

## Rješenje nagradnog natječaja br. 200

Odredite sve četvorke prirodnih brojeva  $(a, b, c, d)$ ,  $a \leq b \leq c \leq d$ , takve da je  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d} = 1$ . Odredi najmanju i najveću vrijednost zbroja  $a + b + c + d$ .

*Rješenje.* Postoji četrnaest mogućnosti prikaza broja 1 kao zbroj četiri "egipatskih razlomaka":  
 $1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{7} + \frac{1}{42}$ ,  $1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{8} + \frac{1}{24}$ ,  $1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{18}$  itd. One su prikazane u tabeli s odgovarajućim zbrojevima  $a + b + c + d$ :

$a$	$b$	$c$	$d$	$a + b + c + d$
2	3	7	42	54
2	3	8	24	37
2	3	9	18	32
2	3	10	15	30
2	3	12	12	29
2	4	5	20	31
2	4	6	12	24
2	4	8	8	22
2	5	5	10	22
2	6	6	6	20
3	3	4	12	22
3	3	6	6	18
3	4	4	6	17
4	4	4	4	16

Prema tome,

$$\min \left\{ a + b + c + d \mid a, b, c, d \in \mathbf{N}, \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d} = 1 \right\} = 16,$$

$$\max \left\{ a + b + c + d \mid a, b, c, d \in \mathbf{N}, \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d} = 1 \right\} = 54.$$

Knjigom M. Bombardelli, Ž. Hanjš, K. A. Škreb, *Matematička natjecanja 2011./2012.* nagrađeni su sljedeći rješavatelji:

1. *Lucija Drašinac* (4), III. gimnazija, Osijek; 2. *Halil Lačević* (9), OŠ "Čengić Vila", Sarajevo, BiH; 3. *Lukas Novak* (8), OŠ Čakovec, Čakovec; 4. *Petar Orlić* (1), XV. gimnazija, Zagreb; 5. *Matea Prenc* (4), Gimnazija Pula, Pula.

## Riješili zadatke iz br. 1/249

(Broj u zagradi označava razred–godište srednje–osnovne škole.)

a) Iz matematike: *Lucija Drašinac* (4), III. gimnazija, Osijek, 3327–3332, 3334; *Josip Jelić* (4), Gimnazija Lucijana Vranjanina, Zagreb, 3338; *Andrea Klarić* (4), Prometna škola, Rijeka,

3330–3332, 3335, 3336, 3338; *Halil Lačević* (9), OŠ “Čengić Vila”, Sarajevo, BiH, 3327–3330; *Lukas Novak* (8), I. osnovna škola Čakovec, Čakovec, 3327, 3329–3333, 3335, 3336; *Paško Majcenović* (2), Gimnazija Franje Petrića, Zadar, 3327–3332, 3337, 3338; *Berina Omanović* (3), Gimnazija Visoko, Visoko, BiH, 3335; *Petar Orlić* (4), XV. gimnazija, Zagreb, 3328, 3330, 3331; *Edi Prenc* (3), Gimnazija Visoko, Visoko, BiH, 3327.

b) Iz fizike: *Sanjin Jurić Fot* (8), OŠ Horvati, Zagreb, 346–349; *Lovro Rački* (8), OŠ Horvati, Zagreb, 346–349; *Josip Jelić* (4), Gimnazija Lucijana Vranjanina, Zagreb, 1516, 1517; *Matea Prenc* (4), Gimnazija Pula, Pula, 1511–1516.

## Nagradni natječaj br. 202

---

Odredi sva rješenja sustava jednadžbi:

$$x^2 + \frac{11}{5}y + \frac{74}{25} = 4\sqrt{5y - 3},$$

$$y^2 + \frac{11}{5}x + \frac{74}{25} = 4\sqrt{5x - 3}.$$