁷⁷ Cfr. SEVERINI BOETII, *Op. cit.*, I, 24, 28 (pagg. 49, 15 - 22 e 57, 8 - 58, 10).

¹⁷⁸ Nella versione di Campano le definizioni del settimo Libro non presentano una netta contrapposizione di «parte» a «parti». Campano sviluppa il suo discorso a proposito della «parte» che, in relazione non ai numeri bensì alle grandezze in generale, Euclide definisce in apertura del quinto Libro: «*Pars est quantitas quantitatis minor maioris, cum minor maiorem numerat*». EUCLIDIS *Elementa* V, diff. 1 (f. 57r).

¹⁷⁹ «*Pars quandoque sumitur proprie, et haec est quae aliquoties sumpta suum totum praecise constituit sine diminutione vel augmento, et dicitur suum totum numerare per illum numerum secundum quem sumitur ad ipsius totius constitutionem: talem autem partem quam multiplicativam dicimus hic diffinit. Quandoque sumitur communiter, et haec est quaelibet quantitas minor quae quotienscumque sumpta suo toto minus aut maius constituit, quam aggregativam dicimus, eo quod cum alia quantitate diversa totum suum constituit, per se autem quotienscumque sumpta fuerit non producat*». Ivi, comm. CAMPANI.

¹⁸⁰ «*Pars dicitur uno modo proprie et est pars quae vocatur aliquota vel multiplicativa ad quam totum est multiplex et partes sunt plures tales; alio modo improprie et est pars aggregativa vel non aliquota quae multoties sumpta non praecise constituit suum totum sed plus aut minus et hoc habetur in principio quinti Euclidis*». NICOLE ORESME, *Op. cit.*, I (pag. 156, 227-231). Però nella breve illustrazione dei cinque «generi» di proporzione, Oresme parla di «*fractio*» a proposito della superparticolare e della multipla superparticolare, e di «*fractiones*» a proposito della superpartiente e della multipla superpartiente (pag. 210, 9-20).

superpartiente in una maniera molto simile a quella adottata poi da Ludovico.¹⁸¹ Ciò che distingue la spiegazione del Piranese (corretto nel definire questi due tipi di parte) è il chiamare direttamente «parte non aliquota» la differenza tra il numero maggiore e il minore nel caso della superpartiente, anziché dirla costituita da parti aliquote «ex quibus non fit una pars aliquota»: ed è questo probabilmente che lo induce poi a compiere quella che rispetto alla impostazione iniziale potrebbe sembrare una generalizzazione scorretta, quando afferma che, per «completare la denominazione», bisogna considerare le unità della parte non aliquota (quante siano e quante volte ciascuna stia nel numero minore), anziché affermare che è necessario considerare le (massime) parti aliquote comuni alla parte non aliquota del minore e al minore (quante volte stiano nella prima e quante nel secondo). Una considerazione delle unità, evidentemente, è necessaria (e corretta dal punto di vista della *denominatio*) solo nei casi in cui i numeri dati dalla differenza tra maggiore e minore e dal minore sono primi tra loro (in quelli cioè con espressione numerica minima):¹⁸² ma è chiaro che Ludovico considera

¹⁸¹ Ci si può limitare, qui, a esemplificare con alcuni passi tratti dalla *Quaestio* di Francesco da Ferrara e dalle *Quaestiones* sulla *Fisica* di Alberto di Sassonia: «Proportio maioris inequalitatis superparticularis est habitudo maioris quantitatis ad minorem illam semel et aliquam partem eius aliquotam continentis que si contineat ipsam semel et medietatem eius vocatur proportio emiolia seu sexquialtera... Est autem pars aliquota pars que multotiens reduplicata redit (*sic*) equaliter suum totum, ut 2 respectu 6. Proportio autem maioris inequalitatis superpartiens est habitudo maioris quantitatis ad minorem illam semel et aliquas eius partes aliquotas continentis, ex quibus non fit una pars aliquota, sicut 5 ad 3...» (p. 18); «...Unde pars aliquota dicitur quae aliquotiens sumpta potest reddere totum praecise nihil plus nec minus, et sic units se habet respectu cuiuslibet numeri... Pars non aliquota est quae aliquotiens sumpta non reddit suum totum praecise, sed aliquid plus vel minus... Dicitur superpartiens quando maius continet minus semel et non pluries et cum hoc partem non aliquotam minoris... Deinde si ista pars non aliquota est composita ex duabus partibus aliquotis minoris, tunc talis proportio vocatur superbipartiens, si vero... et tunc in infinitum. Ulterius est notandum pro habendo perfectam denominationem qualiter se habent istae partes aliquotae respectu minoris: an sint tertiae, an quartae...» (f. 74rb). Si noti che in questa possibile fonte di Ludovico (come anche in Francesco) il criterio delle parti aliquote è adoperato conseguentemente anche per la determinazione della denominazione delle superpartienti: anche in questo caso si tratta di contare non le unità, bensì le parti aliquote (della parte non aliquota del numero minore, e del numero minore).

¹⁸² In effetti, gli esempi proposti da Ludovico sono ristretti a casi di questo tipo; ma, ad esempio, chiameremo la relazione di dieci a sei *superbipartiens tertias* perché due è parte aliquota tanto di quattro che di sei, ed è contenuto due volte nel quattro e tre volte nel sei: se invece, anziché considerare il massimo comune sottomultiplo volessimo «attendere unitates illius partis non aliquotae», dovremmo chiamare questa proporzione *superquadripartiens sextas*, vanificando la riduzione ad un'unica specie di *habitudo* di tutta la serie di proporzioni in cui, con qualsiasi livello di espressione numerica, la differenza tra maggiore e minore e il minore si collocano nel rapporto di due a tre. Il criterio delle parti aliquote, tanto per le superparticolari quanto per le superpartienti, consente di considerare l'espressione numerica minima solo come un caso particolare di una più generale *habitudo*.

presupposta, laddove necessaria, una riduzione già dei due numeri di partenza ai loro numeri primi, volta a trovare attraverso la sua espressione numericamente più bassa la denominazione o, boezianamente, la «radice» di quella proporzione.¹⁸³

In ogni caso la terminologia adoperata dimostra che Ludovico, pur nell'ambito ristretto della teoria boeziana delle proporzioni, non fu del tutto estraneo a certi sviluppi, anche a lui cronologicamente vicini, della matematica medievale. La sua spiegazione delle proporzioni, sia pur con le limitazioni e le particolarità segnalate, può benissimo ispirarsi alla «classica» sezione preliminare di quasi tutti i trattati tardo-medievali dedicati a questo argomento (quella cioè che precedeva gli ulteriori sviluppi della teoria, esposti in sede di discussione di problemi dinamici o prima ancora). La *quaestio* di Alberto di Sassonia sulla proporzione delle velocità nei movimenti può essere stato uno dei testi su cui, nel primo decennio del Quattrocento, ancora agli inizi dei suoi studi, Ludovico si era familiarizzato con lo schema boeziano parzialmente «modernizzato» nel linguaggio matematico. Può darsi che il Piranese alluda proprio al maestro sassone quando, a proposito delle proporzioni superpartienti, presenta anche il modo «meno proprio e meno frequentemente usato» di nominarle, quello cioè per cui, ad esempio, la *superbipartiens tertias* viene chiamata *superpartiens duas tertias*.¹⁸⁴ Nel rifiutare questa terminologia Ludovico forse inconsapevol-

¹⁸³ Si presuppone cioè già in partenza, nell'esempio citato, che $10/6 = 5/3$: allora si basta contare le unità della differenza (che sono 2) e considerare quanta parte del minore è ciascuna di esse. Ciò appare più in sintonia con la tradizione nicomacheo-boeziana che con il criterio delle parti aliquote, frutto di un'elaborazione dei principi euclidei. Boezio infatti, come nota il Grant, insiste sulla riduzione di una proporzione ai termini primi prima di classificarla (cfr. E. GRANT, *Critical Notes*, in NICOLE ORESME, *Op. cit.*, pag. 348). Si noti d'altra parte che secondo Boezio per mantenere nelle superpartienti la stessa proporzione pur nell'aumento dell'espressione numerica, bisogna moltiplicare la «radice» (entrambi i termini) della superbipartiente per due, della supertripartiente per tre, della superquadripartiente per quattro, e così via (9/5 deve così divenire 36/20 o 144/80 perché lo *status prioris habitudinis* non muti: non è previsto che la proporzione rimanga identica moltiplicando entrambi i termini per qualsivoglia numero): cfr. SEVERINI BOETII *Op. cit.*, I, 28, pagg. 59,9 - 60,3). Come gli altri trattati citati, anche l'opuscolo di Ludovico elude questo problema, suggerendo (a differenza che nel caso delle superparticolari) soltanto esempi con l'espressione numerica più bassa.

¹⁸⁴ Cfr. ALBERTI DE SAXONIA *Quaestiones...* cit., L. 7, q. 7, 1 (f. 74va): «Si vero maius continet minus semel et cum hoc partem non aliquotam minoris continentem in se quatuor aliquotas minoris quarum quaelibet est quinta minoris, vocatur superquadripartiens quintas, qualis est proportio novem ad quinque, vel superpartiens 4 quintas». Soltanto il modo meno apprezzato da Ludovico usa invece Oresme, che nel *De proportionibus proportionum* lo fa seguire dalla rappresentazione numerica della proporzione: «superpartiens denominatur integro seu unitate et fractionibus, ut superpartiens duas tertias 12/3...» (NICOLE ORESME, *Op. cit.*, pag. 210, 12-13). Questa rappresentazione numerica delle proporzioni assume un ruolo particolarmente importante per le operazioni su proporzioni così come vengono teorizzate nell'*Algorismus proportionum* (cfr. E. GRANT, *Critical Notes*, ivi, pagg. 314-316).

mente mette tra parentesi tutta la teoria del calcolo con proporzioni che trovava uno strumento prezioso nella rappresentazione numerica mediante frazioni, cui quella terminologia, «meno propria» da un punto di vista boeziano, si presenta funzionale.

