



Preddiplomski sveučilišni studij Matematika, smjer nastavnički

Mea Bombardelli¹, Dijana Ilišević², Željka Milin-Šipuš³

Na Matematičkom odsjeku Prirodoslovno–matematičkog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu izvode se dva preddiplomska studija, sedam diplomskih studija i jedan integrirani preddiplomski i diplomski studij. U članku *Studij matematike u Zagrebu*, koji je objavljen u Matematičko–fizičkom listu broj 1/241 (2010./2011.), Andrej Novak i Mladen Vuković opisali su *Preddiplomski sveučilišni studij Matematika* (i napisali mali rječnik pojmova vezanih uz sveučilišnu nastavu), a zatim je u nizu članaka opisano pet diplomskih studija koje uglavnom upisuju prvostupnici koji su završili taj preddiplomski studij.

Ovaj članak je posvećen *Preddiplomskom sveučilišnom studiju Matematika, smjer nastavnički*. Taj studij je prva etapa u sveučilišnom obrazovanju budućih nastavnika matematike (odnosno matematike i informatike) u osnovnim i srednjim školama. Studij traje tri akademske godine i njegovim završetkom se stječe akademski naziv *sveučilišni prvostupnik (baccalaureus) edukacije matematike (univ. bacc. educ. math.)*.

Nakon završenog preddiplomskog studija, većina prvostupnika edukacije matematike se odlučuje za jedan od dva (dvogodišnja) diplomatska studija Matematičkog odsjeka PMF-a: *Diplomski sveučilišni studij Matematika, smjer nastavnički*, čijim se završetkom stječe akademski naziv *magistar edukacije matematike (mag. educ. math.)* i *Diplomski sveučilišni studij Matematika i informatika, smjer nastavnički*, čijim se završetkom stječe akademski naziv *magistar edukacije matematike i informatike (mag. educ. math. et inf.)*.

Schema studija prikazana je u sljedećoj tablici:

1. godina	2. godina	3. godina	4. godina	5. godina
Preddiplomski sveučilišni studij Matematika, smjer nastavnički			Diplomski sveučilišni studij Matematika, smjer nastavnički	
			Diplomski sveučilišni studij Matematika i informatika, smjer nastavnički	

Prvostupnici edukacije matematike mogu nastaviti studij i na nekom drugom diplomskom studiju matematike (ostalih pet je već opisano u ranijim brojevima Matematičko–fizičkog lista) i drugim srodnim studijima ili se zaposliti na nekom radnom mjestu koje zahtijeva temeljna znanja iz područja matematike i računarstva.

Spomenimo još da se na Matematičkom odsjeku PMF-a nudi i *Integrirani preddiplomski i diplomski sveučilišni studij Matematika i fizika, smjer nastavnički*, u trajanju od pet godina.

¹ Docent na Matematičkom odsjeku PMF-a, bombarde@math.hr

² Izvanredni profesor na Matematičkom odsjeku PMF-a, ilisevic@math.hr

³ Izvanredni profesor na Matematičkom odsjeku PMF-a, milin@math.hr

Na Preddiplomski sveučilišni studij Matematika, smjer nastavnički, u akad. god. 2012./13. upisano je 90 studenata. Prvi studenti po tzv. bolonjskom modelu studiranja upisani su 2005., preddiplomski studij su završili 2008., a diplomski 2010. godine.

U prve dvije godine (2005. i 2006.) upisano je po 40 studenata. Od tih studenata, do danas je preddiplomski studij završilo 28 studenata prve i 25 studenata druge generacije i svi su oni upisali neki od diplomskih studija na našem odsjeku. Pet studenata je pri kraju preddiplomskog studija, dok su ostali odustali ili promijenili studij. Od 80 studenata upisanih na preddiplomski studij 2005. i 2006. godine, diplomski studij do sada je završilo 39 studenata (27 nastavnički smjer matematike, 7 nastavnički smjer matematike i fizike, 3 studij financijske i poslovne matematike te po jedan student studij teorijske matematike odnosno računarstva), a 14 studenata još studira na nekom od diplomskih studija.

