

UTJECAJ BUKE NA UČENJE JEDNOG NEURONA***THE IMPACT OF NOISE ON THE LEARNING OF A SINGLE NEURON*****Predrag Valožić***Tehničko veleučilište u Zagrebu, Vrbik 8, Zagreb, Hrvatska, profesor u mirovini***SAŽETAK**

Analizirano je ponašanje linearnog neurona koji uči po predlošku kontaminiranim aditivnim bijelim Gaussovom šumom. Svi izračuni i grafički prikazi provedeni su u Matlabu.

Digitalnim filtriranjem pogrešaka predikcije u Widrow – Hoff algoritmu učenja postignuta je pouzdana konvergencija procesa učenja. Kvalitetniji su i konačni rezultati dizajna generatora sinusnoga signala.

Zaključci su implicirajući i na dnevne, ljudske situacije.

Ključne riječi: *Linearni neuron, buka, učenje, ADALINE, sinusni generator.*

ABSTRACT

The behaviour of a linear neuron learning by template contaminated by additive white Gaussian noise was analysed. All calculations and graphs were performed in Matlab.

The digital filtering of prediction errors in the Widrow - Hoff learning algorithm achieves reliable convergence of the learning process. The final results of the sine wave generator design are of better quality.

The conclusions are also implicit in daily, human situations.

Keywords: *Linear neuron, Noise, Learning rule, ADALINE, Sine-wave generator.*

1. UVOD***1. INTRODUCTION***

Linearni neuron može poslužiti u dizajniranju digitalnog generatora sinusnog signala [4],[7]. Temeljem predloška – konačne sekvence numeričkih vrijednosti sinusnog signala željene amplitude, frekvencije i početnog faznog kuta, linearni neuron u procesu učenja odredi koeficijente w_1 i w_2 potrebne u rekurzivnom algoritmu drugoga reda (1) za generiranje sinusnog signala:

$$y_n = w_1 \cdot y_{n-1} + w_2 \cdot y_{n-2} \quad (1)$$

Trigonometrijskim postupkom ili primjenom z-transformacije sinusne sekvence [7] dobije se referentni algoritam generatora je:

$$y_n = R \cdot y_{n-1} - y_{n-2} \quad (2)$$

$$R = 2 \cdot \cos(\Omega) \quad (3)$$

$$\Omega = 2 \cdot \pi \cdot F \quad (4)$$

Za relativnu frekvenciju signala $F=3/64=0,046875$ i $\Omega=0,294524311$ [rad] koeficijenti u jednadžbi diferencija (1) su:

$$w_{1ref} = R = 1.9139 \quad (5a)$$

$$w_{2ref} = -1. \quad (5b)$$

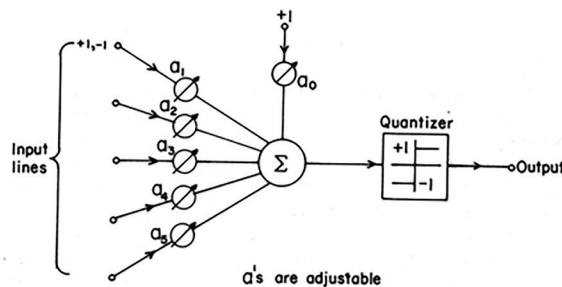
Sekvenca y_n u (1) i (2) računa se od treće vrijednosti; prva i druga su dvije početne vrijednosti sinusne sekvence. To su parametri koji uz R određuju amplitudu, frekvenciju i početnu vrijednost generirane sekvence sinusnoga signala.