Dati questi presupposti, la lettura della spiegazione che, esaurito il tema delle proporzioni, Ludovico fornisce delle proporzionalità (correttamente definite, nel solco dell'*Arithmetica* boeziana, «comparazioni di proporzioni» o «relazioni vicendevoli di più proporzioni») ¹⁸⁵ desta, di primo acchito, un certo stupore.¹⁸⁶ Certamente non meraviglia trovare elencata, in primo luogo, la proporzionalità aritmetica contrapposta a quella geometrica: non ci si poteva aspettare che il Piranese si ispirasse al filone più rigorosamente euclideo (da Campano a Oresme), trascurando l'uguaglianza nelle differenze e identificando senz'altro la proporzionalità con l'uguaglianza di proporzioni.¹⁸⁷ E non meraviglia neppure che non vengano elencate tutte e dieci le proporzionalità esposte nel *De institutione arithmetica*: lo stesso Boezio aveva infatti considerato le ultime sette «*medietates*» (vale a dire proporzionalità che variamente connettono e mettono in relazione tre numeri, cioè due estremi e un medio) decisamente meno importanti rispetto alle prime.¹⁸⁸ E se ancora agli inizi del XIII secolo troviamo un Giordano Nemorario che introduce e spiega negli *Elementa arithmetica* anche queste «*medietates collaterales*» aggiungendone anzi un'ottava,¹⁸⁹ gli autori tardo-me-

¹⁸⁵ «Proportionalitas est duarum vel plurium proportionum similis habitudo, etiamsi non eisdem quantitativibus et differentiis constitutae sint». SEVERINI BOETII *Op. cit.*, II, 40 (pag. 137, 10-13).

¹⁸⁶ Cfr. *infra*, II, 306-370.

¹⁸⁷ In Euclide (come in Archimede e in Apollonio) non compare mai l'espressione 'proporzionalità aritmetica'. I Pitagorici parlavano di «significati» aritmetici, geometrici e poi, anche, armonici, e solo all'inizio dell'era cristiana divenne comune la distinzione tra «proporzionalità» aritmetiche, geometriche e armoniche (cfr. T. HEATH, *Op. cit.*, pag. 273).

Nel suo commento al quinto Libro degli *Elementa* Campano intende costantemente la proporzionalità come «similitudine» o «identità» di proporzioni (cfr. ad esempio EUCLIDIS *Elementa*, V, diff. 16, comm. CAMPANI - 60v - 62r). Oresme non parla mai di «proporzionalità» nel suo *De proportionibus proportionum*, ma quando tratta di numeri *continue proportionales*, questi per lui sono tali secondo una proporzione (e non secondo una differenza: cfr. NICOLE ORESME, *Op. cit.*, pagg. 216, 109 - 218, 105).

¹⁸⁸ Per lo stesso Boezio queste sette «medietà» che furono aggiunte alle tre fondamentali (aritmetica, geometria e armonica) in un'età successiva a quella di Pitagora, Platone e Aristotele, «non multum nobis in lectionibus prosunt, sed tantum ad implendam denarii numeri quantitatem». SEVERINI BOETII *Op. cit.*, II, 51, 52 (pagg. 164, 16 - 23, 167, 3-9).

¹⁸⁹ La «medietà» non rinvenibile in Boezio è la sesta (terza delle collaterali): «medietas est connectio extremorum habitudine utriusque ad medium. Medietatum quaedam sunt principales et quaedam principalibus collaterales. Principales sunt tres. Prima est quando maioris, medii ac minoris aequales sunt differentiae, et haec dicitur arithmetica medietas. Secunda est quando maximi ad medium eadem est proportio quae medii ad minimum, et haec geometrica vocatur. Tertia est quando maximi ad minimum eadem

dievali si limitavano normalmente a elencare le tre proporzionalità fondamentali, vale a dire l'aritmetica, la geometrica e l'armonica, quelle cioè che — come dice Boezio — «apud antiquiores notae, ad Pythagorae vel Platonis vel Aristotelis scientiam pervenerunt».¹⁹⁰

Di frequente, poi, in questi trattati trecenteschi venivano illustrate alcune proprietà o varianti nella disposizione dei termini proporzionali secondo le due prime proporzionalità: Alberto di Sassonia, ad esempio, nel *Tractatus proportionum* (il tema della proporzionalità, si noti, non viene invece affrontato nelle *Questioni sulla Fisica*) illustra la differenza tra proporzionalità continua e discontinua e la possibilità di alterare (*permutatim*) i *proportionabilia* collegando tra di loro i due antecedenti e i due conseguenti:¹⁹¹ si tratta di aspetti comuni alle due prime proporzionalità, che già Boezio aveva esposto prima di illustrare i *propria* di ciascuna.¹⁹²

Ritornando a Ludovico, ciò che colpisce anzitutto nella sua lista di *proportionalitates* è l'omissione completa della proporzionalità armonica. All'aritmetica e alla geometrica seguono invece, nell'esposizione del Piranese, altre sei proporzionalità di fatto raggruppabili in tre coppie (disgiunta - continua, *ordinate et convenienter* - *permutatim*, secondo la parte — secondo il tutto).¹⁹³ Già Alberto aveva detto: «de proportiona-

est proportio quae differentiae maximi ad medium ad differentiam medii ad minimum et haec musica nuncupatur. Collaterales sunt octo... Tertia est quando maximus ad medium sicut differentia extremorum ad differentiam maiorum». *Jordani Nemorarii clarissimi viri Elementa Arithmetica*, Parisiis 1496, f. e4v.

¹⁹⁰ SEVERINI BOETII *Op. cit.*, II, 41 (pagg. 138, 26 - 139, 2).

¹⁹¹ Alberto parla di *continua* - *discontinua* e di *permutatim* tanto a proposito della proporzionalità geometrica quanto di quella aritmetica «... Proportionabilia proportione arithmetica permutatim dicuntur illa quae sic se habent quod sicut se habet antecedens unius ad antecedens alterius, ita et consequens unius ad consequens alterius, et hoc quoad excessum seu differentiam». ALBERTI DE SAXONIA *Tractatus proportionum*, cit. (f. a2r). Si noti che Boezio (pagg. 138, 16-21 e 145, 10-11), a proposito della proporzionalità aritmetica, usa il termine '*permixtim*' in luogo di '*permutatim*' (ma riguardo alla geometrica parla tanto di '*permutatim*' quanto di '*permixte*'). Più serio è il divario terminologico riguardo alla proporzionalità con più di tre termini: mentre ormai Alberto usa il termine corrente '*discontinua*' ('*incontinua*' aveva detto Campano commentando il '*sine interruptione*' del testo euclideo - V, diff. 5, f. 57v), Ludovico, come vedremo, usa il termine '*disiuncta*' usato da Boezio (pagg. 142, 23 e 143, 15), termine che dopo l'assimilazione di Euclide aveva assunto il significato di proporzionalità «scomposta»: se $a : b = c : d$, $(a - b) : b = (c - d) : d$.

¹⁹² Riguardo alla proporzionalità geometrica, Boezio parla anche del *conversim* (che Alberto e anche, come vedremo, Ludovico trascurano): «Sic enim sunt quemadmodum duo ad unum, sic octo ad quattuor, et conversim: quemadmodum unus ad duo, sic quattuor ad octo» (II, 41, pag. 138, 13-15; c'è anche il *conversim* del *permixte*: cfr. II, 44, pag. 155, 8-22). Per Boezio, inoltre, tanto la proporzionalità aritmetica quanto quella geometrica possiedono, ciascuna, quattro *propria* o *proprietates* (quella geometrica, tra l'altro, ha la proprietà che noi esprimiamo con $ad = bc$, posto che $a : b = c : d$): cfr. I, 43-44 (pagg. 140, 19 - 149, 4).

¹⁹³ Cfr. *infra*, II. 314-318.

litate armonica taceo, quae non deservit in proposito».¹⁹⁴ Qui, tuttavia, Ludovico ne tace anche il nome, non ne parla affatto: è un'omissione non irrilevante, anche perché il suo non è un discorso finalizzato ai problemi delle proporzioni nei movimenti, ma si presta come una «*resolutio in principia*», spiegazione delle «radici» aritmetiche delle proporzionalità, non legata a qualsivoglia intendimento applicativo. E così la tematica relativa alla musica rimane limitata, in Ludovico, all'accento iniziale a due proporzioni musicali.

Come risulta chiaro dagli esempli portati, le sei ultime delle otto proporzionalità elencate non sono altro che varianti delle prime due (per lo meno le ultime tre sono varianti della sola geometrica). Il Piranese, qui, lungi dal ricorrere ancora all'albero di Porfirio, ambigualmente elenca in un'unica lista (*quaedam est... quaedam...*, ecc.) termini logicamente collocabili a livelli diversi.

Prima di avanzare ipotesi sulle possibili fonti di questa elencazione proposta da Ludovico, è opportuno esaminare brevemente la sua presentazione delle (otto) *proportionalitates*. La proporzionalità geometrica è uguaglianza o uniformità di proporzioni (di due proporzioni doppie, ad esempio, o di due sesquialtere),¹⁹⁵ mentre la proporzionalità aritmetica è uguaglianza di quantità nei termini di più proporzioni,¹⁹⁶ nel senso che il primo termine «eccede» il secondo tanto quanto il terzo «eccede» il quarto: 8, ad esempio, si rapporta (*se habet*) al 6 come il 6 al 4 secondo la proporzionalità aritmetica perché in entrambi i casi il primo termine supera di due il secondo (mentre ciò non avviene secondo la proporzionalità geometrica perché la prima è una proporzione sesquialtera, la seconda una sesquialtera).¹⁹⁷

La proporzionalità *disiuncta* è una relazione di proporzioni che non si uniscono in nessun termine (come si rapporta 16 a 8, così 4 a 2), mentre nella proporzionalità continua le proporzioni si uniscono in qualche termine (8 a 4 come 4 a 2): Ludovico, tuttavia, sottolinea ripetutamente che ogni proporzionalità deve avere almeno quattro termini: nel caso della «continua» il termine che contemporaneamente eccede e viene ecceduto è uno *secundum rem* ma due *secundum rationem*.¹⁹⁸

¹⁹⁴ Cfr. ALBERTI DE SAXONIA *Tractatus proportionum*, cit. (f. a1v).

¹⁹⁵ Cfr. *infra*, ll. 319-323.

¹⁹⁶ Parlando delle proporzionalità Ludovico usa spesso 'termini' in luogo di 'numeri' (si tratta, comunque, di un uso già rinvenibile in Boezio).

