



Tri idealizacije

Tine Golež¹

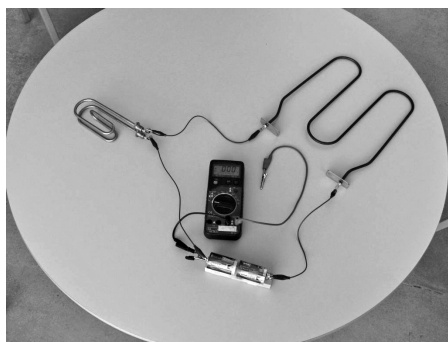
Uvod

Fizika je model prirode, pa zato uvijek imamo posla s idealizacijama koje ima smisla učiniti za dani problem. Mjerenja na kraju odlučuju, koja je idealizacija loša. Ako je mjerna pogreška veća od odstupanja koje smo unijeli idealizacijom, pojednostavljena slika je potpuno opravdana. Slično je i u kemiji. Na primjer, znamo da masa nije očuvana u kemijskoj reakciji, iz čuvene Einsteinove jednadžbe $E = mc^2$. No promjene mase pri kemijskim reakcijama su daleko manje od preciznih analitičkih tehnika mjerenja, pa opravdano idealiziramo reakciju u tvrdnji da je masa reaktanata jednaka masi produkata. Baš ta idealizacija nam pomaže u određivanju masenih udjela u kemijskoj reakciji.

U fizici učenicima treba objasniti da početne pretpostavke uvijek moramo kontrolirati tako da rezultat i pretpostavke budu konzistentni, neproturječni i u suglasju s mjerenjem. Dio kontrole je i razmišljanje o tome kada idealizaciju možemo opravdati, a kada ne. O tome govore sljedeća tri primjera, koji se obrađuju na nastavi.

Strujni krug

Bakrenu žicu kojom spajamo elemente strujnog kruga predstavljamo kao idealan vodič, zanemarivog otpora. No smisleno je uzeti taj otpor u obzir pri proučavanju jednadžbe električne snage, $P = UI$, u strujnom krugu s jakim trošilima (malog otpora).

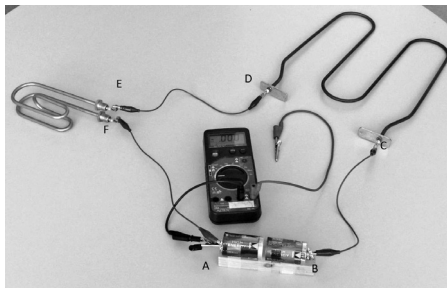


Slika 1. Dva grijača spojena paralelno na dvije baterije, upotrijebljene su relativno tanke žice.

¹ Autor predaje fiziku na Škofijskoj klasičnoj gimnaziji u Ljubljani.

Uzmemo dva grijača, jedan za električni bojler, drugi za kuhinjski štednjak (pećnicu), i spojimo ih serijski s dvije 1.5 voltne baterije. Za spajanje uzmimo tanke žice s krokodilkama, koje obično upotrebljavamo za elektroniku (slika 1).

Trebat ćemo voltmetar, koji mjeri napone do 4 volta s točnošću na tisućinku volta. Na negativni priključak baterije spojimo jedan priključak voltmetra, a drugi spajamo na točke A, B, C, D i E u strujnom krugu (slika 2) i mjerimo potencijal u odnosu na točku A (negativni pol baterije).



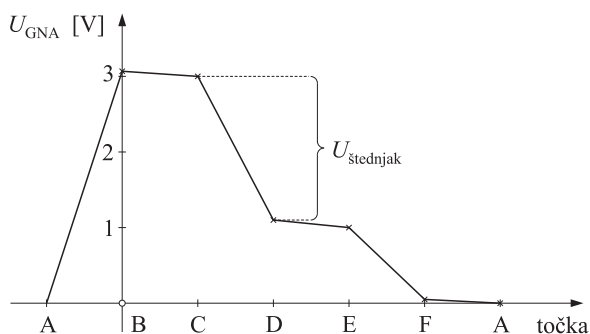
Slika 2. Električni krug u kojem mjerimo napon između odabrane točke i negativnog pola baterije. Drugi priključak voltmetra priključimo na A, potom na B, C... i na kraju opet na A.

