

Rješenje nagradnog natječaja br. 202

Odredi sva rješenja sistema jednačbi:

$$\begin{aligned}x^2 + \frac{11}{5}y + \frac{74}{25} &= 4\sqrt{5y-3}, \\y^2 + \frac{11}{5}x + \frac{74}{25} &= 4\sqrt{5x-3}.\end{aligned}$$

Rješenje. Zbrajanjem ovih dviju jednačbi dobivamo

$$\left(\sqrt{5x-3}-2\right)^2 + \left(\sqrt{5y-3}-2\right)^2 + \left(x-\frac{7}{5}\right)^2 + \left(y-\frac{7}{5}\right)^2 = 0,$$

odakle je $x = y = \frac{7}{5}$.

Knjigom M. Bombardelli, Ž. Hanjš, K. A. Škreb, *Matematička natjecanja 2011./2012* nagrađeni su rješavatelji:

1. *Halil Lačević* (9), OŠ "Čengić Vila I", Sarajevo, BiH; 2. *Matea Prenc* (4), Gimnazija Pula, Pula.

Riješili zadatke iz br. 3/251

(Broj u zagradi označava razred–godišće srednje–osnovne škole.)

a) Iz matematike: *Halil Lačević* (9), OŠ "Čengić Vila I", Sarajevo, BiH, 3352, 3358–3360; *Petar Orlić* (1), XV. gimnazija, Zagreb, 3351–3354, 3358–3361; *Matea Prenc* (4), Gimnazija Pula, Pula, 3352.

b) Iz fizike: *Sanjin Jurić Fot* (8), OŠ Horvati, Zagreb, 354–357; *Lovro Rački* (8), OŠ Horvati, Zagreb, 354–357; *Ivan Korotaj* (4), Elektrostrojarska škola, Varaždin, 1525–1531.

Nagradni natječaj br. 204

Neka su a , b , c od nule različiti realni brojevi takvi da je $a + b + c = 0$ i $a^3 + b^3 + c^3 = a^5 + b^5 + c^5$. Dokaži da je

$$a^2 + b^2 + c^2 = \frac{6}{5}.$$