¹⁹⁷ Cfr. *infra*, ll. 330-339. Il senso complessivo è chiaro, anche se la definizione di proporzionalità aritmetica non appare limpida: manca il termine '*differentia*' (usato, ad esempio, da Boezio - II, 43, pag. 140, 19-25, e da Alberto di Sassonia - *ibid.*), oppure '*excessus*', usato per esempio dal *Tractatus brevis* (pag. 511, 84-86) e da Francesco da Ferrara (pag. 19: «*aliquorum comparatorum in excessu numerali equalitas*»; si noti, d'altra parte, che in questo testo l'*aritmetica*, la *geometrica* e l'*armonica* vengono chiamate *proportiones*, non più *duorum* bensì *aliquorum comparatorum*). Forse il copista ha scritto '*extremis*' in luogo di '*excessibus*'.

¹⁹⁸ Cfr. *infra*, ll. 324-329 e 340-348. Sul termine '*disiuncta*' cfr. *supra*, nota 191.

Nella proporzionalità di termini che si rapportano in maniera ordinata e conveniente vi è una relazione di proporzioni tra estremi presi secondo un certo ordine (10 a 8, 5 a 4). Ma vi può essere uno scambio dei termini proporzionali (*proportionalitas proportionalium permutatim*) in maniera tale che rimane uguaglianza di proporzioni: 10 a 5 e 8 a 4 sono ambedue proporzioni doppie (qui gli esempi prendono decisamente il sopravvento sulla definizione, evanescente o addirittura assente).¹⁹⁹

La regola, infine, che permette di riconoscere la proporzionalità «secondo la parte e secondo il tutto» è la seguente: nei (termini) proporzionali la proporzione di un termine al secondo è identica (*eadem*) alla proporzione «del tutto al tutto». Così 10 a 8 e 5 a 4 sono sesquialtere, ma è sesquialtera anche la relazione di 15 (= 10 + 5) a 12 (= 8 + 4);²⁰⁰ anche qui, la formula '*totius ad totum*' è spiegata non con una definizione ma solo con degli esempi.

Come si vede, Ludovico sembra abbandonare, anche nel tono espositivo, quella pretesa di completezza e fors'anche di rigore formale che aveva contraddistinto il suo discorso sulle proporzioni. Di fatto presenta due tipi di proporzionalità (aritmetica e geometrica), spiega poi — con esemplificazioni riferite solo alla geometrica²⁰¹ — che i termini (ma solo *secundum rem*) possono essere ridotti a tre e illustra infine solo due possibilità di operare con i termini di una proporzionalità (geometrica): se, con una formulazione tramite lettere che Ludovico non usa. $a : b = c : d$, sono valide anche (*permutatim*) $b : a = d : c$ e (*secundum totum*) $(a + c) : (b + d) = a : b$ (concettualmente, infatti, rappresenta un mero artificio finalizzato alla spiegazione di queste due varianti l'inserire nell'elenco anche le proporzionalità di termini «ordinatamente e convenientemente» rapportantisi e, rispettivamente, di termini proporzionali «secondo la parte», cioè presi *secundum se*).

È interessante rilevare che, rispetto al modello boeziano, Ludovico presenta così uno scarto per difetto (l'omissione della proporzionalità geometrica, oltre a quella — ormai storicamente scontata — delle ultime sette *medietates*), ma ne presenta uno anche per eccesso: nel *De institutione arithmetica* infatti non compare la «regola» di composizione dei termini atta a produrre ciò che Ludovico chiama «*proportionalitas secundum totum*». Che la somma degli antecedenti stia alla som-

¹⁹⁹ Cfr. *infra*, ll. 349-360.

²⁰⁰ Cfr. *infra*, ll. 361-370.

²⁰¹ Per la tradizione boeziana anche la proporzionalità aritmetica, al pari di quella geometrica, può essere continua (semmai sono l'armonica e le ultime sette che vengono costantemente presentate come *medietates* che connettono tre numeri): cfr. *supra*, nota 191. L'uso di quegli esempi non significa, tuttavia, che Ludovico intenda restringere la proporzionalità continua al solo caso dell'uguaglianza di proporzioni.

ma dei conseguenti come uno degli antecedenti sta al suo conseguente si può certo desumere da Euclide (riguardo alla quantità in generale dalla dodicesima proposizione del quinto Libro e, riguardo ai numeri, dalla dodicesima proposizione del settimo). Ma allora bisognerebbe chiedersi come mai Ludovico attinga agli *Elementa* proprio in questa maniera, mutuando cioè, oltre a tale uguaglianza (che in Euclide si presenta parallela a quella tra la *proportio reliqui ad reliquum* e la *proportio totius ad totum*),²⁰² solamente due punti: la distinzione tra una proporzionalità «continua» ed una «senza interruzione» (presente nella versione di Campano anche se non nell'originale greco)²⁰³ e l'affermazione della validità di una disposizione alternata dei termini.²⁰⁴ Ludovico trascura così, se non altro, cinque delle sei «specie di proporzionalità» o «*modi arguendi*» che Campano, nel suo diffusissimo commento ad Euclide, individua in base alle definizioni del quinto Libro, e cioè, accanto alla proporzionalità *permutata*, anche la *conversa*, la *disiuncta* (non nell'accezione boeziana di «discontinua» utilizzata da Ludovico, ma nel senso di «scomposta»), la «*conuncta*», l'«*eversa*» e l'«*aequa*».²⁰⁵

Indubbiamente anche altri trattati tardo-medievali selezionavano nella breve introduzione alle proporzionalità (immediatamente successiva o contestuale all'elencazione dei cinque tipi di proporzione) soltanto alcuni aspetti della teoria dei *continue proportionabilia*, lasciando poi alle successive «supposizioni» e «proposizioni», se non addirittura alla trattazione dei problemi dinamici, il compito di sviluppare un discorso matematico più complesso e più completo (così ad esempio il *brevis tractatus* fa seguire all'elencazione dei tre «modi» — boeziani — in cui si può avere un «ordine di proporzioni» solamente una concisa presentazione dei «*permutatim proportionabilia*» e dell'«*equalis pro-*

²⁰² «(Euclides) Si duobus numeris secundum suas proportiones duo numeri detrahantur, erit proportio reliqui ad reliquum tanquam proportio totius ad totum. (Campanus) Quod proposuit Euclides in 19 quinti de quantitate in genere, proponit hic de numeris». EUCLIDIS *Op. cit.*, f. 99r (questo testo latino di VII, 12 si riferisce alle differenze anziché alle somme: perciò Campano correttamente stabilisce un parallelo con V, 19. Però, ad esempio, nella prima versione latina completa dall'arabo degli *Elementa*, in perfetta corrispondenza con il testo greco così come si trova nell'edizione dello Heiberg, è l'undicesima proposizione del settimo Libro che si riferisce alle differenze, mentre la dodicesima riguarda le somme: «Si fuerint numeri quotlibet proportionales, erit quantum unum precedens ad sequens tantum omnes precedentes ad omnes sequentes». H.L.L. BUSARD, ed., *The First Latin Translation of Euclid's Elements Commonly Ascribed to Adelard of Bath*, Toronto 1983, pag. 205).

²⁰³ Cfr. *ivi*, V, diff. 5 (f. 57v): «(Euclides) Quantitates autem quae dicuntur continuam habere proportionalitatem sunt quarum aequae multiplicia aut aequae sunt aut aequae sibi sine interruptione addunt aut minuunt».

²⁰⁴ Cfr. la nota 205.

²⁰⁵ «Sunt autem hae species quasi quidam modi arguendi». Cfr. EUCLIDIS *Op. cit.*, V, diff. 12, comm. CAMPANI (f. 60v).

porcionalitas»).²⁰⁶ D'altra parte nel caso di Ludovico non si possono ipotizzare motivazioni di ordine espositivo (la sua illustrazione si chiude lì) e rimane il problema del perché, almeno in apparenza, egli si sia limitato ad accostare pochi frammenti della complessa teoria eudossiana — euclidea al quadro (peraltro mutilo) delle *proportionalitates* nicomacheo-boeziane. Perché un incastro proprio con questi elementi? Per rispondere a una tale domanda sembrerebbe necessario analizzare il massimo numero possibile di quegli «incroci» che costellarono il firmamento della teoria medievale dei numeri.²⁰⁷

Ludovico stesso, però, nel suo opuscolo forse suo malgrado offre (a chi non l'abbia trovata per conto suo...) la chiave per rispondere al quesito. Come si è visto, infatti, la tematica sulle *proportionalitates* viene introdotta, nella parte proemiale dell'opuscolo, con una citazione del quinto Libro dell'*Ethica nicomachea*, in cui Aristotele afferma che nella giustizia commutativa (cioè correttiva, *to diorthotikòn dikaion*) il medio si assume secondo la proporzionalità aritmetica, mentre in quella distributiva (*to dianemetikòn dikaion*) secondo la proporzionalità geometrica. Nell'illustrare poi le «radici» delle proporzionalità, il Piranese non si appella più a questo testo (in tutta la parte centrale, del resto, non è reperibile nemmeno una citazione), e tuttavia una sua lettura non lascia adito a dubbi: è proprio questa la fonte (inconfessata) di Ludovico, una fonte dunque più antica di Boezio ma anche di Euclide (anche se bisogna tener presente che Aristotele non solo conobbe le dottrine matematiche dei pitagorici compresa quella dei rapporti musicali, ma fu anche al corrente di quella teoria generale della proporzionalità dovuta ad Eudosso di Cnido, alla quale fu poi debitore Euclide per la stesura del suo quinto Libro).²⁰⁸

L'elencazione di Ludovico in realtà non fa che isolare il filo matematico che percorre il discorso aristotelico sulla giustizia.²⁰⁹ La scelta di

²⁰⁶ Cfr. *Tractatus brevis*, cit. (pag. 511, 92-100). Francesco da Ferrara, dopo aver spiegato la proporzionalità (da lui chiamata *proportio*) armonica, afferma che «ponere autem divisiones inter istas tres proportiones nimis longum foret nec multum proposito utile», per cui passa subito ai problemi concernenti il movimento (cfr. FRANCESCO DA FERRARA, *Op. cit.*, Primum principale - pag. 19).

