

Pierre Deligne – dobitnik Abelove nagrade 2013. godine

Darko Veljan¹

Abelovu je nagradu za 2013. godinu dobio Belgijac Pierre Deligne. Memorijalna fundacija Niels Henrik Abel osnovana je 1. siječnja 2002. godine povodom 200-te obljetnice rođenja velikog norveškog matematičara N. H. Abela kako bi godišnjom nagradom najviše dvoje matematičara nagradila za značajne znanstvene doprinose u matematici. Nagrada iznosi oko 800 000 eura (ili oko milijun američkih dolara), otprilike kao i Nobelova nagrada za druga područja.

Upravo je ovdje prilika da se prisjetimo i nabrojimo dosadašnjih 10 lauerata Abelove nagrade, a o kojima smo već pisali u prijašnjim godištim MFL-a.

- 2003. Jean-Pierre Serre (Francuska), topologija, algebarska geometrija, teorija brojeva;
- 2004. Sir Michael Atiyah (V. Britanija) i Isadore M. Singer (SAD), topologija, geometrija, globalna analiza, teorijska fizika;
- 2005. Peter Lax (Mađarska-SAD), parcijalne diferencijalne jednačine;
- 2006. Lennart Carleson (Švedska), harmonijska analiza, dinamički sustavi;
- 2007. Srinivasa S. R. Varadhan (Indija-SAD), teorija vjerojatnosti i velike devijacije;
- 2008. John Griggs Thompson (SAD) i Jacques Tits (Belgija-Francuska), teorija grupa;
- 2009. Mihail Leonidovič Gromov (Rusija-Francuska), geometrija;
- 2010. John Torrence Tate (SAD), teorija brojeva;
- 2011. John Wilard Milnor (SAD), topologija, geometrija, algebra;
- 2012. Endre Szemerédi (Mađarska-SAD), diskretna matematika i teorijsko računarstvo.



Pierre Deligne – crtice iz životopisa

Za godinu 2013. Abelov je lauerat belgijski i američki matematičar Pierre Deligne. Nagradu je dobio za značajne doprinose u područjima algebarske geometrije, teorije brojeva i teorije reprezentacije.

Pierre Deligne je rođen 1944. godine blizu Bruxellesa u Belgiji – današnjem “glavnom gradu” EU. U dobi od 12 godina Pierre je već svladao srednjoškolsku matematiku i ubrzo počeo čitati sveučilišne udžbenike iz matematike svojeg starijeg brata i u njima počeo tražiti objašnjenja i pokušavao je dokazivati tvrdnje i teoreme navedene u knjigama. U srednjoj školi mu je profesor, uvidjevši o kakvom se talentu radi, preporučio čitanje

¹ Autor je redoviti profesor u mirovini na Matematičkom odsjeku Prirodoslovno-matematičkog fakulteta u Zagrebu, e-pošta: darko.veljan@gmail.com

knjiga “Elementi matematike”, koje je pod pseudonimom Nicolas Bourbaki napisala skupina eminentnih (uglavnom francuskih i nekih američkih) matematičara. Već je tada 14-15 godišnji Deligne odlučio o svom životnom pozivu matematičara, iako ga je otac nagovarao na studij inženjerstva, što bi mu, navodno, osiguralo bolju zaradu. No, Pierre je odlučio da će se posvetiti onome što voli – matematičari. Osnovnu i srednju školu, te dodiplomski studij završio je u Bruxellesu. U više je navrata hvalio svoje nastavnike i profesore što su u njemu probudili ljubav za matematiku. Doktorirao je 1968. u Parizu pod vodstvom profesora J. Titsa (Abelovca za 2008.).

Početakom 1970-ih P. Deligne odlazi na usavršavanje na čuveni Institute for Advanced Study (Institut za napredna istraživanja) u Princetonu, New Jersey, SAD. Postao je član instituta u rangu redovitog profesora u trajnom zvanju 1984. godine. U svojim je znanstvenim radovima Deligne povezao i unaprijedio više matematičkih disciplina: algebarsku geometriju, teoriju brojeva, teoriju reprezentacije, algebru, kombinatoriku, topologiju i druge.

Pierre Deligne je 1978. dobio Fieldsovu medalju i to prvenstveno za dokaz Weilove slutnje koji je objavio još 1973. Zajedno s Alexanderom Grothendieckom 1988. dobio je Crafoordovu nagradu. Modernu algebarsku geometriju je gotovo sam izgradio Alexander Grothendieck u razdoblju 1950.–1970. Među matematičarima kruži šala da je sve te apstraktne konstrukcije prvi shvatio upravo Deligne, a tek onda njihov kreator sam Grothendieck. Dobio je Deligne i druge prestižne nagrade, npr. Wolfovu 2008. (koju je podijelio s P. Griffithsom i D. Mumfordom). U svojoj je domovini P. Deligne 2006. dobio titulu “Viscont” (vrsta baruna), koju mu je dodijelio belgijski kralj Albert II. Član je više akademija diljem svijeta, od Belgije, Francuske, SAD-a, Švedske, Rusije i drugih.