U nastavku teksta ćemo često koristiti pojmove “kolegij” i “semestar”. Kolegijima nazivamo predmete na sveučilištu; oni u pravilu traju jedan semestar, tj. polovicu jedne akademske godine.

Na web stranicama Matematičkog odsjeka Prirodoslovno–matematičkog fakulteta u Zagrebu (<http://www.math.pmf.unizg.hr>) mogu se naći sve službene informacije, stoga ovdje nećemo detaljno opisivati pojedine kolegije, već ćemo ukratko opisati što studente očekuje na studiju.

Program preddiplomskog sveučilišnog studija Matematika, smjer nastavnički, čine tri glavne skupine kolegija:

- matematički i računarski kolegiji,
- kolegiji iz odgojno–obrazovnih znanosti,
- ostali kolegiji (engleski jezik struke, tjelesna i zdravstvena kultura).

Svi kolegiji su jednosemestralni. Tijekom semestra se odvija nastava, a rad studenta se kontinuirano prati (pomoću domaćih zadaća, projektnih zadataka, testova i sl.), sredinom semestra se piše prvi, a krajem semestra drugi kolokvij (pismeni ispit) te na kraju slijedi završni ispit koji se (najčešće) provodi usmeno.

Poznati matematičar, geometar i edukator Felix Klein (1849.–1925.) je uočio da nastavnički poziv često prati fenomen “dvostrukog diskontinuiteta” – nakon srednje škole budući nastavnici se susreću s višom matematikom, koja neće biti područje njihovog rada s učenicima, da bi se potom vratili u školu predavati elementarne sadržaje za koje nisu dovoljno pripremljeni. S obzirom da se od studenta nastavničkog smjera očekuje čvrsto ovladavanje sadržajima školske matematike, visokoškolsko obrazovanje za nastavnika matematike započinje kolegijima koji predstavljaju izvjestan most između srednjoškolske i visokoškolske (više) matematike. Ti kolegiji su: *Uvod u matematiku*, *Analitička geometrija* i *Elementarna geometrija*. Studentima je veći dio sadržaja tih kolegija već poznat, no sada se to znanje produbljuje i sistematizira, a usput se upoznaje matematički jezik i razvija matematičko mišljenje. Više pažnje se poklanja matematičkoj utemeljenosti pojmova i koncepata, razumijevanju tvrdnji i njihovih dokaza, nego procedurama i tehnikama u računanju koje prevladavaju u školskoj matematici. Na diplomskom studiju, na kolegijima *Metodika nastave matematike 1–4*, srednjoškolski sadržaji matematike obrađuju se ponovo, ali sada iz perspektive nastavnika.

U nastavku navodimo nekoliko zadataka iz zadaća i kolokvija na ovim uvodnim kolegijima, a koji su razumljivi srednjoškolicima.

Zadatak 1. (*Uvod u matematiku, zadaća, listopad 2011.*)
Može li zbroj tri uzastopna cijela broja biti prost broj? A umnožak?

Zadatak 2. (*Uvod u matematiku, zadaća, prosinac 2011.*)
Izračunajte prosječnu vrijednost svih koeficijenata (od vodećeg do slobodnog) polinoma

$$(2x^9 - 4x + 1)^7 \cdot (x^{16} - x^{11} + x^6 - x + 2)^8.$$

Koliko iznosi prosjek svih koeficijenata osim vodećeg i slobodnog?

Zadatak 3. (*Analitička geometrija, zadaća, prosinac 2011.*)
Zadane su ravnine π_1 , π_2 , π_3 redom jednadžbama $3x + 2y + z = 5$, $2x + y + 4z = 13$, $-10x + 2y - z = -1$.

- Odredite parametarsku vektorsku jednadžbu pravca koji je presjek ravnina π_1 i π_2 .
- Iskoristite rezultat dobiven pod (a) i odredite točku presjeka ravnina π_1 , π_2 i π_3 .
- Odredite jednadžbu ravnine koja je okomita na ravnine π_1 i π_2 i prolazi ishodištem koordinatnog sustava.

Zadatak 4. (*Analitička geometrija, drugi kolokvij, 18. 1. 2012.*)
Odredite jednadžbu parabole $y^2 = 2px$ ako su tangente na parabolu iz točke $T(-1, 0)$ međusobno okomite.