²⁰⁷ Già nel XIII secolo, come nota il Mahoney, un Giordano e un Campano, pur lavorando sulla base di fonti arabe, dovettero rivolgersi per il loro linguaggio e stile di presentazione «to the already bastardized Euclidean-Boethian theory of ratios». M.S. MAHONEY, *Op. cit.*, pag. 166.

²⁰⁸ Cfr. T. HEATH, *Op. cit.*, pagg. 43-44.

²⁰⁹ Nella breve nota con cui nel 1962 per la prima volta segnalava lo scritto matematico di Ludovico, il Cenci lo presentava come «un opuscolo «de proportionibus» secondo Aristotele»: la presentazione risulta corretta in riferimento alla sezione dell'opuscolo dedicata a quelle che noi chiamiamo «proporzioni», cioè alle *proportionalitates* (cfr. C. CENCI, *Francesco da Lendinara...*, cit., pag. 175). Nello studio maggiore del 1976, viceversa, il Cenci non suggerisce alcuna fonte, limitandosi a rilevare che quella riguardante le proporzioni era una «materia allora in voga nelle scuole filosofiche» e a segnalare, a questo proposito, un trattatello manoscritto della metà del XV secolo composto dal francescano *magister Rogerius Thome* (cfr. Id., *Ludovico...*, cit., pag. 275).

certe manipolazioni dei termini proporzionali piuttosto che di altre appare arbitraria nel contesto di una spiegazione complessiva e basilare sulla proporzionalità come vuole essere quella di Ludovico (come si fa, ad esempio, a non parlare della proporzionalità *conversa*?), mentre nel discorso aristotelico obbedisce ad un criterio preciso: sulla base di una identificazione, da un lato, di giusto e (uguale) proporzionale nelle distribuzioni dei beni comuni tra coloro che partecipano della comunità civile e, dall'altro, di giusto e uguale (secondo la quantità) in tutte quelle relazioni sociali in cui il giudice può venir chiamato a correggere un danno, si tratta di enucleare e di utilizzare quegli elementi matematici che, precisamente, consentono di determinare i rispettivi «medi» senza i quali vi è o sproporzione o iniquità.²¹⁰

Ecco dunque che, nell'ambito di quella che «i matematici chiamano proporzionalità geometrica», è fondamentale stabilire che comunque (nella proporzionalità *disiuncta* ma anche nella *continua*, dove «uno ut duobus utitur») i termini sono almeno quattro: in una distribuzione di cose a persone, infatti, i termini non possono essere meno di quattro (si noti che la versione del Moerbeke chiama «*disiuncta*» la proporzionalità discontinua, secondo l'uso boeziano, il che spiega l'assunzione di questo termine da parte di Ludovico).²¹¹ Ed ecco che l'alternare (*permutatim*) ha la funzione di trasformare gli originari rapporti di cose a cose e di persone a persone in rapporti di cose a persone con il mantenimento della stessa relazione.²¹² La formula 'termini ordinate et con-

²¹⁰ Cfr. *Eth. Nicom.*, V, 4-7 (1130a14 - 1132b21). Nel complesso capitolo ottavo Aristotele polemizza poi con la «legge del taglione» sostenuta dai pitagorici, presentando alcuni spunti matematici variamente interpretati: cfr. T. HEATH, *Op. cit.*, pagg. 274-275.

²¹¹ «Necessarium ergo iustum in minimis esse quatuor. Quibus enim iustum contingit esse, duo sunt; et in quibus res, duae... Proportionalitas enim aequalitas est proportionis. Et in quatuor minimis. Disiuncta quidem igitur, quoniam in quatuor, manifestum est. Sed et continua; uno enim ut duobus utitur, et bis dicit: puta quae A, ad eam quae B; ita quae B, ad eam quae G. Bis igitur, quae B, dicta est. Quare si quae B, ponatur bis, quatuor erunt proportionata». *Eth. Nicom.*, V, 6 (1131a18-20, 1131a31-b3, in THOMAE AQUINATIS *In decem Libros Ethicorum...*, cit., pagg. 254b, 257a). Riguardo al primo punto, Tommaso commenta: «... Sic ergo patet, quod necesse est iustum ad minus in quatuor consistere: duo enim sunt homines, quibus observatur iustitia: duae sunt res in quibus eis iustitia fit» (n. 934, pag. 256a). Si noti che, nel commentare il quinto Libro di Euclide, Campano rileva che, mentre nella proporzionalità *continua* è necessario che tutte le quantità siano omogenee, nel caso della *incontinua* possono anche essere di genere differente: cfr. EUCLIDIS *Elementa*, V, 5, comm. CAMPANI (ff. 57v-58r).

²¹² «Est autem, et iustum in quatuor minimis, et proportio eadem. Divisa enim sunt similiter, et quibus, et quae. Erit ergo ut A terminus ad B, ita G ad D. Et permutatim ergo ut A ad G, B ad D». *Eth. Nicom.*, V, 6, 1131b3-7 (ed. cit., pag. 257a). Nel suo commento Tommaso erroneamente usa, una volta, '*commutatim*' in luogo di '*permutatim*': «Et dicit quod sicut proportionalitas, ita et iustum ad minus in quatuor invenitur, in quibus attenditur eadem proportio; quia scilicet secundum eandem proportionem dividuntur res quae distribuuntur et personae quibus distribuuntur. Sit ergo A unus terminus, puta duae librae: B autem sit una libra, G autem sit una persona, puta Socrates qui duobus diebus laboravit. D autem sit Plato qui uno die laboravit. Sicut

venienter se habentes' utilizzata (se non coniata) da Ludovico non è mero truismo ma acquista un preciso significato se riferita, appunto, non alle originarie proporzioni dei «numeri consistenti di unità» — come li chiama Aristotele — cioè astratti (necessariamente tutti omogenei all'inizio come dopo qualsivoglia manipolazione), bensì alle proporzioni dei «numeri in generale», cioè concreti, ciascuna delle quali nella disposizione originaria deve consistere di due termini omogenei (due uomini, ad esempio, e due somme di denaro), anche se successivamente le disposizioni possono venir variate.²¹³

Ed ecco infine che la possibilità (logicamente conseguente, come rileva Aristotele) di rapportare un tutto all'altro tutto (cioè di congiungere cose e persone, che il *permutatim* ci ha rivelate tra loro proporzionali, e rapportarle alle altre cose e persone a loro volta tra di loro proporzionali e a loro volta congiunte) con il mantenimento della medesima proporzione ci consente di ottenere il medio, cioè il giusto (proporzionale) nella distribuzione.²¹⁴

ergo se habet A ad B, ita se habet G ad D, quia utrobique invenitur dupla proportio: ergo permutatim sicut se habet A ad G, ita B ad D. Quaecumque autem sunt adinvicem proportionabilia, et permutatim proportionabilia sunt, sicut patet in praedicto exemplo: sicut se habet decem ad quinque, ita octo ad quatuor. Ergo commutatim, sicut se habet decem ad octo, ita se habet quinque ad quatuor: utrobique est sesquiquarta proportio. Sic ergo et permutatim erit verum dicere, quod sicut se habet A ad G, idest duae librae ad eum qui duobus diebus laboravit, ita B ad D, idest una libra ad eum qui uno die laboravit» (n. 941, pag. 258). Dell'«alternando» (*permutatim, enallâx*) Aristotele parla anche negli *Analitici posteriori*: cfr. T. HEATH, *Op. cit.*, pagg. 41-42 e 74-75.

²¹³ Aristotele infatti, proprio al fine di applicare la proporzionalità al problema della giustizia, precisa nel sesto capitolo che l'essere proporzionale può essere proprio (per usare i termini che impiega Tommaso nel suo commento) non solo del *numerus simpliciter*, ma di tutto ciò in cui è rinvenibile il numero: «Est ergo iustum proportionale quiddam. Proportionale enim non solum est monadici numeri proprium, sed totaliter numeri». *Eth. Nicom.*, V, 6, 1131a29-31 (ed. cit., pag. 257a). C'è un altro problema sollevato da Aristotele che, riguardando la misura da usare nello stabilire la proporzione tra le due persone, può implicare grosse difficoltà se si restringe la proporzione a relazione tra cose «quante» (come fa, nel solco di tutta la tradizione matematica, Ludovico). Nella distribuzione, infatti, può vigere il criterio del merito, della *dignitas (axia)* non quantificabile come (secondo l'esempio proposto da Tommaso) la durata del lavoro: e Aristotele rileva che diverse collocazioni politiche inducono a intendere la «dignità» in maniere diverse: «Adhuc ex eo, quod secundum dignitatem, hoc manifestum. Iustum enim in distributionibus confitentur omnes secundum dignitatem quamdam oportere esse: dignitatem quidem non eandem dicunt omnes existere. Sed democratici quidem libertatem, oligarchici quidem divitias. Quidam autem generis nobilitatem, aristocratici autem virtutem». *Eth. Nicom.*, V, 6 (1131a24-29; ed. cit., pag. 254b). Cfr. il commento di Tommaso, ivi (nn. 936-937, pag. 256ab).

²¹⁴ «Quare, et totum ad totum, quod distributio coniungit. Et si sic componat, iuste coniungit. Ergo A termini cum G, et B cum D, coniunctio in distributione iustum est et medium. Inustum vero est praeter proportionale. Proportionale enim medium. Iustum autem proportionale. Vocant autem talem proportionalitatem geometricam mathematici. In geometria enim accidit totum partium ad totum quod quidem comparari alterum ad alterum. Est autem non continua haec proportionalitas. Non enim fit unus numero terminus cui et quod». *Eth. Nicom.*, V, 6-7 (1131b7-16; ed. cit., pag. 257ab).