Pokušajte procijeniti napon za pojedinu točku spajanja voltmetra. Naravno, nije cilj pogoditi točnu vrijednost, nego procijeniti potencijal i uvjeriti se da su žice ispravno spojene, te da je pad napona velik jedino na trošilima. Izmjerene vrijednosti zapišemo u tabelu.

točka	U_{GNA} [V]
A	0
B	3.068
C	3.062
D	1.078
E	1.071
F	0.005
A	0

Dobivene napone možemo prikazati grafom. Na vodoravnu os nanesimo točke, na uspravnu napon U_{GNA} . Točke na vodoravnoj osi rasporedimo jednoliko. Nakon unosa točaka, uradimo nešto što obično izbjegavamo – dobivene točke povežemo dužinama (obično nastojimo povući glatku krivulju kroz točke). Odlučimo se i za malu prijevaru: Razlike napona koje su premale da bi ih uočili na grafu istaknemo tako da dužina koja ih povezuje ima uočljivi nagib prema dolje. Dobiveni graf prikazan je na slici 3.

Tabela 1. Napon između odabrane točke i A (U_{GNA})



Slika 3. Dijagram napona u strujnom krugu. Napon je izražen u odnosu na negativni pol baterije u ovisnosti o drugoj priključnoj točki voltmetra. Iz grafa možemo odrediti, na primjer, napon na krajevima grijača za štednjak.

S grafa se vidi da na izvoru napon raste (pozitivan nagib), dok na svim potrošačima, uključujući žice, napon pada (negativan nagib). Vidi se da su nagibi napona na veznim žicama vrlo mali. S grafa ili iz tabele ustanovimo pad napona na svakom elementu kruga. Budući da kroz sve elemente prolazi jednaka struja, očito je da je snaga oslobođena u grijaču znatno veća nego u veznim žicama. Dovedena snaga je tamo, gde je pozitivan nagib grafa, dok je negativan nagib upozorenje da je element potrošač snage. Mogli bi ometrom izmjeriti otpor svakog grijača i uvjeriti se da na elementu s najvećim otporom imamo najveći pad napona i taj element troši najveću snagu. Upravo zato su žice izrađene da imaju mali otpor, da se praktično nimalo snage ne troši na njih.

Učenici koji se sjetite izraza za snagu, $P = U^2/R$, i koji bi za napon (pogrešno!) stavili napon na bateriji, svakako će pogrešno zaključiti da element s najvećim otporom troši najmanju snagu. Tek kad bi uzeli samo napon na krajevima jednog grijača, dobili bi pravi rezultat. Ne smijemo zaboraviti da je U u gornjem izrazu napon na krajevima trošila, ne napon izvora.

Mjerenjem smo se također uvjerali u Kirchhoffov zakon, da je suma napona izvora jednaka sumi napona na trošilima. Na grafu se to vidi tako, da je ukupan porast napona jednak ukupnom padu. Mogli bi postaviti dodatno pitanje, ako stavimo dodatnu žicu između baterija, koliki bi bio napon na njenim krajevima. Obično se vrlo brzo dođe do ispravno izmijenjenog dijagrama.

To je jedan način pokazivanja da i spojne žice imaju neki (mali) otpor koji uzrokuje (mali) pad napona. Pokazali smo i da je to uistinu malo, što opravdava idealizaciju žice bez otpora. Kratak račun pokazuje da je snaga spojnih žica 0.6% snage grijača bojlera i 0.3% snage grijača štednjaka. U stvarnim instalacijama u našim kućanstvima, još je manji udio snage spojnih žica, jer upotrebljavamo deblje žice, a i otpor grijača je veći na povišenoj temperaturi grijanja. Pri ispravnoj instalaciji spojna žica ne troši niti promil snage koja otpada na grijač.