Zadatak 5. (*Elementarna geometrija, prvi kolokvij, 4. 11. 2011.*)
Neka je ABC pravokutni trokut kojem je pravi kut u vrhu C , a $|AC| < |BC|$. Neka je D točka na polupravcu CA takva da je $|BC| = |CD|$. Neka je H ortocentar trokuta ABD . Dokažite da je $|CH| = |CA|$.

Zadatak 6. (*Elementarna geometrija, drugi kolokvij, 17. 1. 2011.*)
U kružnicu polumjera 3 upisan je trokut ABC u kojem je $|AB| = 3\sqrt{2}$ i $|AC| = 3\sqrt{3}$. Odredite kutove tog trokuta. Koliko rješenja ima zadatak?

Pretpostavljamo da ste ove zadatke razumjeli, a neke vjerojatno i uspješno riješili. Moguće je da ste se i upitali hoćete li na studiju naučiti išta više od matematike koju ste do sada učili u školi. No, matematika je znanost koja obuhvaća mnogo više od školske matematike. Studenti tijekom studija upoznaju razna matematička područja: algebru, matematičku analizu, geometriju, topologiju, kombinatoriku, diskretnu matematiku, teoriju brojeva, vjerojatnost i statistiku, matematičku logiku.

Četiri su područja dodatno pokrivena i izbornim kolegijima nastavničkog smjera preddiplomskog studija matematike. To su *algebra*, *analiza*, *geometrija* i *računarstvo*. Ovisno o svojim željama, student izabire dva od četiri istoimena izborna modula. Svaki izborni modul čine dva srodna izborna kolegija.

Algebra se bavi algebarskim strukturama, a to znači skupovima na kojima su definirane jedna ili više operacija koje imaju izvjesna svojstva. Primjerice, skup svih realnih brojeva s operacijom zbrajanja čini algebarsku strukturu koju nazivamo komutativna grupa, a isti taj skup s operacijama zbrajanja i množenja čini strukturu koju nazivamo polje. Skup svih bijektivnih funkcija $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ s operacijom komponiranja funkcija je grupa, ali ta grupa nije komutativna (tj. općenito je $f \circ g \neq g \circ f$). Algebarske kolegije čine obavezni

kolegiji *Linearna algebra 1 i 2* i izborni modul *Algebra* kojeg čine kolegiji *Vektorski prostori* i *Algebarske strukture*.

Zadatak 7. (*Linearna algebra 1*, drugi kolokvij, 8. 6. 2011.)

Korištenjem Gaussove metode eliminacije riješite sljedeći sustav koji ovisi o parametru $\lambda \in \mathbf{R}$:

$$\begin{aligned}x_2 + 4x_3 + 2x_4 &= 8 \\2x_1 - 3x_2 &= -\lambda - 4 \\x_2 + \lambda x_3 + (\lambda - 2)x_4 &= 2\lambda \\-x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 &= 8.\end{aligned}$$

Matematička analiza (kraće, analiza) proučava diferencijalni i integralni račun, najčešće u kontekstu realnih i kompleksnih funkcija (jedne varijable ili više varijabli). Među osnovnim pojmovima matematičke analize ističemo limes, neprekidnost, derivaciju i integral. Studenti će ovo područje proučiti u obaveznim kolegijima *Diferencijalni račun 1 i 2*, *Osnove matematičke analize*, *Primijenjena matematička analiza* te unutar izbornog modula *Analiza* koji se sastoji od kolegija *Metrički prostori* i *Kompleksna analiza*.

Zadatak 8. (*Diferencijalni i integralni račun 1*, drugi kolokvij, 3. 6. 2011.)

Skicirajte graf funkcije $f(x) = x \ln^2 x$.

Geometrija ravnine i prostora s kojom se učenici upoznaju tijekom školovanja je samo dio onoga što **geometrija** proučava. Na studiju se studenti susreću i s projektivnom geometrijom (u kojoj se svaka dva pravca sijeku), diferencijalnom geometrijom (koja proučava svojstva krivulja i ploha) i konačnim geometrijama (u kojima je broj točaka konačan). Uz već spomenute kolegije *Analitička geometrija* i *Elementarna geometrija*, obavezni geometrijski kolegij je i *Konstruktivne metode u geometriji*, a izborni modul *Geometrija* čine kolegiji *Euklidski prostori* i *Uvod u diferencijalnu geometriju*.