Di tutto ciò, nel discorso del Piranese, è rimasto solo lo scheletro che, isolato dal contesto etico-politico e presentato come espressione di teoria matematica pura (i fondamenti, le «radici» delle proporzionalità), non può che evidenziare i suoi limiti. Il cerchio, così, si chiude: interrogato su proporzioni e proporzionalità da un uomo di chiesa interessato a chiarire i fondamenti di tali strumenti matematici che si adoperano in sede di dottrina morale («ut possit ad immediata deducere principia quae habentur in moralibus»), Ludovico si limita, per quanto concerne le proporzionalità, ad esporre e ad esemplificare i singoli elementi di teoria matematica²¹⁵ impiegati nel «classico» testo dell'*Ethica nicomachea*, proprio in quel testo cioè che forse aveva stimolato la richiesta di un chiarimento dei «principi». Egli non è in grado, evidentemente, di collocare questi elementi in un quadro più ampio, vale a dire di «aggiornare» il discorso aristotelico con tutte le teorie matematiche sviluppate dopo Aristotele. Teologo più che filosofo-matematico, verisimilmente privo nel convento di San Francesco a Basilea dei sussidi librari necessari (riguardo ai classici della teologia, come risulta dal giudizio sulle «rivelazioni» di Santa Brigida, e dunque *a fortiori* riguardo ai classici della matematica antica e medievale), il Piranese forse ricorre, in ciò emblematicamente medievale, alla semplice memoria di quegli insegnamenti a lui noti che possono soccorrerlo nel compito affidatogli. Per la stesura della prima parte dell'esposizione lo soccorre qualche testo concernente le proporzioni, tradizionale ma «moderno» nel linguaggio (forse dunque la sezione di qualche trattato fisico-matematico, come la questione sulle proporzioni nei movimenti di Alberto di Sassonia che Ludovico può aver letto già quando si trovava a Rimini), op-

Tommaso commenta: «Etiam est in talibus considerandum, quod in his quae sic sunt proportionalia, quod quae est proportio unius ad alterum, eadem est proportio totius ad totum. Puta, si quae est proportio decem ad octo, eadem est proportio quinque ad quatuor, sequitur ulterius quod quae est proportio decem ad octo et quinque ad quatuor, eadem sit proportio decem et quinque simul acceptorum quae sunt quindecim, ad octo et quatuor simul accepta quae sunt duodecim: quia hic etiam est sesquiquarta proportio. Et unde? quia quindecim continet duodecim et quartam eius partem, scilicet ternarium. In proposito sequitur quod si sicut se habet ista res ad istam personam, ita se habet illa ad illam personam; ita etiam se habet totum ad totum; idest utraque res simul accepta ad utramque personam simul acceptam; et hoc est quod distributio coniungit. Et si ita aliquis distribuendo res hominibus coniungat, iuste facit. Patet ergo quod coniunctio A cum G, idest rei duplae cum persona duplo digniore et B cum D, idest dimidii cum dimidio, est iustum distributivum et tale iustum est medium. Iniustum autem est praeter hanc proportionalitatem. Proportionale enim est medium inter excessum et defectum; quia proportionalitas est aequalitas proportionis, ut dictum est. Et sic iustum, cum sit quoddam proportionale, est medium» (ivi, nn. 942-943, pag. 258ab).

²¹⁵ Si tenga presente che, per tutta la tradizione matematica greca e medievale, l'*arithmetiké* è uno studio filosofico del numero, ben distinto da quella pratica delle operazioni matematiche (*logistiké*, *computus* o *algorismus*) che ebbe pure un ampio sviluppo nella civiltà medievale, favorita anch'essa dall'assimilazione di fonti arabe (cfr. M. MASI, *Op. cit.*, pagg. 148, 155-157).

pure, semplicemente, la dottrina orale assimilata in qualche corso di aritmetica seguito durante la fase iniziale dei suoi studi: l'intreccio di queste due fonti potrebbe spiegare l'intreccio di elementi «moderni» e di elementi «arcaici» nella esposizione del Piranese. Ma oltre alla memoria lo soccorre anche, si può dire (dato il buon livello dottrinale di questa parte della trattazione), anche una certa intelligenza e capacità espositiva: l'ordine dei cinque generi costituisce un aspetto originale, coerentemente sviluppato. Per la parte concernente le *proportionalitates*, invece, il testo fisico di *Albertus Parvus* non può avergli rivelato nulla. In mancanza di testi più «specialistici», lo soccorre invece la memoria dell'*Ethica nicomachea* (ma non si può escludere che ne avesse a disposizione una copia, data la lunghezza della citazione finale), di quell'*Ethica nicomachea* che costituiva una tappa fondamentale nella formazione di ogni *sacrae paginae professor* così come di ogni *magister artium*. Anche per questioni concernenti la teoria dei numeri si può ricorrere ad Aristotele: Aristotele, si sa, è «il Filosofo».

In nota all'edizione di ambedue gli opuscoli vengono indicate le parole di dubbia interpretazione. Vengono inoltre segnalati i passi già trascritti nello studio di Cesare Cenci su Ludovico da Pirano (cfr. supra, nota 2), con indicazione di quelle varianti che non derivino da semplice diversità nei criteri grafici di trascrizione (nella presente edizione si è adottata la forma classica). Vengono infine proposti gli esatti rinvii ai testi esplicitamente citati da Ludovico.

LUDOVICI DE PIRANO
BREVIS TRACTATUS
SUPER SEPTEM VITIA

(The Library of the University of Chicago, Illinois,
cod. 689, ff. 55r-56v)

Incipit brevis tractatus compositus per reverendum fratrem magistrum Ludovicum de Pirano ordinis Minorum, in sacra theologia profundissimum, super septem vitia.

Diligenter advertendum quod non omnis ira nec accidia est mortalis, nec omnis avaritia aut gula aut luxuria rea gehennae. Ideo vigilantibus cura distinguat sacerdos modos varios in his septem quae consueverunt dici vitia principalia et capitalia. 5

Inveniunt autem septem modis posse contingere, scilicet naturaliter, venialiter, actualiter, habitualiter, spiritualiter seu reflexive, diabolice seu hypocriticaliter, archidiabolice seu obstinate et tunc est peccatum in Spiritum Sanctum. 10

De peccato naturali.

Primo modo superbia, avaritia, gula etc. naturalis non est peccatum proprie, sed est causa et principium et inclinatio ad peccandum et includitur sub fomite peccati naturalis, quidem nunc secundum naturam corruptam. 15

Provenit autem plerumque talis inclinatio ad speciale genus peccati, puta ad gulam, luxuriam, avaritiam et caetera, vel ex complexione /f. 55v/ se(u) ex influxu caeli vel ex nutritione. Et quomodocumque proveniat, si quis iudicium sequens rationis huiusmodi inclinationem vincat, merebitur eritque iustus et non peccator. 20

Mala ergo inclinatio naturalis non reddit hominem peccatorem nisi ipsam sequatur homo.

De veniali.

Est autem venialis in omnibus septem modus quo sistitur in sensum sive interiorem sive exteriorem per motum primum aut per actum levem, non ascendendo usque ad consensum liberi arbitrii nec vero nec interpretative, quod dico propter nimiam diuturnam in cogita- 25

1-5 Incipit ... gehennae, v. Cenci, pag. 274 b.

8-11 Inveniunt... Spiritum sanctum, v. Cenci, pagg. 274b-275a.

13 etc. = ut?

14 inclinatio ad, peccatum *add. cass.*

15 nunc = ?

25 (sistitur) in = ?

30 tione vel delectatione moram, nec exeundo in actum aliquem prohibitum a lege divina vel a ratione recte instituta.

De peccato mortali sive actuali.

Mortalis autem actualis est cum quis consensu deliberativo vult et consentit in actum prohibitum a lege divina vel a ratione recte instituta, etsi non sequatur opus exterius.

35 Istud satis patet ex determinatione salvatoris, Matthaei 5: *qui viderit mulierem* et caetera.¹

De peccato mortali sive habituali.

40 Mortalis habitualis est gravior quia non solum peccatum, sed et vitium. Et per istum habituales peccandi modum redditur malum non solum theologicum, verum etiam moraliter. Nam sicut ex unico actu non generatur perfecte et comple[c]te virtus moralis, sed ex frequentatis actibus, ita et vitium per continuationem et replicationem multorum actuum generatur.

45 Et iste modus insanabilior, quia vulnus iteratum sanatur tardius; et est etiam vituperabilior graviorque poena plectendus. Et quanto amplius per malorum actuum replicationem augetur habitus malus, tanto amplius diminuiturabilitas redeundi ad gratiam.

De peccato spirituali sive mentali.

50 Spiritualis vel mentalis vel cordialis modus peccati est cum quis de castitate gloriatur. Et hic modus subtilis et periculosus est in viris iustis. Nam cum sic incipiunt praesumere aut gloriari de propria iustitia in oculis propriis et in oculis proximorum, tunc desinunt esse iusti ante oculos Dei.

55 Et istum modum tangit, specialiter contra luxuriam, beatus Gregorius 28 *Moralium*² super illud: *accinge sicut vir lumbos tuos*.³

De peccato diabolico sive hypocritali.

60 Diabolicus sive hypocritalis est cum quis est vitiosus certo genere vitii et tamen, /f. 56r/ ut fallat et iustus reputetur, simulat se habere virtutem oppositam: ut cum quis est vere superbus et anelans ad alta et tamen simulat se exterius humilem, gulosus et se abinentem simulat, luxuriosus et simulat se castum.

65 Et hic modus valde damnabilis est et gravissimus, quoniam ipsa veritas contra hunc modum multas interpretatur maledictiones, Matthaei 23,⁴ acriter arguens omnes hypocritas. Et, sicut doctores dicunt, simulata sanctitas est dupla iniquitas.

De peccato archidiabolico sive obstinato.

32-34 Mortalis autem... non sequatur opus, v. Cenci, pag. 275a.

32 deliberativo = (per Cenci) deliberato.

38-40 Mortalis habitualis... etiam moraliter, v. Cenci, pag. 275a.

60 tamen simulat se, habere ver *add. cass.*

¹ Mt 5, 28: «Ego autem dico vobis, quia omnis qui viderit mulierem ad concupiscendum eam iam peccatus est eam in corde suo».

² Cfr. GREGORII MAGNI *Moralium libri sive expositio in librum beati Job*, I, XXVIII, c. 3 (P.L. 76, 453 A-C).

³ Jb 40, 2.

⁴ Cfr. Mt 23, 1 segg.

Ultimus modus archidiabolicus sive obstinatus, scilicet cum quis non solum est habituatus in malo, verum etiam ita fixus et firmus in proposito peccandi, ut placeat sibi in culpa perpetrata et propositum habeat numquam recedendi ab illo peccato nec umquam vitam suam emendandi. 70

Et iste modus est omnino irremissibilis, nec quisquam in tali existens est absolvendus, immo nec absolvi potest.