2. LINEARNI NEURON

2. LINEAR NEURON

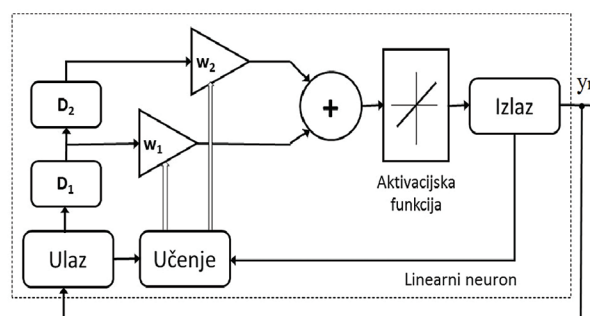
Za razliku od Rosenblatt-ova perceptrona [3] i ADALINE (Slika 1) Bernarda Widrow-a [1], linearni neuron ugrađen u generator sinusnog signala ima linearnu aktivacijsku funkciju (Slika 2). Tijekom procesa učenja usporedbom ciljanih vrijednosti (eng. *Target*) i lokalno generiranih y_n (1) tj. (2), optimiziraju se težinski koeficijenti w_i . Linearni generator i neuron drugoga su reda te imaju ćelije kašnjenja D_1 i D_2 kao i pripadajuće težinske koeficijente w_1 i w_2 (Slika 2).

U stvarnom svijetu, izvor ciljanog signala – reference za učenje linearnog neurona, manje – više je udaljen pa je realna pretpostavka da je primljeni analogni signal već prije ulaza u digitalni sustav i A/D pretvorbe, kontaminiran šumom. Najčešći model utjecaja buke je AWGN (eng. *Additive White Gaussian Noise*). Takav je model korišten i u ovom radu.



Slika 1 Upravljivi neuron ADALINE [1]

Figure 1 Adaptive Linear Neuron [1]



Slika 2 Rekurzivni generator sinusnoga signala s ugrađenim linearnim neuronom

Figure 2 Recursive sine-wave generator with a linear neuron embedded

3. WIDROW – HOFF ALGORITAM UČENJA

3. WIDROW – HOFF LEARNING ALGORITHM

The concept underlying these algorithms is the “minimal disturbance principle,” which suggests that during training it is advisable to inject new information into a network in a manner that disturbs stored information to the smallest extent possible.

Bernard Widrow, Michael A. Lehr [5]

Algoritam učenja Matlab linearnog neurona *newlind* u [2] i [7] zatvoren je u istoimenu objekt pa nisu jednostavno vidljivi unutarnji procesi učenja. U ovom radu primijenjen je Widrow-Hoff algoritam učenja programiran u otvorenom, transparentnom Matlab kodu (Tablica 1). Tako je omogućeno praćenje slijeda koraka u procesu učenja od početnih parametara i ulaznih podataka do rezultata: težinskih koeficijenata rekurzivnog generatora sinusnog signala. Rezultate je jednostavno usporediti s referentnim vrijednostima R i -1 (5a, 5b i Tablica 2).

```

for i=3:Niter
    y2w(i)=y(i-1)*w(1)+y(i-2)*w(2); % Predikcija yn (6)
    e(i)=y(i)-y2w(i); % Greška predikcije (7)
    w(1)=w(1)+alfa*e(i)*y(i-1); % Ažuriranje w(1) (8a)
    w1g(i)=w(1); % Praćenje promjena w(1)
    w(2)=w(2)+alfa*e(i)*y(i-2); % Ažuriranje w(2) (8b)
    w2g(i)=w(2); % Praćenje promjena w(2)
end
    
```

Tablica 1. Widrow-Hoff algoritam učenja
Table 1. Widrow-Hoff learning algorithm

Najmanja greška WH basic =	-2.16025643118012e-05
w1 za najmanju grešku WH basic =	1.91372084500703
w2 za najmanju grešku WH basic =	-0.9999009941815

Tablica 2. Konačni rezultati učenja u uvjetima zanemarive buke
Table 2. Final learning outcomes in negligible noise conditions

U kodu Tablica 1, $Niter$ je ukupni broj iteracija – ciklusa učenja. Indeksiranje u Matlabu je od 1 pa učenje započinje od treće vrijednosti (`for i=3:Niter`). Prva i druga vrijednost predikcije su dvije početne vrijednosti ciljane sekvence $y_{2w}(1)=y(1)$ i $y_{2w}(2)=y(2)$.