Zadatak 9. (*Uvod u diferencijalnu geometriju*, drugi kolokvij, 18. 6. 2012.)

U xy -ravnini zadana je parabola $y^2 = 2x$. Rotacijom te krivulje oko x -osi nastaje rotacijska ploha. Napišite implicitnu jednadžbu te plohe, dokažite da točka $(5, -3, 1)$ leži na njoj te nađite jednadžbu tangencijalne ravnine na tu plohu u točki $(5, -3, 1)$. Također, odredite Gaussovu zakrivljenost dobivene rotacijske plohe u toj točki.

Računarstvo na nastavničkom smjeru preddiplomskog studija matematike uključuje kolegije *Računarski praktikum 1 i 2* u kojima se studenti osposobljavaju za rad s tekstom, kreiranje tablica, izradu prezentacija te izradu mrežnih stranica. Studenti biraju jedan od kolegija *Programiranje 1* i *Osnove algoritama* koji su posvećeni usvajanju i razvijanju algoritamskog načina razmišljanja i učenju programiranja. Oni koji pokazuju veći interes za računarstvo obično upisuju i kolegij *Programiranje 2*, a zatim i izborni modul *Računarstvo* kojeg čine kolegiji *Strukture podataka i algoritmi* te *Baze podataka*. Položeni kolegiji iz modula *Računarstvo* preduvjet su za upis *Diplomskog sveučilišnog studija Matematika i informatika*, smjer nastavnički.

Zadatak 10. (*Osnove algoritama*, prvi kolokvij, 11. 11. 2011.)

Napišite program koji učitava realne brojeve sve dok se ne učitava nula. Program treba ispisati najmanji pozitivni i najveći negativni od učitanih brojeva. Ako nije učitani niti jedan pozitivni ili negativni broj, treba ispisati poruku o tome.

Dio nastavnih sadržaja studenti usvajaju putem seminara na kojima razvijaju svoje stručne i komunikacijske vještine te se osposobljavaju za samostalan i timski rad,

pretraživanje literature, pisanje seminarskog rada i njegovu prezentaciju. Studenti tijekom studija upisuju ukupno četiri seminara, od čega dva mogu birati između nekoliko ponuđenih: *Seminar 1: Životopisi matematičarki i matematičara ili Povijest računarstva*, *Seminar 2: Odabrane teme iz geometrije*, *Seminar 3: Natjecanja iz matematike*, *Seminar 4: Matematičko modeliranje ili Matematika izvan matematike ili Odabrane teme iz računarstva*.

Nastavnički smjer studija matematike je specifičan po tome što uključuje i kolegije iz odgojno-obrazovnih znanosti: psihologije (znanosti o duševnom životu), sociologije (znanosti o društvu) i pedagogije (znanosti o odgoju). Na preddiplomskom studiju je ukupno šest takvih kolegija (po jedan u svakom semestru). Navedimo kolegije iz ove skupine i neke od tema koje se na njima obrađuju: *Osnove psihologije odgoja i obrazovanja – Psihologija ličnosti* (pojam ličnosti, struktura ličnosti, individualne razlike te uloga naslijeđa i okoline u nastanku individualnih razlika), *Razvojna psihologija* (cjeloživotni razvoj od začeca do smrti, s naglaskom na razdoblje djetinjstva i mladosti), *Psihologija učenja i poučavanja* (učenje, pamćenje i zaboravljanje, teorije i oblici učenja), *Sociologija obrazovanja* (društvene funkcije škole, škola kao organizacija i socijalni sustav, razvoj i struktura obrazovnog sustava u Hrvatskoj), *Pedagogija 1 – Teorija i praksa odgoja i obrazovanja* (povezanost odgoja i obrazovanja s društvom, razvojem ličnosti i međuljudskim odnosima), *Pedagogija 2 – Obrazovni sustav* (osnovnoškolski, srednjoškolski i visokoškolski obrazovni sustav, državno i privatno školstvo, ljudski potencijali u obrazovanju).