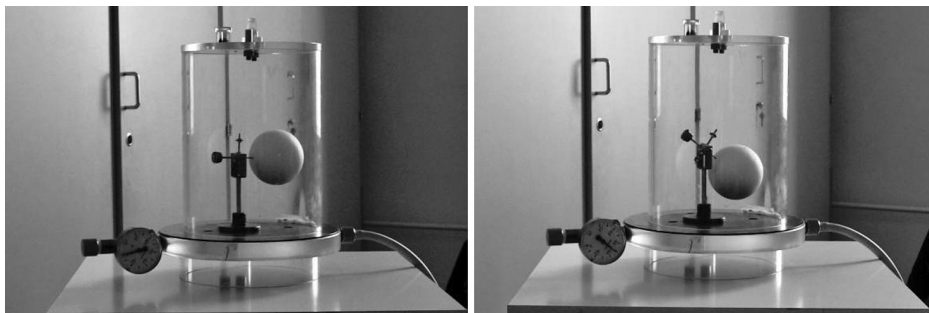
Do istoga zaključka dolazimo i pokusom koji provjerava Ohmov zakon. Upotrijebimo 300 metara bakrene žice presjeka 1.5 mm^2 . Žicu direktno priključimo na izvor (bateriju) i mjerimo struju i napon. Ohmovim zakonom izračunamo otpor, potom i specifičnu otpornost bakra, koristeći duljinu i presjek žice. U stvarnosti tri koluta po 100 metara žice nisu baš skupi, ali su pogodni ako želimo kroz mali električni otpor pustiti znatnu struju. Mjerenjem otpora 300 m žice lako se uvjerimo da par metara ima zanemariv otpor.

Vaganje

Skupini učenika postavimo zadatak: izmjerite masu kugle od stiropora. Imaju na raspolaganju vagu točnosti na stotinku grama, a stiroporna kugla ima promjer 8 cm. Zahtijevamo točnost rezultata unutar 1%. Nekim učenicima je sumnjivo, jer zadatak izgleda vrlo lagan. Stave kuglicu na vagu, na vagi piše $\pm 0.01 \text{ g}$. Ponekad vaga pokaže stotinku grama više, ponekad manje, pa za svaki slučaj mjernu grešku ocijene sa dvije stotinke: $m = (5.07 \pm 0.02) \text{ g}$. Ali rijetko će se netko sjetiti da bi trebalo uračunati i uzgon.

Isti zadatak dobiju i maturanti. Iako su radili pokus vaganja u vakuumu u drugom razredu (slika 4), neće ih puno točno odgovoriti.

Ne znamo kako su konstruktori baždariili vagu. Sigurno podrazumijevaju da vagu koristimo na zraku a ne u vakuumu. Razumno je pretpostaviti da ćemo koristiti metalne utege češće nego kugle od stiropora, pa se vaga vjerojatno kalibrira s takvim utezima. Na uteg težine 100 grama djeluje uzgon oko jedne stotinke grama jer je volumen tek malo veći od deset cm^3 . Ako vaga točno mjeri kalibracijski uteg, sigurno pokazuje premalo za stiropor zbog znatno većeg uzgona, većeg od tražene točnosti 1%.



Slika 4. Kugla i uteg su u ravnoteži (u zraku, lijevo). Kad zrak ispumpamo (desna slika), više nema sile uzgona (proporcionalne volumenu), pa zbog većeg volumena preteže kugla.

Volumen kugle iznosi $2.68 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3$, približno četvrtinu litre, što možemo potvrditi i pogledom na kuglu i procjenom. Gustoću zraka izračunamo iz plinske jednadžbe, a zatim i masu istisnutog zraka. To je 0.31 gram. Tako da je stvarna masa kugle $5.38 \text{ g} \pm 0.04 \text{ g}$, što znači između 5.34 g i 5.42 g, nikako ne između 5.05 g i 5.09 g, koje smo dobili direktnim vaganjem (slika 5).