Vrijednosti težinskih koeficijenata neurona i generatora $w(1)$ i $w(2)$ mijenjaju se iz jedne iteracije u slijedeću, (1) u [6], ovisno o vrijednosti greške $e(i)$, brzine učenja α i vrijednosti ciljane sekvence (8a i 8b). $w_{1g}(i)$ i $w_{2g}(i)$ su zabilješke (logovi) promjena težinskih koeficijenata. Početne vrijednosti težinskih koeficijenata mogu biti proizvoljni brojevi; konkretno, to su nule (označeno kružićem na Slika 3 i Slika 4).

Brzina učenja α utječe na brzinu dostizanja konačne vrijednosti težinskih koeficijenata (Slika 5) ali i na stabilnost algoritma učenja. Optimalna vrijednost α je 1 ili manje od 1.

Greška predikcije $e(i)$ jednaka je razlici (7) vrijednosti referentne (ciljane) sekvence $y(i)$ i predikcije $y_{2w}(i)$ dobivene izračunom po formuli (1) tj. (6) u Tablica 1.

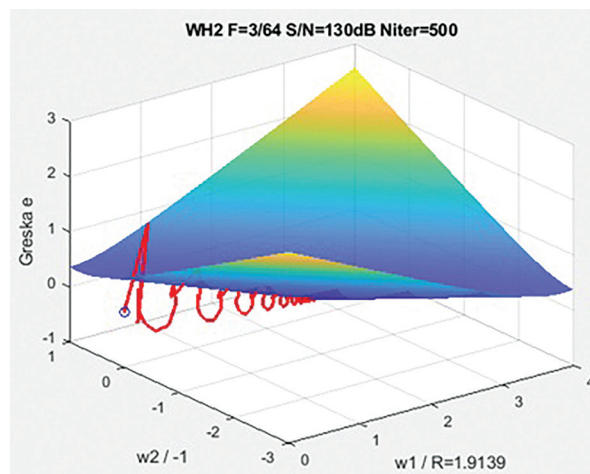
3.1. ZANEMARIVA BUKA

3.1. NEGLIGIBLE NOISE

Ispravnost cijelog Matlab koda, posebno dijela učenja (Tablica 1) provjerena je u uvjetima zanemarive buke. Željeni omjer varijance ciljane sekvence S i varijance šuma N postavljen je na vrijednost $S/N = 130$ dB. Generirana je ciljana sekvenca (Tablica 3) i pokrenuto učenje neurona (Tablica 1). Brzina učenja bila je $\alpha=1$.

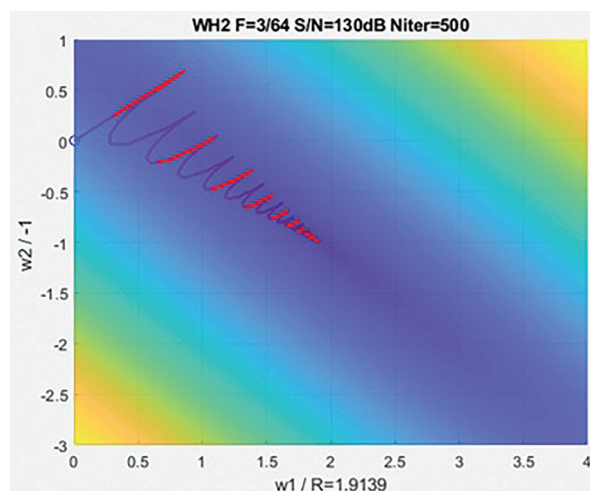
Konvergencija učenja prikazana je na 3D grafovima Slika 3 i Slika 4. Obojana paraboloidna ploha na Slika 3, Slika 7 i Slika 11 prikazuje srednju kvadratnu pogrešku predikcije (MSE u [5], Fig. 17). Početak učenja označen je kružićem. Nakon 500 ciklusa, konačne vrijednosti $w1$ i $w2$ dobro su vidljive na grafu-tlocrtu Slika 4. Asimptotska konvergencija $w1$ i $w2$ prikazana je grafom na Slika 5, a greške predikcije e na Slika 6.

