



Ovisnost brzine zvuka u zraku o temperaturi¹

Domagoj Babić i Ivica Pletikosa², Jakov Labor³

Brzina je zvuka (v) jednaka umnošku valne duljine (λ) i frekvencije (f):

$$v = \lambda f.$$

Teorijski možemo doći do izraza za brzinu zvuka u plinu:

$$v = \sqrt{\frac{\kappa p}{\rho}}, \quad (1)$$

gdje je κ adijabatski koeficijent, a p i ρ tlak i gustoća plina.

Ako iz jednadžbe stanja idealnog plina

$$pV = \frac{m}{M}RT$$

izrazimo tlak

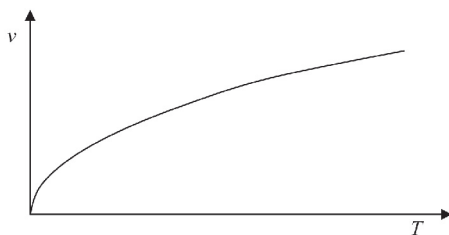
$$p = \frac{m}{MV}RT = \frac{\rho}{M}RT$$

i uvrstimo u izraz (1), za brzinu zvuka u plinu dobivamo

$$v = \sqrt{\frac{\kappa RT}{M}}, \quad (2)$$

gdje je $R (= 8.314 \text{ JK}^{-1} \text{ mol}^{-1})$ opća plinska konstanta, M molarna masa plina i T apsolutna temperatura.

Izraz (2) pokazuje da je brzina zvuka u plinu razmjerna korijenu iz temperature. Grafički prikaz te ovisnosti ima oblik parabole (slika 1).



Slika 1. Graf ovisnosti brzine zvuka u zraku o temperaturi oblika je parabole.

¹ Ovaj rad je na državnom natjecanju iz fizike 2012. g. nagrađen prvom nagradom.

² Učenici Gimnazije Antuna Vrančića u Šibeniku

³ Mentor, prof. savjetnik na Gimnaziji Antuna Vrančića u Šibeniku

Za manje promjene temperature izraz (2) možemo napisati u jednostavnijem obliku:

$$v = \sqrt{\frac{\kappa RT}{M}} = \sqrt{\frac{\kappa R(t + 273.15)}{M}} = \sqrt{\frac{273.15\kappa R}{M} + \frac{\kappa R t}{M}}$$

$$= \sqrt{\frac{273.15\kappa R}{M} \left(1 + \frac{t}{273.15}\right)} = \sqrt{\frac{273.15\kappa R}{M}} \sqrt{1 + \frac{t}{273.15}},$$

gdje je t temperatura u $^{\circ}\text{C}$. Iraz $\sqrt{\frac{273.15\kappa R}{M}}$ predstavlja brzinu zvuka u plinu pri temperaturi 0°C . Obilježimo li je s v_0 , dobivamo:

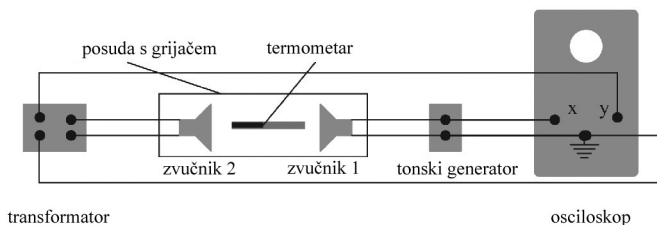
$$v = v_0 \sqrt{1 + \frac{t}{273.15}}.$$

Dodamo li izrazu pod korijenom $\left(\frac{t}{2 \cdot 273.15}\right)^2$ njegov se iznos pri maloj promjeni temperature neće znatno promijeniti:

$$v = v_0 \sqrt{1 + \frac{t}{273.15} + \left(\frac{t}{2 \cdot 273.15}\right)^2} = v_0 \sqrt{\left(1 + \frac{t}{2 \cdot 273.15}\right)^2} = v_0 \left(1 + \frac{t}{2 \cdot 273.15}\right)$$

