53. državno natjecanje iz matematike
Poreč 25. – 27. travnja 2012.

Ovogodišnja sezona matematičkih natjecanja otvorena je 14. veljače 2012., kada su održana školska (odnosno gradska) natjecanja. Točno četiri tjedna kasnije, 13. ožujka, održana su i županijska natjecanja. Nakon toga, na temelju rezultata županijskih natjecanja, određeni su učenici koji će sudjelovati na Državnom natjecanju.

Zadatke za sve razine natjecanja priređuje Državno povjerenstvo koje se sastoji od tri potpovjerenstva s po 20-ak članova: za osnovne škole, srednje škole A varijante i srednje škole B varijante. Njihov rad uspješno je koordinirala tajnica državnog povjerenstva, *Anica Kovač, prof.*, viša savjetnica Agencije za odgoj i obrazovanje, koja je obavila velik dio posla oko organizacije školsko/ gradskog, županijskog i državnog natjecanja.

Državno natjecanje iz matematike za učenike osnovnih i srednjih škola ove je godine održano u Poreču. Okupilo se točno 300 učenika: njih 105 iz osnovnih škola (V. – 26, VI. – 25, VII. – 27, VIII. – 27), 103 iz srednjih škola A varijante (I. – 24, II. – 23, III. – 28, IV. – 28) i 89 iz srednjih škola B varijante (I. – 22, II. – 22, III. – 23, IV. – 22), te tri učenika iz Bosne i Hercegovine koja su se natjecala izvan konkurencije s učenicima B varijante.

Bili smo smješteni u prostranom hotelu Delfin u blizini Poreča. Prekrasno proljetno vrijeme nastojali smo iskoristiti za šetnje, iako je posla puno, a natjecanje traje vrlo kratko.

Prvog dana održan je sastanak Državnog povjerenstva i obavljene su posljednje pripreme za sutrašnje natjecanje. Navečer je u kongresnoj dvorani hotela održano svečano otvaranje. Prisutnima su se obratili: *Edi Zarli*, ravnatelj Osnovne škole Poreč, *Patricija Smoljan*, pročelnica Upravnog odbora za obrazovanje, sport i kulturu Istarske županije, *Nataša Basanić Čuš*, dogradonačelnica Poreča, *prof. dr. Vladimir Volenec*, predsjednik Državnog povjerenstva i *Vinko Filipović*, ravnatelj Agencije za odgoj i obrazovanje. Samo natjecanje otvorio je *Patrik Matošević*, učenik 7. razreda Osnovne škole Poreč koji je i sam uspješan natjecatelj.

Samo natjecanje održano je u Osnovnoj školi Poreč, a u isto vrijeme za mentore iz osnovnih i srednjih škola organizirana su predavanja. Poslijepodne je za učenike i mentore organizirano razgledavanje Poreča. Povjerenstvo je pak prionulo na posao – pregledavanje i ocjenjivanje učeničkih rješenja. Navečer su mnogi učenici iskoristili svoje pravo na žalbu pa je njihovo rješavanje potrajalo. U kasnim večernjim satima Državno povjerenstvo je potvrdilo konačnu rang listu i odlučilo o nagradama. Po već ustaljenim pravilima odabrano je 22 učenika koji će tokom svibnja sudjelovati na Hrvatskoj matematičkoj olimpijadi u borbi za mjesto u ekipama za 53. međunarodnu matematičku olimpijadu u Argentini i 6. srednjoeuropsku matematičku olimpijadu u Švicarskoj.

Posljednjeg dana ujutro je održan Okrugli stol o matematičkim natjecanjima. Nakon toga student fizike *Ivica Kičić*, predstavio je projekt *Školjka*, online arhivu zadataka iz matematike (dostupno na `http://www.skoljka.org`).

Na svečanom proglašenju predsjednik državnog povjerenstva, prof. dr. Vladimir Volenec, uručio je najboljim mladim matematičarima priznanja i skromne nagrade, dok su po tri najbolja u svakom razredu dobila plakete. Osnovnoškolcima je uručeno 9 prvih, 9 drugih i 15 trećih nagrada, dok je 24 učenika bilo pohvaljeno. Za srednje škole je podijeljeno 6 prvih, 9 drugih, 15 trećih nagrade i 15 pohvala za A varijantu, odnosno 5 prvih, 10 drugih, 7 trećih nagrada i 15 pohvala za B varijantu.