Konačne vrijednosti greške predikcije i težinskih koeficijenata numerički su iskazane u Tablica 2.



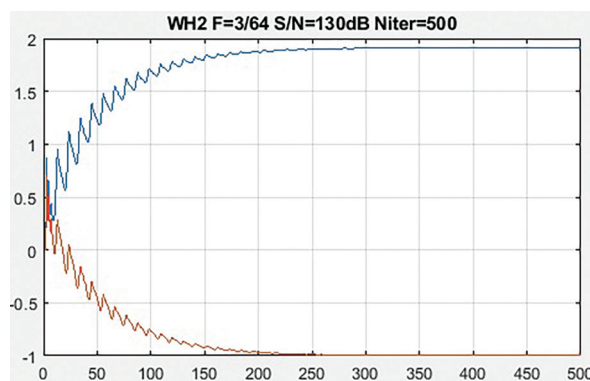
Slika 3 3D grafički prikaz učenja bez utjecaja buke; \circ je početak

Figure 3 3D graphical representation of noise-free learning; \circ is the beginning



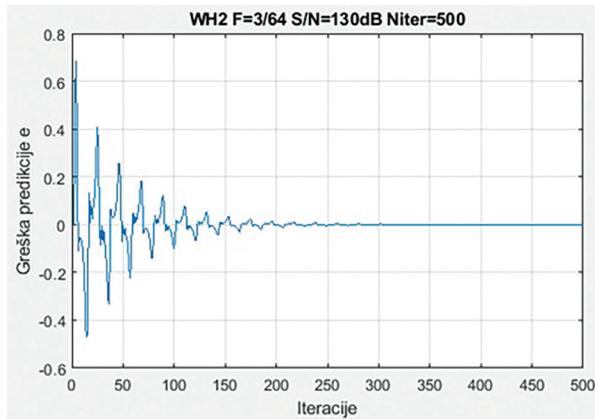
Slika 4 Graf - tlocrt učenja bez utjecaja buke; \circ je početak u (0,0)

Figure 4 Graph - floor plan of noise-free learning; \circ is the beginning in (0,0)



Slika 5 Promjene težinskih koeficijenata $w1$ (plavo) i $w2$ (smeđe) tijekom učenja bez utjecaja buke

Figure 5 Changes in the weight coefficients $w1$ (blue) and $w2$ (brown) during noise-free learning



Slika 6 Greška predikcije $e(i)$ tijekom učenja bez utjecaja buke

Figure 6 Prediction error $e(i)$ during noise-free learning

3.2. UČENJE U BUČNOM OKRUŽJU

3.2. LEARNING IN A NOISY ENVIRONMENT

Pokus učenja linearnog neurona u uvjetima bučnog okruženja proveden je primjenom koda u Tablica 3 i željenim omjerom $S/N = 30$ dB. To znači, da je varijanca šuma 1000 puta manja od varijance ciljane sekvence. Brzina učenja bila je $\alpha=1$.

Tablica 3. Generiranje ciljane sekvence y i doziranje buke $n1$

Table 3. Generation of target sequence y and noise added $n1$

```

Ny=5000;           % Ukupni broj uzoraka
ny=0:Ny;          % Raster neovisne varijable
y=sin(omega*ny);  % Ciljana sekvence
S=var(y);         % Varijanca ciljane sekvence
n=randn(1,Ny+1);  % Buka: Standardna Gaussova sekvence
N=var(n);         % Varijanca buke
sn0=10*log10(S/N) % Početni omjer S/N
sn1=sn-sn0;       % Željeni omjer S/N
Amp=10^(-sn1/20)  % Izračun korekcije sekvence buke
n1=n*Amp;        % Buka željene varijance
N=var(n1);       % Varijanca korigirane buke
SN=10*log10(S/N); % Provjera S/N
y=y+n1;         % Dodavanje korigirane buke ciljanoj sekvenci
    
```