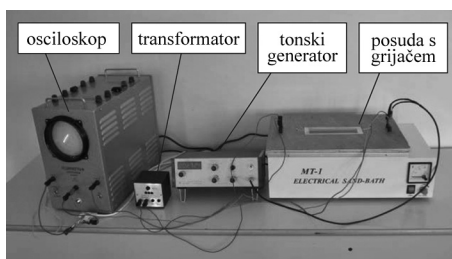
$$v = v_0 + \frac{v_0}{2 \cdot 273.15} t. \quad (3)$$

Ovo je jednadžba pravca koji siječe ordinatnu os (na kojoj se nalazi brzina) u točki v_0 . Riječ je zapravo o tangenti parabole koja za mali t neznatno odstupa od parabole. Valjanost izvedenog izraza možemo provjeriti pokusom istražujući širenje zvuka zrakom pri različitim temperaturama. Uređaj za izvođenje takvog pokusa pojednostavnjeno je prikazan na slici 2, a čine ga: tonski generator, dva jednaka zvučnika, transformator, termometar, posuda s grijačem, osciloskop i žice za spajanje.



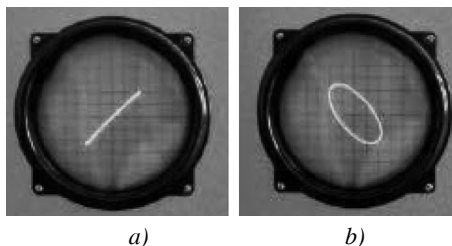
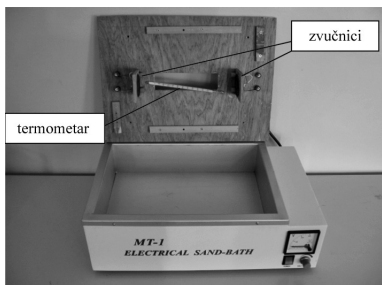
Slika 2. Pojednostavnjen prikaz uređaja za istraživanje ovisnosti brzine zvuka u zraku o temperaturi.

Postav pokusa prikazan je na slici 3.



Slika 3. Postav pokusa za određivanje brzine zvuka u zraku.

Zrak se nalazi u posudi opremljenoj grijačem (slika 4). Posuda je s gornje strane zatvorena drvenim poklopcem na kojem se nalazi prozor. Zvučnici su učvršćeni za poklopac i spojeni na buksne. O poklopac je nitima ovješeno i termometar koji se nalazi između zvučnika i pri mjerenju zauzima horizontalni položaj. Očitavamo ga kroz prozor na poklopcu.



Slika 4. Grijaaća posuda s poklopcem. Slika 5. Izgled oscilograma ovisi o faznom pomaku.

Kad uključimo tonski generator, električni titraji koje on proizvodi pretvaraju se u zvučniku 1 u mehaničke, tj. zvuk. Zvuk dolazi do zvučnika 2, gdje se mehanički titraji pretvaraju u električne (izmjenični napon) koji se pomoću transformatora pojačavaju. Izmjenični napon sa zvučnika 1 pomiče elektronski snop na osciloskopu lijevo-desno, a napon sa zvučnika 2 gore-dolje. Ako su titranja membrana zvučnika u fazi, na zaslonu osciloskopa vidimo oscilogram u obliku kose crte (slika 5a). Fazni pomak ovisi o frekvenciji i o međusobnoj udaljenosti zvučnika, pa je oscilogram općenito eliptična oblika (slika 5b).

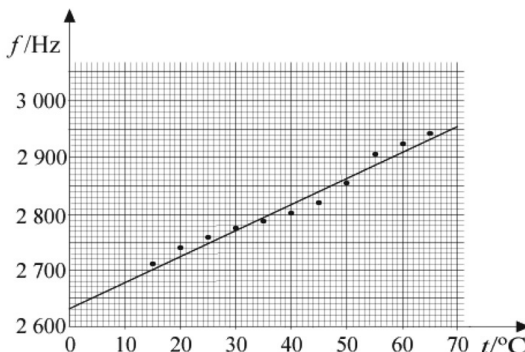
Amplituda titranja membrana zvučnika nije jednaka za sve frekvencije. To možemo vidjeti ako mijenjamo frekvenciju na tonskom generatoru i promatramo otklon elektronskog snopa na osciloskopu u vertikalnom smjeru, pri čemu tonski generator i zvučnik 1 nisu spojeni na osciloskop. Membrana titra najbolje kada je u rezonanciji s tonskim generatorom, tj. kada je frekvencija tonskog generatora jednaka nekoj od vlastitih frekvencija membrane. Tih je frekvencija više, a za naše zvučnike jedna od njih iznosi 2751 Hz. Pri toj frekvenciji oscilogram nema oblik kose crte. Zbog toga smo na tonskom generatoru odabrali frekvenciju najbližu frekvenciji 2751 Hz pri kojoj oscilogram ima oblik kose crte. Ona iznosi 2711 Hz.