Posao nastavnika matematike je zanimljiv, dinamičan i izazovan.

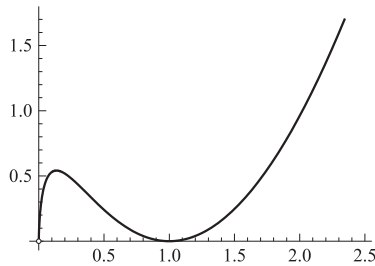
S obzirom na specifičnosti zahtjevnog i odgovornog posla u školi, svatko tko se odluči za bilo koji studij edukacije treba biti motiviran i iskreno zainteresiran za rad s djecom i mladima i za prenošenje znanja. Također, treba biti spreman na cjeloživotno usavršavanje kroz mnoge seminare i radionice, usvajanje novih načina rada i uporabu moderne tehnologije. Među poželjnim osobinama budućih nastavnika su dobre govorne i organizacijske sposobnosti, kreativnost, komunikativnost i strpljivost. No, prije svega, budući nastavnici matematike moraju voljeti matematiku. Ako ispunjavate te preduvjete, nastavnički posao će vam pružiti mnogo zadovoljstva.

Nastavnik matematike ima velik broj sati nastave u pojedinom razredu, što mu omogućuje dobro upoznavanje i praćenje učenika u njihovom radu. Matematika je, uz materinji jezik, najzastupljeniji predmet u školama – uči se u svim razredima osnovnih škola i u svim srednjim školama. Već dugi niz godina u Hrvatskoj nedostaje nastavnika matematike. Iako se situacija donekle razlikuje u pojedinim dijelovima Hrvatske, iskustvo pokazuje da studenti po završetku diplomskog studija brzo nalaze posao u struci.

Na kraju istaknimo da je temelj uspješnog društva uspješan obrazovni sustav, a u njegovoj osnovi je dobro osposobljen i motiviran nastavnik. Vjerujemo da nastavnički studiji na Matematičkom odsjeku PMF-a uspješno osposobljavaju studente za njihov budući posao.

Rješenja zadataka

1. Zbroj može, npr. $0 + 1 + 2 = 3$ je prost broj. Umnožak ne može biti prost.
2. Prosjek svih koeficijenata je $-\frac{4}{3}$, a prosjek svih koeficijenata osim vodećeg i slobodnog je $-\frac{64}{19}$.
3. Presjek ravnina π_1 i π_2 je pravac $r(t) = (21, -29, 0) + (-7, 10, 1)t$, sjecište triju danih ravnina je točka $(0, 1, 3)$, a ravnina okomita na π_1 i π_2 kroz ishodište je $-7x + 10y + z = 0$.
4. Tražena parabola je $y^2 = 4x$.
5. Uputa: odredite kutove trokuta ACH .
6. Postoje dva slučaja: $\alpha = 75^\circ$, $\beta = 60^\circ$, $\gamma = 45^\circ$ ili $\alpha = 15^\circ$, $\beta = 120^\circ$, $\gamma = 45^\circ$.
7. Za $\lambda \neq 4$ sustav nema rješenje, a za $\lambda = 4$ rješenje je $(x_1, x_2, x_3, x_4) = (8 - 6s - 3t, 8 - 4s - 2t, s, t)$ za bilo koje $s, t \in \mathbf{R}$.
8. Rješenje je prikazano na slici:



9. Jednadžba plohe je $y^2 + z^2 = 2x$, a jednadžba tražene tangencijalne ravnine $x + 3y - z = -5$.
Gaussova zakrivljenost iznosi $K = \frac{1}{121}$.
10. Rješenje u programskom jeziku Python:

```
minpoz = 0
maxneg = 0
x = input()
while x != 0:
    if x > 0:
        if (minpoz == 0 or x < minpoz): minpoz = x
    else:
        if (maxneg == 0 or x > maxneg): maxneg = x
    x = input()
if minpoz == 0:
    print "Nema pozitivnih brojeva"
else:
    print "Najmanji pozitivni:", minpoz
if maxneg == 0:
    print "Nema negativnih brojeva"
else:
    print "Najveci negativni:", maxneg
```