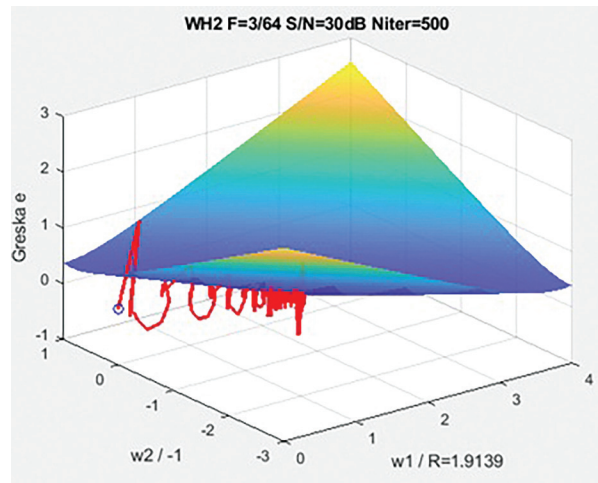
Najmanja greška WH basic =	0.0243786551529416
w1 za najmanju grešku WH basic =	1.79812299284665
w2 za najmanju grešku WH basic =	-0.941765361208009

Tablica 4. Konačni rezultati učenja u uvjetima buke $S/N = 30$ dB

Table 4. Final result learning outcomes in noise conditions $S/N = 30$ dB

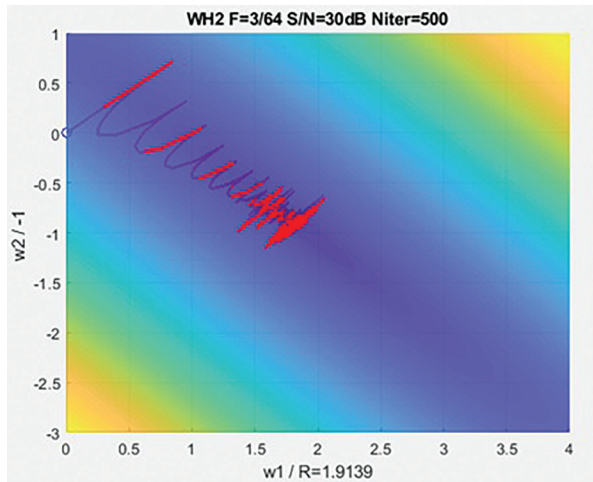
Jednako kao i u prethodnom primjeru, grafički je prikazan proces učenja. Vidljivo je, kako buka najviše utječe na učenje upravo u završnom dijelu, kada treba isporučiti vrijednosti $w1$ i $w2$.

Tablica 4 sadrži konačne vrijednosti koje, ne samo da su značajno različite od referentnih R i -1, već su i promjenljive od realizacije do realizacije učenja, ovisno o sekvenci buke $n1$.



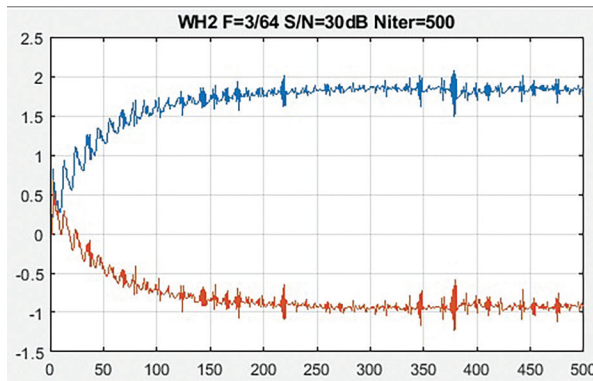
Slika 7 3D grafički prikaz učenja s bukom, $S/N=30$ dB; \circ je početak

