Rješenje nagradnog natječaja br. 198

Dokaži da se svaki cijeli broj može prikazati kao suma pet kubova cijelih brojeva.

Rješenje. Neka je n cijeli broj i stavimo $\dfrac{n^3-n}{6}=k$. Kako je broj n^3-n produkt tri uzastopna cijela broja, $n-1$, n, $n+1$, on je djeljiv sa 6; radi čega je k cijeli broj. Tada je

$$n^3-n=6k=(k-1)^3+(k+1)^3-k^3-k^3.$$

Odavde dobivamo

$$n=n^3-(k-1)^3-(k+1)^3+k^3+k^3,$$

tj.

$$n=n^3+\left(1-\frac{n^3-n}{6}\right)^3+\left(-1-\frac{n^3-n}{6}\right)^3+\left(\frac{n^3-n}{6}\right)^3+\left(\frac{n^3-n}{6}\right)^3.$$

Knjigom *Željko Pauše, Matematika i zdrav razum, Školska knjiga, 2007.* nagrađena je rješavateljica

Lucija Drašinac (3), III. gimnazija, Osijek.

Riješili zadatke iz br. 3/247

(Broj u zagradi označava razred–godište srednje–osnovne škole.)

a) Iz matematike: *Lucija Drašinac* (3), III. gimnazija, Osijek, 3307, 3309–3312, 3315, 3316; *Paško Majcenović* (1), Gimnazija Franje Petrića, Zadar, 3307, 3313, 3314, 3316.

b) Iz fizike: *Andrej Beljan* (8), OŠ Ivana Gorana Kovačića, Delnice, 338, 339; *Marija Dražić Balev* (8), OŠ Tina Ujevića, Šibenika, 338–341; *Klaudija Lokas* (8), OŠ Fausta Vrančića, Šibenik, 338–340; *Josip Jelić* (3), Gimnazija Lucijana Vranjanina, Zagreb, 1497, 1500, 1503; *Petar Jukić* (2), Gimnazija Dinka Šimunovića, Sinj, 1499; *Gabrijela Pejkić* (3), Srednja škola, Petrinja, 1497, 1501, 1502.

Nagradni natječaj br. 200

Odredite sve četvorke prirodnih brojeva (a,b,c,d), $a\leqslant b\leqslant c\leqslant d$, takve da je $\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}+\dfrac{1}{d}=1$. Odredi najmanju i najveću vrijednost zbroja $a+b+c+d$.