Et iste modus est modus specialis et dicitur peccatum in Spiritum sanctum. 75

Communiter autem a doctoribus ponuntur sex species peccati in Spiritum sanctum, scilicet praesumptio, desperatio, impugnatio veritatis agnitae, invidentia fraternae gratiae, obstinatio, finalis impaenitentia quia ad remissionem peccati.

Duo ex parte Dei. 80

Duo concurrunt ex parte Dei, scilicet iustitia, et contra hanc est praesumptio scilicet de impunitate, misericordia, et contra hanc desperatio.

Duo ex parte Ecclesiae.

Duo alia ex parte Ecclesiae, scilicet doctrina divinae bonitatis vel veritatis, et contra hanc impugnatio veritatis agnitae, et gratia, et contra hanc invidentia fraternae gratiae. 85

Duo ex parte peccatoris.

Duo alia ex parte peccatoris, scilicet dolor de culpa perpetrata, et contra hanc obstinatio quae est complacentia voluntatis in culpa perpetrata, item propositum recedendi a peccato, et contra hanc finalis impaenitentia quae est propositum numquam paenitendi. 90

Et haec finalis impaenitentia gravissimum est, quia non solum privat hominem gratia, sed et auf[f]ert omnem viam redeundi ad gratiam. Via enim revertendi /f. 56v/ ad gratiam principalis et efficacissima est propositum recedendi a peccato; et sine hoc proposito nulla potest esse contritio, et hoc proposito plene et vere habito cum infusione gratiae habetur vera contritio, per quam habetur vera peccatorum remissio: quam nobis concedat divina misericordia. Amen. 95

LUDOVICI DE PIRANO
DE PROPORTIONIBUS

(Bibliothèque Municipale de Tours, France,
cod. 745, fac-simile, ff. 278va-281vb)

- 100 Reverendissimo in Christo patri et domino domino Philippo archi-
episcopo turonensi, frater Ludovicus, provincialis Venetiarum et Paduae,
de religione Minorum, omni cum devotione et fide sui ipsius subiectionem offert perpetuumque famulatum.
- 105 Sicut parvi ingenii est materias grandes non sufferre, ita econtrario
magni atque praeclari ingenii esse dignoscitur considerationibus nequaquam superficialibus levibusque acquiescere, sed rimari semper profunda veritatis, donec ad immediata resolutio fiat. Id enim est proprie scire, oppidum scilicet et originem veri ex causis immediatis primisque principiis distincte atque resolutorie perspicere.
- 110 Si quis enim ex principio res nascentes viderit, optime contem-
plabitur, ut est apud Aristotelem Politicorum primo.⁵ Alioquin si quis conclusiones dicere sciat et in sua principia resolvere nequeat, nequaquam proprie scire dicitur, sed topice potius ac probabiliter credere.
- 115 Cum igitur physicus, musicus moralisque philosophus nonnullas
tractent conclusiones de proportionibus et proportionalitatibus: ille quidem, scilicet physicus, applicando ad velocitatem motus, numquid scilicet attendatur penes proportionem motorum ad invicem, aut penes proportionem resistentiarum inter se, aut penes proportionem potentiae moventis ad suam resistentiam; alter vero, scilicet musicus, applicat
- 120 ad sonos et voces, proportionem illas appellans diapente et diatessaron etc.; moralis vero philosophus expresse probat, *Ethi* /278vb/ corum 5,⁶

100-109 Reverendissimo... perspicere, v. Cenci, pag. 275ab.

108 oppidum = (per Cenci) oppositum / ex = (per Cenci) et.

109 perspicere = (per Cenci) prospicere.

111-124 si quis... in distributiva iustitia, v. Cenci, pag. 275b.

120 diapente = dyapente = (per Cenci) dyapetem / diatessaron = dyatesaron (v. anche Cenci).

⁵ Cfr. ARISTOTELIS *Politica*, I, 2, 1252 a 24-26: «Si quis enim ex principio res nascentes viderit, quemadmodum et in aliis, et in iis optime utique contemplabitur» (in THOMAE AQUINATIS *In Libros Politicorum Aristotelis expositio*, Torino-Roma 1951, pag. 5, n. 5).

⁶ Cfr. ARISTOTELIS *Ethica Nicomachea*, V, 7, 1131 b 9 - 1132 b 20 (in THOMAE AQUINATIS *In decem Libros Ethicorum Aristotelis ad Nicomachum expositio*, Torino-Roma 1949, pagg. 257, 260, 263, nn. 667-684).

medium in iustitia commutativa non accipi secundum proportionalitatem geometricam sed secundum arithmetiam, econtra vero in distributiva iustitia medium sumi secundum proportionalitatem geometricam et non secundum arithmetiam, non indecenter vestrae dominationis praeclarissimum ingenium, dictas conclusiones ut possit ad immediata deducere principia quae habentur in moralibus, voluit proportionum et proportionalitatum primas rationes investigare. 125

Nunc autem ego, qui maxime cupio tam doctissimo excellentissimoque domino quoad possum obsequi et morem gerere, quae sequuntur de huiusmodi proportionum et proportionalitatum radicibus [essent] iam in medium adduco. 130

Cum quantitati proprium sit ut secundum eam res plures ad invicem aequales aut inaequales dicantur, sicut habetur a Philosopho in Praedicamentis,⁷ proportio autem proprie accepta non est nisi comparatio seu habitudo rerum aut aequalium aut inaequalium; idcirco proportio proprie accepta non invenitur nisi inter quantitates aut inter res quantas, et in omnibus huiusmodi inveniri potest dummodo finitae sint, et hoc tam in genere quantitatis continuae quam etiam in genere quantitatis discretas. 135 140

Sed propriissime accepta proportio est quantitatum eiusdem generis propinqui ad invicem comparatio seu habitudo: sicut est comparatio duarum linearum quarum una sit pedalis altera bipedalis, et hoc in genere quantitatis continuae, et comparatio duorum numerorum ut quaternarii et senarii ad invicem, et hoc in genere quantitatis discretas. Sed quoniam arithmetica est certior /279ra/ geometria, cum sit abstractior, etiam consequenter proportionum in numeris certius et facilius discernuntur. Idcirco consueverunt doctores communiter proportionum et proportionalitates per numeros explicare, et ita hic facere intendo, incipiendo, sicut decet, a communioribus, sic. 145 150

Proportio propriissime accepta, scilicet quantitatum eiusdem generis propinqui, scilicet quantitatis discretas, dividitur primo sic. Omnis proportio aut est proportio[ne] aequalitatis aut inaequalitatis. Proportio

123 arithmetiam = arismetriam = (per Cenci) arismetriam.

124 sumi = summi?

125 arithmetiam = arismetriam.

125-136 vestrae dominationis... comparatio seu habitudo, v. Cenci, p. 275b.

128 rationes = (per Cenci) radices.

133 proprium = (per Cenci) proporcionum.

139 hoc = haec?

146 arithmetica = arismetrica.

⁷ Cfr. ARISTOTELIS *Categoriae*, 6, 6 a 26-30: «Proprium autem maxime quanti equale et inequale dicitur. Unumquodque enim dictorum quantorum et equale et inequale dicitur, velut corpus et equale et inequale dicitur, et numerus et tempus et equalis et inequalis dicitur; similiter autem et in aliis dictorum unumquodque equale et inequale dicitur» (translatio GUILLELMI DE MOERBEKA, in ARISTOTELES LATINUS, I, 1-5, *Categoriae vel Praedicamenta*, Bruges-Paris 1961, pag. 96, 15-19. Guglielmo di Moerbeke traduce con 'quantum' il termine aristotelico 'to posòn' che invece nella versione di Boezio viene reso con 'quantitas': cfr. ivi, pag. 17, 20-25).

155 aequalitatis est plurium quantitatum aequalium ad invicem habitudo, ut duorum ternariorum, duorum centenariorum, duorum binariorum; et huiusmodi proportio non habet secundum se plures species, sed omnes proportionales aequalitatis sunt eiusdem speciei specialissimae.

160 Proportio vero inaequalitatis subdividitur in proportionem maioris inaequalitatis et proportionem minoris inaequalitatis. Proportio maioris inaequalitatis est comparatio maioris quantitatis ad minorem, ut quaternarii ad binarium. Proportio minoris inaequalitatis est comparatio minoris quantitatis ad maiorem, ut binarii ad quaternarium.

165 Dicamus primo de generibus et speciebus proportionis maioris inaequalitatis et postea facile erit videre genera et species proportionis minoris inaequalitatis. Proportio maioris inaequalitatis continet sub se quinque genera subalterna, et unumquodque illorum continet sub se species specialissimas.

170 Omnis enim proportio maioris inaequalitatis aut est multiplex aut superparticularis aut superpartiens aut multiplex superparticularis /279 rb/ aut multiplex superpartiens, et non sunt plura genera, quorum sufficientia sic accipitur. Unde, restringendo huiusmodi proportionales ad numeros, ut supra dicebatur, constat quod semper maior numerus continet minorem et non econtra, sed minor bene continetur in maiori.

175 Cum igitur maior numerus contineat minorem, aut continet ipsum semel aut pluries. Si continet ipsum semel tantum, tunc hoc erit dupliciter secundum duplex genus partis. Cum enim maior numerus semel tantum continet minorem, necesse est ut contineat etiam aliquid ultra: alioquin non esset eo maior sed simpliciter aequalis. Si nihil ultra contineret, imo nec proprie diceretur illum continere.

180 Cum ergo maior numerus continet minorem semel tantum et aliquid ultra, tunc illud ultra aut est pars aliquota numeri minoris aut non aliquota; ubi pro intelligentia terminorum advertendum quae pars dicitur aliquota et quae non: pars aliquota est quae aliquotiens sumpta reddit suum totum adaequate, sicut medietas 3, 4, 5, 6, 7, 8 et sic deinceps, sicut patet in numeris quod unitas est pars aliquota cuiuscumque numeri sive paris sive imparis, quia ipsa aliquotiens sumpta suum totum reddit adaequate, ita quod nihil deficit nihilque superest, et similiter binarius est pars aliquota cuiuscumque numeri paris maioris binario eadem ratione.