Slika 5. kugla iz stiropora na elektronskoj vagi. Linije na kugli su povučene radi jednog drugog pokusa.

Silu uzgona najčešće zanemarimo pri vaganju predmeta. No nikako ju ne smijemo zaboraviti kada trebamo veliku točnost za tijela male gustoće. Naša idealizacija, zanemariva sila uzgona, tada postaje pregruba.

Puhačka glazbala

U akustičnim pokusima srećemo puhačka glazbala raznih vrsta: otvorene, poluzatvorene i zatvorene cijevi. Da bi pokazali praktičnu primjenu, zamolimo đaka koji svira flautu da ju donese, u svakom se razredu brzo nađe takav kandidat. Za početak se upitamo kako (fizikalno) flauta stvara zvuk: kao otvorena ili poluotvorena cijev? Učenici mogu predložiti pokus kojim bi to utvrdili (ako su upoznati s izrazom za frekvencije u otvorenoj i poluzatvorenoj cijevi). Zvuk flaute snimimo i pogledamo na računalu frekventni spektar. Spektar s većom zastupljenošću harmonijskih višekratnika osnovne frekvencije odgovara otvorenoj cijevi. Izvedemo pokus tako da flautist odsvira neki ton na glavi flaute (slika 6), a potom mu dlanom začepimo rupu i tražimo da ponovi. Ako flauta svira kao poluotvorena frula, postala bi zatvorena i frekvencija bi se morala udvostručiti (dobijemo ton oktavu viši). Ako je pak obostrano otvorena, postat će poluzatvorena frula i zvuk će biti za oktavu niži (tako bi opisao muzičar) jer ima točno polovičnu frekvenciju (tako bi komentirao fizičar). Pokazuje se da je zvuk niži, pa zaključujemo da je flauta otvoreni puhački instrument.



Slika 6. Dio flaute koji zovemo glava.

Ali zvuk nije niži točno za oktavu, frekvencija se nije točno prepolovila. Zašto? Odgovor je opet idealizacija. Otvoreni kraj cijevi ima nezanemarljivu širinu, pa proizvodi zvuk koji odgovara duljoj (idealnoj) cijevi. Izrađivači cijevi i iskustvo kažu da je cijev prividno dulja približno $0.6r$, gdje je r polumjer cijevi. Mjerenja to potvrđuju. Ton se ne spusti za cijelu oktavu (idealizirani iznos), jer više ne vrijedi navedena korekcija otvorenog dijela cijevi. Drukčije rečeno, ton pri otvorenoj cijevi nije dovoljno visok, recimo 97% a ne 100% iznosa koji izračunamo idealizirajući efekte na otvorenom kraju cijevi. Mjerenje frekvencije i duljine glave flaute pokazuje, da je razlika doista oko tri posto.

Najčešće se, čak i na fakultetu, koristi idealizirana jednadžba, u kojoj je efektivna duljina cijevi jednaka stvarnoj duljini. Nije naodmet napomenuti da se radi o primjeru idealizacije.

Zaključak

Potrebno je, osim pisanja fizikalnih jednadžbi, naglasiti i pretpostavke iz kojih smo ih izveli. Analiza tijeka razmišljanja je kontrolni postupak koji treba biti prisutan u svakom znanstvenom djelu. Navikavanje na stalnu kontrolu mišljenja je dugotrajan proces, pa bi zato prve korake trebali učiniti prije fakulteta.

Svaki učitelj nesumnjivo može naći druge primjere, koji upozoravaju učenike na "širu sliku" fizikalnog primjera i potiču diskusiju o primjenjenim idealizacijama. S tom mišlju bi htio kolege nastavnike upozoriti i potaknuti da izlože i taj segment fizike i znanstvenog razmišljanja.