Figure 7 3D graphical representation of noise learning, $S/N = 30$ dB; \circ is the beginning



Slika 8 Graf - tlocrt učenja s bukom, S/N=30 dB; o je početak

Figure 8 Graph - floor plan for noisy learning, S/N = 30 dB; o is the beginning



Slika 9 Promjene težinskih koeficijenata w1 (plavo) i w2 (smeđe) tijekom učenja s bukom

Figure 9 Changes in the weight coefficients w1 (blue) and w2 (brown) during learning with noise

```

for i=10:Niter
    y2wf(i)=y(i-1)*wf(1)+y(i-2)*wf(2);
    ef(i)=y(i)-y2wf(i);

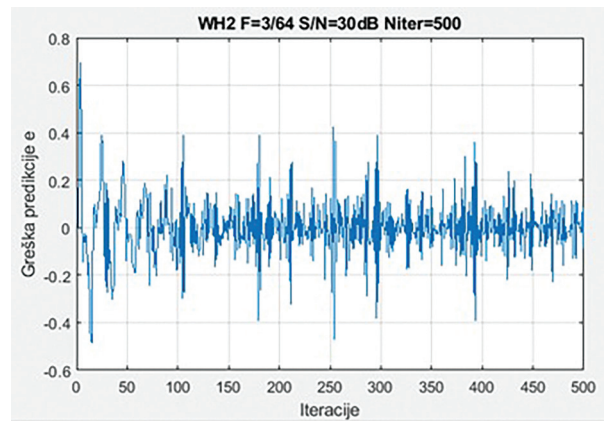
    % FIR8 digitalni filter pogreške predikcije
    efo(i)=(ef(i)+ef(i-1)+ef(i-2)+ef(i-3)+ef(i-4)+ef(i-5)+
            ef(i-6)+ef(i-7))/8;

    %
    wf(1)=wf(1)+alfa1*efo(i)*y(i-1);
    w1gf(i)=wf(1);
    wf(2)=wf(2)+alfa1*efo(i)*y(i-2);
    w2gf(i)=wf(2);
end
    
```

Najmanja greška WH basic s filtrom =	-0.0573399095690251
w1 za najmanju grešku WH basic s filtrom =	1.91146327332077
w2 za najmanju grešku WH basic s filtrom =	-0.999521571158824

Tablica 6. Konačni rezultati učenja u uvjetima buke S/N = 30 dB, s filtrom greške

Table 6. Final learning results in noise conditions S/N = 30 dB, with an error filter



Slika 10 Greška predikcije tijekom učenja u uvjetima buke S/N = 30 dB

Figure 10 Prediction error during learning under noise conditions S/N = 30 dB

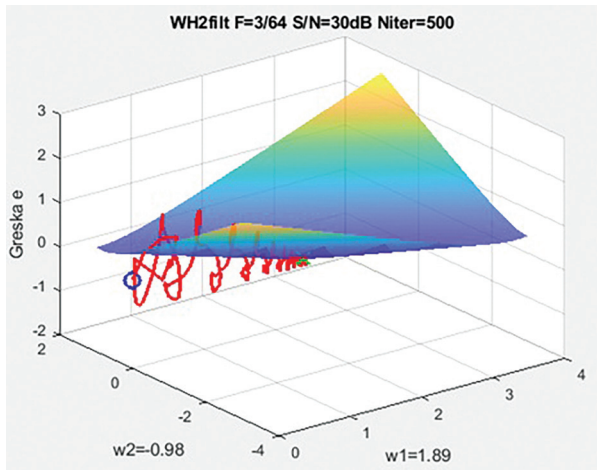
4. REDUKCIJA UTJECAJA BUKE NA UČENJE

4. REDUCING THE EFFECT OF NOISE ON LEARNING

Utjecaj buke umanjen je modifikacijom algoritma učenja uvođenjem jednostavnog LP (eng. *Low Pass*) MA (eng. *Moving Average*) FIR (eng. *Finite Impulse Response*) digitalnog filtra osmoga reda između izračuna pogreške $ef(i)$ i njihove primjene u ažuriranju težinskih koeficijenata $w1$ i $w2$ (FIR8 u Tablica 5). Učenje je postalo nestabilno pa je brzina učenja smanjena je na $\alpha=0.4$. Početak učenja maknut je na deseti uzorak (`for i=10:Niter`).