190 Pars vero non aliquota est illa quae, quotienscumque fuerit sumpta, numquam reddet suum totum adaequate, sed reddet aut plus /279 va/ aut minus, sicut ternarius non est pars aliquota septenarii nec octonarii nec denarii, quia ternarius, quotienscumque sumatur, non reddit adaequate aliquid illorum, sed semper aut plus aut minus. Si enim ternarius sumatur bis, non reddit septenarium sed minus, scilicet senarium. Si sumatur ter, reddit plus, scilicet novenarium. Idem tamen ternarius est pars aliquota senarii et novenarii et duodenarii. Nam ternarius bis sumptus adaequate reddit senarium, ter sumptus adaequate reddit novenarium, quater sumptus adaequate reddit duodenarium.

172 supra, *cass.*?

182 intelligentia = intellectu?

193 sumatur = summatur?

195 sumatur = summatur?

196 sumatur = summatur?

Ad illam igitur partem divisionis, scilicet quod, cum maior numerus
 continet minorem semel tantum, hoc est dupliciter secundum duplex
 genus, partis aliquotae scilicet et non aliquotae, redeuntes, dicimus quod,
 cum maior numerus continet minorem semel tantum et ultra partem
 aliquotam illius, tunc ibi est proportio secundum genus superparticu-
 laris (proportionis), et habet tot species sub se quot sunt partes ali-
 quotae.

Prima pars aliquota est medietas, secunda est tertia, deinde quarta,
 post quinta, post et caetera et caetera. Prima species proportionis su-
 perparticularis est sexquialtera, secunda sexquitertia, deinde sexquiquar-
 ta, sexquiquinta et caetera: ut proportio 3 ad 2 est sexquialtera et si-
 militer proportio 6 ad 4 et similiter 9 ad 6, quia in omnibus his maior
 numerus continet minorem semel et medietatem eius. Proportio vero
 4 ad 3 est sexquitertia, quia maior numerus continet minorem semel
 et tertiam partem eius. Proportio vero 5 /279vb/ ad 4 est sexquiquarta,
 6 autem ad 5 sexquiquinta, 7 autem ad 6 sexquisexta, 8 ad 7 sexquisep-
 tima, 101 ad 100 sexquicentesima, 1001 ad 1000 sexquimillesima, et sic
 de aliis.

Si autem maior numerus continet minorem semel tantum et ultra
 continet partem eius non aliquotam, tunc huiusmodi proportio secun-
 dum genus dicitur superpartiens et habet sub se species huiusmodi, sci-
 licet superbipartiens, supertripartiens, superquadripartiens. Tamen sic
 non complete nominatur, sed oportet attendere unitates illius partis non
 aliquotae et videre quota pars minoris numeri sit singulariter quaelibet
 illarum unitatum, et sic complere denominationem illius proportionis
 secundum speciem specialissimam. Verbi gratia proportio 7 ad 4 est
 proportio supertripartiens quartas: nam hic maior numerus continet
 minorem semel tantum et partem eius non aliquotam [non] continentem
 tres unitates, quarum quaelibet seorsum accepta est quarta pars numeri
 minoris. Potest etiam sic nominari: superpartiens tres quartas, sed ille
 primus modus magis proprius et usitatus. Proportio vero 5 ad 3 est
 superbipartiens tertias, [vero] quia maior numerus semel tantum con-
 tinet minorem et ultra partem non aliquotam, scilicet binarium, cuius
 quaelibet unitas est tertia pars numeri minoris, scilicet 3. Similiter 9
 ad 7 est proportio superbipartiens septimas, 10 ad 7 supertripartiens
 septimas, 11 ad 7 superquadripartiens septimas, 12 autem ad 7 superquin-
 tupartiens septimas, 13 ad /280ra/ 7 superseptupartiens septimas, et sic
 de aliis ultra.

Habemus itaque omnia genera et omnes species proportionum in
 quibus maior numerus semel tantum continet minorem, et sunt haec
 duo genera, scilicet proportio superparticularis et proportio superpar-
 tiens, et horum unumquodque suas habet species specialissimas. Pro-
 portio scilicet superparticularis habet sub se istas species, scilicet: sex-
 quialtera, sexquitertia, sexquiquarta, sexquiquinta et sic in infinitum
 secundum ordinem partium aliquotarum. Alterum genus, scilicet su-
 perpartiens, habet sub se proprias species specialissimas secundum ha-
 bitudinem et numerum unitatum partis non aliquotae et comparative
 ad numerum minorem, et sunt hae species: superbipartiens tertias, su-

233 (Similiter 9 ad) $7 = 2$.

pertripartiens quartas, superquadripartiens quintas, superquintupartiens sextas aut septimas aut octavas et caetera in infinitum.

250 Sequitur modo videre proportiones in illis numeris in quibus maior continet minorem non semel tantum, sed pluries. Cum igitur maior numerus continet minorem pluries, hoc dupliciter, quoniam aut continet pluries adaequate, ita quod nihil ultra, aut continet ipsum pluries sed non adaequate, sed etiam aliquid ultra.

255 Si primo modo, scilicet quod maior numerus continet minorem pluries adaequate, tunc huiusmodi proportio secundum genus est proportio multiplex seu multipla, cuius species specialissimae sunt hae: dupla, tripla, quadrupla, quintupla, decupla, centupla, millecupla et caetera in infinitum. Unde si maior numerus continet minorem /280 rb/ adaequate
260 bis, tunc dupla, sicut 4 ad 2; si ter, tunc tripla, ut 6 ad 2 et 12 ad 4; si quater, sic quadrupla, ut 12 ad 3; si quinquies, quintupla, ut 25 ad 5; si centies, centupla, ut 100 ad 1 et 200 ad 2; si milies, millecupla, ut 1000 ad 1 et 2000 ad 2, et caetera in infinitum.

265 Si autem maior numerus continet minorem pluries non adaequate, hoc dupliciter, quoniam, cum maior numerus continens pluries non adaequate minorem de necessitate oport(e)at quod contineat ultra ipsum pluries contentum aliquam eius partem, tunc de necessitate oportet quod hoc sit altero istorum duorum modorum, scilicet quod maior numerus
270 ultra pluries contentum in se minorem continet partem aliquotam ultra, aut partem non aliquotam. Si primo modo, sic dicitur proportio multiplex superparticularis, si secundo modo, dicitur multiplex superpartiens. Et haec duo genera subalterna, et horum quodlibet habet sub se species specialissimas duobus modis explicandas.

275 Verbi gratia multiplex superparticularis habet sub se tot species quot maior numerus continet minorem, et etiam secundum processum in partibus aliquotis: sic dupla sexquialtera, tripla sexquialtera, quadrupla sexquialtera, et sic in infinitum, ut 5 ad 2 est dupla sexquialtera, quia maior numerus continet minorem bis et medietatem eius, et 7 ad 2 tripla sexquialtera, et 9 ad 2 quadrupla sexquialtera; sed 7
280 ad 3 du/280 va/pla sexquitertia et 10 ad 3 tripla sexquitertia et sic deinceps.

285 Multiplex vero superpartiens similiter duobus modis habet sub se multiplicatas species, scilicet primo quotiens maior numerus continet minorem, deinde habet variam habitudinem partis non aliquotae ad numerum inferiorem secundum numerum unitatum illius partis et secundum ordinem unitatum ad numerum inferiorem. Verbi gratia si
290 maior numerus continet minorem bis et partem non aliquotam, dicitur duplex aut dupla superpartiens, si ter tripla superpartiens, si quater quadrupla superpartiens; sed oportet etiam explicare numerum unitatum partis non aliquotae et ordinem illarum unitatum ad numerum inferiorem. Verbi gratia 11 ad 3 est tripla superbipartiens tertias, 12 ad 5
dupla superbipartiens quintas, 16 ad 7 dupla superbipartiens septimas, 17 ad 7 dupla supertripartiens septimas et sic in infinitum.

295 Et sic habemus omnia genera proportionum cum omnibus speciebus ipsorum, nec possunt alicui duo numeri fieri inaequales ad invicem comparati quin de necessitate inter eos sit aliqua istarum proportionum,

279 tripla sexquialtera, 4 *add.*, ad (?) 9 *add. cass.*

scilicet aut multiplex superparticularis aut multiplex superpartiens, et etiam aliqua species illarum.

Et haec sunt genera et species proportionum maioris inaequalitatis, cum scilicet comparatur numerus ad minorem. Sed et eadem sunt genera et species et totidem proportionum minoris /280 vb/ inaequalitatis, cum scilicet comparatur minor numerus ad maiorem, nisi quod oportet addere illam praepositionem 'sub'. Verbi gratia 10 ad 5 est proportio dupla, econtra 5 ad 10 est proportio subdupla; 9 ad 3 est proportio tripla, 3 ad 9 subtripla, et sic de omnibus aliis.

Sed notandum quod, sicut proportiones sunt comparationes quantitatuum et numerorum ad invicem, ita proportionalitates sunt comparationes ipsarum proportionum. Unde sicut supra dicebatur quod proportio est plurium quantitatuum eiusdem generis ad invicem habitudo, ita dicemus quod proportionalitas est plurium proportionum ad invicem habitudo, ut verbi gratia sicut se habet 8 ad 4, ita 6 ad 3: utrobique enim proportio dupla, et similiter sicut se habet 9 ad 6, ita 6 ad 4: utrobique enim proportio sexquialtera.

Sed advertendum quod quaedam est proportionalitas geometrica, quaedam arithmetica, quaedam disiuncta, quaedam continua, quaedam terminorum ordinate et convenienter se habentium et quaedam terminorum permutatim se habentium, et quaedam secundum partem et quaedam secundum totum.

Proportionalitas geometrica est aequalitas seu uniformitas proportionum ut: sicut se habet 8 ad 4 ita 6 ad 3, et sicut 9 ad 6 ita 6 ad 4. In prima namque proportionalitate, quae est inter duas proportiones et quattuor terminos, utrobique est proportio dupla, in secunda utrobique proportio sexquialtera.

Notandum quod, cum proportionalitas sit comparatio et habitudo plurium proportionum et proportio habitudo ad minus (*sic*) duarum quantitatuum se(u) numerorum, oportet quod omnis proportionalitas /281 ra/ ad minus habeat quattuor terminos secundum rem vel secundum rationem, ut puta quod ad minus unus terminus sumatur bis et se habeat ut duo, ut patebit infra.