Zagrijavanjem zraka u posudi mijenja se izgled oscilograma. Razlog tomu je povećanje brzine, odnosno valne duljine zvuka. Oscilogram bi poprimio početni izgled kada bismo razmak među zvučnicima povećali. Međutim, oscilogram možemo dovesti na početni oblik ne mijenjajući razmak među zvučnicima. Dovoljno je povećati frekvenciju. Na ovaj način možemo na tonskom generatoru očitati frekvencije za više različitih temperatura. Rezultati mjerenja nalaze se u priloženoj tablici.

$\frac{t}{^{\circ}\text{C}}$	14.7	20.0	25.0	30.0	35.0	40.0	45.0	50.0	55.0	60.0	65.0
$\frac{f}{\text{Hz}}$	2711	2741	2760	2774	2788	2802	2819	2855	2905	2923	2941

Tablica. Rezultati mjerenja

Prema podacima iz Tablice smo nacrtali graf ovisnosti frekvencije o temperaturi (slika 6).



Slika 6. Eksperimentalni graf ovisnosti frekvencije o temperaturi.

Graf je dio parabole koji obuhvaća mali temperaturni interval, zbog čega je ravan. To je u skladu s jednažbom pravca (3). Pretpostavljamo da je sistematsko odstupanje eksperimentalnih rezultata od izvučenog grafa uzrokovano promjenom amplitude membrana pri povećanju frekvencije.

Pomoću grafa možemo odrediti relativno povećanje frekvencije pri jediničnom povećanju temperature:

$$\frac{f - f_0}{f_0 t} \cdot 100\% = \frac{2955 \text{ Hz} - 2630 \text{ Hz}}{2630 \text{ Hz} \cdot 70^\circ\text{C}} \cdot 100\% = 0.177\%.$$

U našem se pokusu nije mijenjala valna duljina zvuka, pa ovoliko iznosi i relativno povećanja brzine zvuka pri jediničnom povećanju temperature:

$$\frac{v - v_0}{v_0 t} \cdot 100\% = \frac{\lambda f - \lambda f_0}{\lambda f_0 t} \cdot 100\% = \frac{f - f_0}{f_0 t} \cdot 100\% = 0.177\%.$$

Dobiveni rezultat treba usporediti s teorijskim kojega dobijemo tako da za brzine v_0 i v uvrstimo vrijednosti izračunate pomoću izraza (2). Molarna je masa zraka $M = 0.029 \text{ kg mol}^{-1}$, a adijabatski koeficijent $\kappa = 1.4$ pa je brzina zvuka u zraku pri temperaturi 0°C (273.15 K):

$$v = \sqrt{\frac{\kappa RT}{M}} = \sqrt{\frac{1.4 \cdot 8.314 \text{ JK}^{-1}\text{mol}^{-1} \cdot 273.15 \text{ K}}{0.029 \text{ kg mol}^{-1}}} = 331.1 \text{ ms}^{-1},$$

a pri temperaturi 70°C (343.15 K):

$$v = \sqrt{\frac{\kappa RT}{M}} = \sqrt{\frac{1.4 \cdot 8.314 \text{ JK}^{-1}\text{mol}^{-1} \cdot 343.15 \text{ K}}{0.029 \text{ kg mol}^{-1}}} = 371.1 \text{ ms}^{-1}.$$

Prema ovim je iznosima brzina relativno povećanja brzine pri jediničnom povećanju temperature

$$\frac{v - v_0}{v_0 t} \cdot 100\% = \frac{371.1 \text{ ms}^{-1} - 331.1 \text{ ms}^{-1}}{331.1 \text{ ms}^{-1} \cdot 70^\circ\text{C}} \cdot 100\% = 0.173\%,$$

što se malo razlikuje od rezultata dobivenog pokusom (0.177%). Time je ispravnost izraza (3) potvrđena.