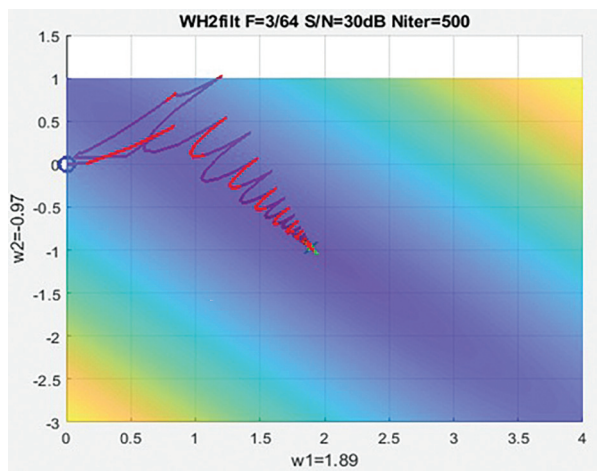
Tablica 5. Widrow-Hoff algoritam učenja s FIR8 filtrom greške predikcije

Table 5. Widrow-Hoff learning algorithm with FIR8 prediction error filter



Slika 11 3D grafički prikaz učenja s bukom, $S/N=30$ dB, s filtrom greške

Figure 11 3D graphical representation of noisy learning, $S/N = 30$ dB, with error filter



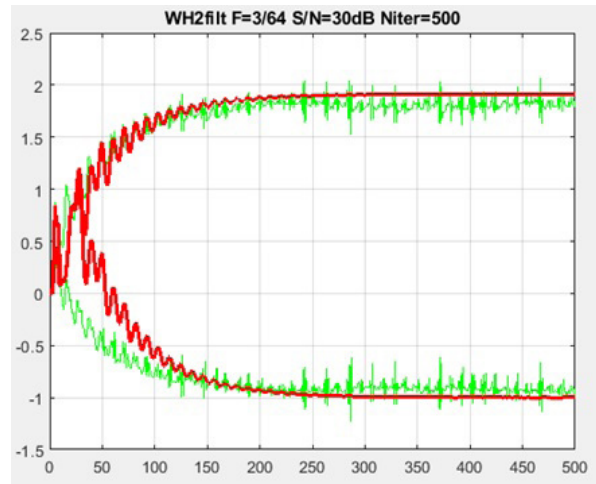
Slika 12 Graf - tlocrt učenja s bukom, $S/N=30$ dB, s filtrom greške

Figure 12 Graph - floor plan for noisy learning, $S/N = 30$ dB, with error filter

Pozitivan učinak filtriranja greške predikcije vidljiv je na grafovima (Slika 11 do Slika 14) te u tablici konačnih vrijednosti težinskih koeficijenata w_1 i w_2 . Učenje asimptotski konvergira (Slika 13) a greška predikcije je manja (crveni graf na Slika 14).