Proportionalitas vero arithmetica est aequalitas quantitatuum in extremis seu in terminis plurium proportionum, verbi gratia sicut se habet 8 ad 6, ita 6 ad 4 quantum ad aequalitatem quantitatis: 8 enim excedit 6 in duobus et similiter 6 4 in duobus. Non autem sic se habet secundum proportionalitatem geometricam: nam 8 ad 6 est proportio sexquiertia, 6 autem ad 4 est sexquialtera. Et similiter sicut se habet 9 ad 6 ita 6 ad 3 secundum proportionalitatem arithmeticam. Nam aequales sunt quantitates illae quibus extrema excedentia excedunt excessa, scilicet 3 et 3, et tamen non est ibi uniformis proportio: nam 9 ad 6 est proportio sexquialtera, 6 autem ad 3 est proportio dupla.

Proportionalitas disiuncta est habitudo proportionum in nullo termino comitantium; ut: sicut se habet 16 ad 8, sic 4 ad 2. Continua vero

315 arithmetica = arismetica.

316 convenienter = consequenter?

328 sumatur = summatur?

330 arithmetica = arismetica.

336 arithmetiam = arismetiam.

337 excedentia = excedenda? / excessa = excelsa.

est habitudo proportionum in aliquo termino comitantium, ut: sicut se habet 8 ad 4, ita 4 ad 2, ubi istae duae proportiones comitant in illo termino 4. Et tunc, sicut manifeste apparet, ille terminus 4 sumitur
 345 bis, et licet secundum rem sit unus terminus, tamen secundum rationem est duo, quia (in) prima proportione est numerus minor et excessus seu qui exceditur, in secunda vero proportione est numerus maior et numerus excedens.

Proportionalitas terminorum ordinate seu convenienter se habentium est habitudo /281 rb/ proportionum inter extrema secundum aliquem ordinem accepta; ut: sicut se habet 16 ad 8, sic 4 ad 2, et similiter: sicut se habet 10 ad 8, ita 5 ad 4. Nam in prima proportionalitate utrobique est proportio dupla, in secunda utrobique sexquiquarta.

Ad istam proportionalitatem sequitur alia, scilicet proportionalitas
 355 proportionalium permutatim, et sequitur regulariter: verbi gratia in utroque exemplo, in primo, sicut se habet 16 ad 8 ita 4 ad 2, ergo et permutatim sicut se habet 16 ad 4 ita 8 ad 2: nam utrobique est proportio quadrupla. Et similiter in secundo exemplo, sicut se habet 10 ad 8 ita 5 ad 4, ergo permutatim sicut se habet 10 ad 5 ita 8 ad 4, quod
 360 utrobique verum est: nam utrobique est proportio dupla.

Proportionalitas vero secundum partem et secundum totum discernitur secundum hanc regulam, quod in his quae secundum, eadem est sunt proportionalia, quae est proportio unius ad alterum, eadem est proportio totius ad totum. Verbi gratia si quae est proportio 10 ad 8,
 365 eadem est proportio 5 ad 4, quia utrobique sexquiquarta, eadem similiter erit 10 et 5 simul acceptorum, quae sunt 15, ad 8 et 4 simul acceptorum, (quae) erunt 12: nam etiam haec 15 ad 12 est sexquiquarta.

Et similiter 16 ad 8 et 4 ad duo, utrobique proportio dupla: ergo si totum simul sumatur, scilicet 16 et 4 quae erunt 20, simul totum 8
 370 et 2 quae erunt 10, etiam proportio dupla inter 20 et 10.

Haec sunt, mi colendissime pater et domine, quae consueverunt /281 va/ in primis ordine doctrinae tradi de primis proportionum et proportionalitatum radicibus, quae maxime in numeris apertius discernuntur, cum sint formae mathematicae ab omni materia sensibili abstrahentes suas quidditates, diffinitiones, proprietates et passiones propter nullam cuiusvis materiae sensibilis variationem quovis modo variantes. Habere quippe tres angulos aequales duobus rectis non variatur sive triangulus fuerit ligneus sive ferreus sive argenteus sive aureus. Eodem modo aequalitatem habere omnium a centro ad circumferentiam exeuntium linearum ita est proprium circulo descripto in pulvere sicut et circulo descripto in caelo. Et similiter novenarius numerus ad senarium est sexquialter et ad ternarium triplus, sive sumantur hi nu-
 375
 380

344 sumitur = summitur?

346 duo = 2.

349 convenienter = consequenter?

356 2 = 7.

369 sumatur = summatur?

371-375 Haec sunt... quidditates, v. Cenci, pagg. 275b-276a.

371 mi = mihi?

382 sumantur = summantur?

meri in florenis aureis sive in calculis et lapillis, sive in stellis quae sunt in caelo.

Et propterea veri(tates) de his formis abstractis sunt maxime infallibiles — unde et secundo Physicorum⁸ dicitur: *abstrahentium non est mendacium* — et dicuntur esse in primo gradu certitudinis. 385

Econtra vero veritates rhetoricae et morales, quia magnam suscipiunt variationem ex varietate materiae, imo etiam ex varietate cuiuscumque circumstantiae, idcirco non sortiuntur omnimodam certitudinem propriissimae et potissimae demonstrationis; et ideo dicuntur esse in ultimo gradu certitudinis, unde in eis sufficit grosse et figuraliter veritatem ostendere. *Disciplinati enim est intantum certi/281 vb/tudinem inquirere secundum unumquodque genus, inquantum natura rei recipit: proximum enim videtur et mathematicum persuadentem acceptare et rhetoricum demonstrationes expetere*, ut habetur in proemio libri Ethicorum.⁹ 390 395

Haec tamen omnia et singula ita me scripsisse volo, ut nihilominus ad limam prudentissimae distinctionis vestrae resecentur quo ad superflua, suppleantur quantum ad ea quae deficiunt, corrigantur et emendentur prout opus fuerit et vestra prudentia iudicabit. 400

Valete, mi pater optime, et me inter vestros fide et integritate filios computare et commendare velitis.

Ex Basilea, in conventu sancti Francisci, 16^a mensis madii 1435, ipsi(us) sacri concilii basiliensis. 405

385-393 Et propterea... veritatem ostendere, v. Cenci, pag. 276a.

398-405 Haec tamen omnia... sacri concilii basiliensis, v. Cenci, pag. 276a.

399 limam = lineam (anche il Cenci propone questa correzione) / prudentissimae distinctionis = (per Cenci) distinctionis (e il Cenci corregge: distinctionis).

402 mi = mihi?

405 basiliensis = (per Cenci) basiliensi.

⁸ ARISTOTELIS *Physica*, II, 2, 193 b 31-35: «De his quidem igitur negotiatur et mathematicus, sed non inquantum physici corporis terminus est unumquodque: neque accidentia speculatur inquantum talibus existentibus accidunt. Unde et abstrahit. Abstracta enim sunt intellectu a motu: et nihil differt, neque fit mendacium abstrahentium» (in THOMAE AQUINATIS *In octo Libros Physicorum Aristotelis expositio*, Torino-Roma 1954, pag. 82, nn. 105-106).

⁹ ARISTOTELIS *Ethica Nicomachea*, I, 1, 1094 b 23-27: «Disciplinati enim est, in tantum certitudinem quaerere secundum unumquodque genus, in quantum rei natura recipit: proximum enim videtur et mathematicum persuadentem acceptare, et rhetoricum demonstrationes expetere» (ed. cit., pag. 9, n. 17).

NOTA BIOBIBLIOGRAFICA

Luciano Cova, nato a Trieste nel 1944, si è laureato in filosofia nel 1969 presso l'Università di Trieste, discutendo una tesi in Storia della filosofia medievale con la prof. Maria Elena Reina (correlatore il compianto prof. Giorgio Radetti). Dopo un breve periodo di insegnamento a livello di scuola media, egli si è dedicato alla ricerca e alla didattica presso l'Istituto di filosofia della Facoltà di lettere e filosofia dell'ateneo triestino, dove svolge tuttora la sua attività in qualità di ricercatore confermato. I suoi studi (a parte un contributo al dibattito culturale sull'emarginazione: *Alle radici dell'esclusione sociale*, «Critica sociale» 65 - 1913 - nn. 11-12, pp. 271-273) si sono polarizzati attorno a due filoni, nell'ambito della storia del pensiero medievale. In primo luogo egli si è inserito nell'ampio lavoro di «scavo» che, in questi ultimi decenni, studiosi di tutto il mondo stanno operando al fine di mettere a fuoco le teorie sulla conoscenza e sulla scienza elaborate a Oxford e a Parigi nel corso del XIV secolo. Frutto di queste ricerche sono i seguenti contributi:

- WALTER CATTON, *Commento alle Sentenze. Prologo - questione terza*. Ediz., introd. e note a c. di Luciano Cova (Università degli studi di Trieste, Fac. di lettere e filos., Istituto di filosofia, 4). Roma, Edizioni dell'Ateneo, 1973.
 - *La quarta questione del Prologo del «Commento alle Sentenze» di Walter Catton*, a c. di Luciano Cova, «Rivista critica di storia della filosofia» 30 (1975), pp. 303-330.
 - *Francesco di Meyronnes e Walter Catton nella controversia scolastica sulla «notitia intuitiva de re non existente»*, «Medioevo» 2 (1976), pp. 227-251.
- L'altro filone riguarda la tematica etico-antropologica sottesa alle dottrine scolastiche sul peccato originale (con particolare attenzione al francescanesimo parigino della seconda metà del Duecento):
- *Alcune Questioni di Simone di Lens sul Peccato originale*, «Archivum Franciscanum Historicum» 73 (1980), pp. 473-496.
 - *Originale peccatum e concupiscentia in Riccardo di Mediavilla. Vizio ereditario e sessualità nell'antropologia teologica del XIII secolo* (Università degli studi di Trieste, Fac. di lettere e filos., Istituto di filosofia, 12). Roma, Edizioni dell'Ateneo, 1984.

Nell'ottobre del 1985 Luciano Cova ha partecipato all'«International Colloquium on the Thought and Writings of William of Ockham», organizzato nello stato di New York dalla St. Bonaventure University. Una sua relazione, presentata e discussa nel corso di quel convegno, è ora in corso di stampa negli Atti, che compariranno nei volumi 44, 45 e 46 della rivista «Franciscan Studies»: *L'unità della scienza teologica nella polemica di Walter Chatton con Guglielmo d'Ockham*.