Na ceremonijalu u Oslu, Njegova ekscelencija, norveški kralj Harald V. dodijelio mu je 21. svibnja 2013. godine Abelovu nagradu.

Kad su ga pitali što će učiniti s novcem od nagrade, skromni je Deligne rekao da će jedan dio novca uložiti u poboljšanje uvjeta za rad matematičkih škola i kampova za nadarene učenike u Rusiji, Ukrajini i Bjelorusiji. Kazao je da se s nostalgijom prisjeća kako su se svojevremeno (1960.–1990.) tadašnji vodeći sovjetski matematičari s entuzijazmom brinuli o srednjoškolskoj izobrazbi učenika. Sjeća se kako je za kuhinjskim stolom za kojim su često radili u stanu svojih ruskih kolega diskutirao s njima o matematičkim školama i olimpijadama, večernjim kružocima, radu s darovitim učenicima. Rekao je da takav rad danas pomalo izumire (kao, nažalost, i kod nas) i zato bi to želio, koliko je moguće, oživjeti makar i ovako – financijski.

U intervjuima, koje je nakon dobivanja nagrade davao medijima, između ostalog je kazao da on o matematičkim problemima najčešće razmišlja na geometrijski način i kako je u srednjoj školi obožavao rješavati geometrijske probleme (npr. dokazati da su izvjesne tri točke kolinearne itd.), te da mu je taj način razmišljanja uvelike pomogao u kasnijem znanstvenom radu. Pritom se našalio kazavši da se tim geometrijskim dokazivanjima točno objašnjava netočna slika. Isto je tako napomenuo da je tim geometrijskim dokazivanjima učio razmišljati ne samo apstraktno, nego i jezično-verbalno, što je vrlo važno za svakog matematičara, kako bi verbalno, precizno i koncizno iznio svoje misli u dokazivanju teorema. Jednom je prilikom rekao da je matematika (dugačak) niz tautologija.

Znanstveni rezultati P. Deligne

Profesor Pierre Deligne je prilikom dodjele Abelove nagrade u Oslu održao predavanje pod naslovom “Hidden symmetries of algebraic varieties” (Skrivene simetrije algebarskih mnogostrukosti).

Pokušajmo ukratko objasniti makar samo osnovne pojmove i ideje. Temeljni predmet proučavanja u algebarskoj geometriji je algebarska mnogostrukost. Još od vremena René Descartesa i njegovog djela “La géometrie” iz 1637. imamo ključnu korespondenciju između geometrijskih objekata i algebarskih jednadžbi. Algebarska mnogostrukost je skup svih (kompleksnih) rješenja sustava algebarskih jednadžbi. Broj varijabli je dimenzija n . Ako je $n = 1$, radi se o krivulji, a ako je $n = 2$, o algebarskoj plohi. Na primjer, obična jedinična kružnica ima u realnom koordinatnom sustavu jednadžbu $x^2 + y^2 = 1$. No, ako su x i y kompleksni brojevi, onda za svako x možemo riješiti jednadžbu $y^2 = 1 - x^2$ koja uvijek ima dva rješenja (plus, minus drugi korijen), osim za $x^2 = 1$. Na taj način vidimo da skup svih kompleksnih rješenja postaje neomeđen (za razliku od realne kružnice). Taj je skup kompleksna “krivulja”, jer se lokalno opisuje sa samo jednim parametrom, ali kako je taj parametar kompleksni broj koji u sebi nosi dva realna parametra, to je u stvari dvodimenzionalni objekt (ploha) i ona je neomeđena. Biti omeđen, ili neomeđen, je topološko svojstvo, a mi smo to zaključili na algebarski način.

Algebarske geometričare upravo i zanimaju takva pitanja: kako na temelju algebarskih jednadžbi s kojima je zadana algebarska mnogostrukost odrediti njenu topološku strukturu i ostala fina geometrijska svojstva? Jedna od glavnih tvrdnji na kojima počiva algebarska geometrija je “osnovni teorem algebre”. Taj je teorem intuitivno jasan, a kaže da svaki (nekonstantni) polinom P s kompleksnim koeficijentima ima bar jedan korijen (tj. jednadžba $P(z) = 0$ ima bar jedno rješenje u skupu kompleksnih brojeva). Kaže se još da je polje kompleksnih brojeva algebarski zatvoreno. Prvi je rigorozno taj teorem dokazao C. F. Gauss 1796. Rješenja sustava polinomskih jednadžbi više (kompleksnih) varijabli su geometrijski objekti, primjerice pravac, dva pravca, elipsa, hiperbola, parabola, pa onda, recimo, Descartesov list, Cassinijeve krivulje itd., zatim ravnina, dvije ravnine, sfera, dvostruki beskonačni konus itd. Njima odgovaraju izvjesni algebarski objekti (ideali prstena polinoma). Tu korespondenciju daje tzv. Hilbertov teorem o nultočkama (poopćenje “osnovnog teorema algebre”). Računanja s algebarskim objektima onda natrag s tom korespondencijom daju podatke o mnogostrukosti.