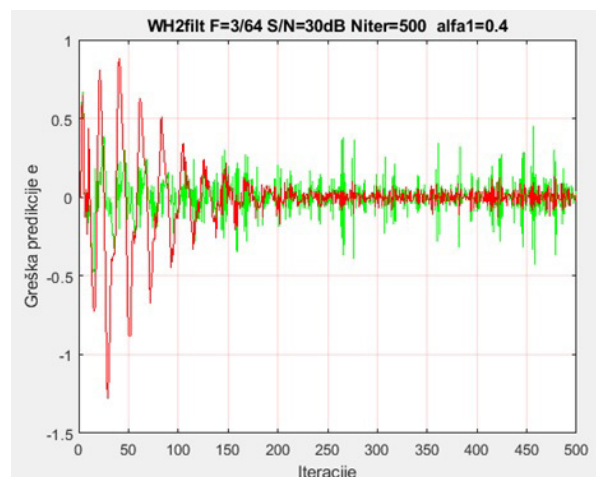
5. ZAKLJUČAK

Jednostavnim digitalnim filtriranjem pogreški predikcije u Widrow – Hoff algoritmu učenja linearnog neurona postignuta je pouzdana konvergencija. Poboľšani su i konačni rezultati dizajna generatora sinusnog signala prema zadanoj sekvenci (predlošku) kontaminiranoj aditivnim bijelim Gausovim šumom.



Slika 13 Promjene težinskih koeficijenata w_1 (gore) i w_2 (dolje) tijekom učenja s bukom (zeleno) i s filtrom greške (crveno)

Figure 13 Changes in the weight coefficients w_1 (up) and w_2 (down) during learning with noise (green) and with the error filter (red)



Slika 14 Greška predikcije tijekom učenja u uvjetima buke $S/N = 30$ dB (zeleno) i s filtriranom greškom (crveno)

Figure 14 Prediction error during learning under noise conditions $S/N = 30$ dB (green) and with filtered error (red)

Uz primjenu filtra zapažena je nestabilnost algoritma učenja, a što je riješeno smanjenjem brzine učenja na $\alpha=0,4$.

Predmet daljih istraživanja biti će različiti filtri greške, kako po vrsti (IIR) tako i po redu filtra.

Otvaraju se i pitanja o ambijentu u kojem neuroni (umjetni ili biološki) djeluju:

Je li neuron pod stresom kada mora učiti u bučnom okolišu?

Možemo li zaključke o učenju linearnog neurona u bučnom ambijentu preslikati na nas – ljude?

5. CONCLUSION

Simple digital filtering of prediction errors in the Widrow - Hoff linear neuron learning algorithm achieves reliable convergence. The final design results of the sine wave generator according to the given sequence (a template) contaminated by additive white Gaussian noise - have also been improved. With the application of the filter, the instability of the learning algorithm was observed, which was solved by reducing the learning rate to $\alpha = 0.4$.

The subject of further research will be different error filters, both in type (IIR) and in order.

Questions also arise about the environment in which neurons (artificial or biological) function:

Is a neuron stressed when it has to learn in a noisy environment?

Can we get conclusions about linear neurons learning in noisy surroundings mapped to us - people?

6. REFERENCE

6. REFERENCES

- [1.] Bernard Widrow: An Adaptive "ADALINE" Neuron Using Chemical "Memistors", Technical Report No. 1553-2, October 17, 1960. USA Office of Naval Research
- [2.] Howard Demuth, Mark Beale: Neural Network Toolbox, MATLAB, The MathWorks
- [3.] Frank Rosenblatt, The Perceptron – a perceiving and recognizing automaton. Report 85-460-1. Cornell Aeronautical Laboratory Inc., 1957
- [4.] Warren S. McCulloch, Walter H. Pitts, A Logical Calculus of the Ideas Immanent in Nervous Activity, Bulletin of Mathematical Biophysics, Vol.5, 1943
- [5.] Bernard Widrow, Michael A. Lehr, 30 Years of Adaptive Neural Networks: Perceptron, Madaline, and Backpropagation, Proceedings of the IEEE, Vol. 78, No. 9. September 1990.
- [6.] Bernard Widrow, Thinking About Thinking: The Discovery of the LMS Algorithm, IEEE Signal Processing Magazine, January 2005
- [7.] Predrag Valožić: Inteligencija i kreativnost jednog neurona, Polytechnic & Design, Vol. 6. No. 3. 2018.

AUTOR · AUTHOR

● **Predrag Valožić** - nepromjenjena biografija nalazi se u časopisu Polytechnic & Design Vol. 3, No. 1, 2015.

Korespondencija · Correspondence
pvalozic@tvz.hr