Proučavanje i zanimanje za topološko-geometrijska svojstva algebarskih mnogostrukosti dolazi zapravo iz fizike. Od vremena Newtona i Leibniza i otkrića “infinitezimalnog računa” oko 1690. zna se da se prirodni fenomeni mogu najtočnije opisati diferencijalnim jednadžbama. To su jednadžbe koje povezuju samu funkciju i njene promjene (derivacije). Vrlo je čest slučaj da se diferencijalna jednadžba (a pogotovo sustavi takvih jednadžbi ili općenitiji tzv. dinamički sustavi) ne može egzaktno riješiti, odnosno u pravilu se rješenja ni teoretski ne mogu eksplicitno izraziti. Tipičan je primjer u meteorologiji, pa su stoga nemoguće dugoročne točne prognoze vremena. Međutim, temeljem tzv. Riemann-Hilbertove korespondencije (poopćenje Hilbertove) sustavi diferencijalnih jednadžbi se prirodno transformiraju u izvjesne algebarske jednadžbe, a ove pak definiraju pripadnu algebarsku mnogostrukost. No, obrnuto pitanje, kako iz algebarskih podataka o mnogostrukosti (tzv. monodromija) i topoloških fenomena (tzv. singulariteti) rekonstruirati pripadne diferencijalne jednadžbe bilo je dugo vremena otvoreno pitanje, koje je u velikoj sveobuhvatnosti uspio riješiti Pierre Deligne.

Ako je algebarska mnogostrukost zadana s polinomima s racionalnim (ili cijelim) koeficijentima, onda je prirodno promatrati algebarsko zatvorenje polja racionalnih brojeva, tj. skup svih algebarskih brojeva, jer su koordinate te mnogostrukosti algebarski brojevi. A onda se prirodno pojavljuje i pripadna Galoisova grupa svih simetrija algebarskih brojeva koje drže čvrstima same racionalne brojeve. Ove simetrije imaju ključnu ulogu u topologiji kompleksnih algebarskih mnogostrukosti i u proučavanjima veze s tzv. Hodgeovom teorijom u kojoj je ostalo još mnogo nepoznatih misterija.

Među matematičarima prevladava mišljenje da je najzančajniji pojedinačni Deligneov znanstveni doprinos dokaz Weilove slutnje. Ta slutnja francuskog matematičara

André Weila iz 1930-ih govori o broju rješenja polinomskih jednadžbi nad konačnim poljima. Weil je izračunao pripadne vrijednosti za dimenziju $n = 1$ (tj. za “krivulje”), i tek je Deligne 1974. uspio slično u višim dimenzijama. Važnost tog rezultata ogleda se i u tome što je Weilova slutnja ekvivalentna čuvenoj Riemannovoj hipotezi kada se umjesto polja kompleksnih brojeva uzme konačno polje. Najpoznatija formulacija obične Riemannove hipoteze jest da sve netrivialne nultočke Riemannove zeta funkcije leže u kompleksnoj ravnini na pravcu $\operatorname{Re}(s) = \frac{1}{2}$. Riemannova zeta funkcija $\zeta(s) = \sum_{n \geq 1} n^{-s}$

je zbroj recipročnih vrijednosti s -tih potencija prirodnih brojeva. Riemannova hipoteza iz 1859. godine je još uvijek otvoreni problem, a njeno bi rješenje dalo najtočniju distribuciju prostih brojeva u skupu svih prirodnih brojeva.

Jedna od spektakularnih posljedica tog Deligneovog rada bio je dokaz Ramanujanove slutnje (iz oko 1920.): $|\tau(p)| \leq 2p^{\frac{11}{2}}$ za proste brojeve p . Pritom je “tau funkcija” $\tau(n)$ koeficijent uz q^n razvoja u red potencija modularne forme $q \prod_{n \geq 1} (1 - q^n)^{24}$, gdje je $q = e^{2\pi iz}$, $\operatorname{Im}(z) > 0$.

Iako se topologija nad konačnim poljima čini trivijalnom, jer se radi o konačno mnogo točaka, ipak opća metoda ispitivanja mnogostrukosti kojom se poslužio Deligne u svom dokazu Weilove slutnje pokazala se djelotvornom za konačna polja. Ta metoda koju je osmislio njegov duhovni učitelj Grothendieck naziva se “étale kohomologija”, a ona se bazira na pojmovima kao što su “scheme” i “motivi”, koje je Grothendieck ugradio u osnove suvremene apstraktne algebarske geometrije 1950.–1970.

Deligneova metoda l -adskih snopova nad krivuljama već je duže vremena standardna tehnika u istraživanjima u algebarskoj geometriji i analitičkoj teoriji brojeva. U pripadnim su objektima duboko ukopane i skrivene simetrije koje je razotkrio i opisao Deligne s navedenim metodama.

Na kraju, i mi se pridružujemo čestitkama profesoru Deligneu na postignutim rezultatima i na Abelovoj nagradi.