Nagrade i pohvale

A varijanta

I. razred

Ivan Lazarić, Gimnazija Pula, Pula (I. nagrada); *Nikola Šalgaj*, Prva gimnazija Varaždin, Varaždin, *Vedran Mihal*, Gimnazija "Matija Mesić", Slavonski Brod (II. nagrada); *Lucija Fioretti*, Gimnazija Pula, Pula, *Maja Pućek*, Druga gimnazija Varaždin, Varaždin, *Josip Pupić*, XV. gimnazija, Zagreb, *Ivana Đurđek*, Prva gimnazija Varaždin, Varaždin, *Kristijan Vukelić*, Gimnazija Lucijana Vranjanina, Zagreb (III. nagrada); *Paško Majcenović*, Gimnazija Franje Petrića, Zadar, *Jakov Krunić*, III. gimnazija, Split, *Josip Mohler*, Gimnazija, Požega (pohvala).

II. razred

Vlatko Crnković, XV. gimnazija, Zagreb (I. nagrada); *Vlatka Vazdar*, XV. gimnazija, Zagreb, *Mihael Eraković*, Gimnazija Andrije Mohorovičića, Rijeka (II. nagrada); *Erik Banek*, V. gimnazija, Zagreb, *Mislav Balunović*, Gimnazija "Matija Mesić", Slavonski Brod, *Mislav Bradač*, V. gimnazija, Zagreb (III. nagrada); *Filip Bašić*, XV. gimnazija, Zagreb, *Mato Manović*, Gimnazija, Požega, *Jurica Iveković-Pontoni*, Gimnazija Čakovec, Čakovec, *Tomislav Buhiniček*, XV. gimnazija, Zagreb (pohvala).

III. razred

Domagoj Ćevid, V. gimnazija, Zagreb, *Mihael Marović*, XV. gimnazija, Zagreb (I. nagrada); *Borna Vukorepa*, XV. gimnazija, Zagreb (II. nagrada); *Filip Hrenić*, Prva gimnazija Varaždin, Varaždin, *Roko Žaja*, Gimnazija Franje Petrića, Zadar, *Vedran Stipetić*, V. gimnazija, Zagreb, *Aleksandar Bulj*, Gimnazija Andrije Mohorovičića, Rijeka (III. nagrada); *Ivan Porin Tolić*, V. gimnazija, Zagreb, *Andrija Dujaković*, XV. gimnazija, Zagreb, *Albert Škegro*, V. gimnazija, Zagreb, *Zvonimir Jurelinec*, XV. gimnazija, Zagreb, *Marin Tomić*, V. gimnazija, Zagreb, *Roko Kokan*, III. gimnazija, Split (pohvala).

IV. razred

Matija Bucić, XV. gimnazija, Zagreb, *Tomislav Bujanović*, XV. gimnazija, Zagreb (I. nagrada); *Luka Filipović*, XV. gimnazija, Zagreb, *Matija Milišić*, XV. gimnazija, Zagreb, *Verner Vlačić*, Gimnazija Andrije Mohorovičića, Rijeka, *Luka Skorić*, XV. gimnazija, Zagreb (II. nagrada); *Franjo Palajsa*, Gimnazija Karlovac, Karlovac, *Tomislav Tunković*, Gimnazija Lucijana Vranjanina, Zagreb, *Boris Juras*, XV. gimnazija, Zagreb (III. nagrada); *Mislav Kerner*, Gimnazija Lucijana Vranjanina, Zagreb, *Jure Ratković*, Gimnazija Lucijana Vranjanina, Zagreb (pohvala).

B varijanta

I. razred

Marta Han, Srednja škola fra Andrije Kačića Miošića, Makarska, *Iva Brnić*, II. gimnazija, Zagreb (I. nagrada); *Mia Bilandžija*, Klasična gimnazija fra Marijana Lanosovića s pravom javnosti, Slavonski Brod, *Ivan Miošić*, ŠS fra Andrije Kačića Miošića, Ploče (II. nagrada); *Denis Nešić*, SŠ Hrvatski kralj Zvonimir, Krk (III. nagrada); *Anđela Stanić*, SŠ fra Andrije Kačića Miošića, Makarska, *Ivan Radilj*, Gimnazija Matija Antuna Reljkovića, Vinkovci, *Ivan Ratković*, Elektrostrojarska škola, Varaždin (pohvala).

II. razred

Davor Penzar, Klasična gimnazija, Zagreb (I. nagrada); *Dolores Šebalj*, Gimnazija Karlovac, Karlovac, *Domagoj Lasić*, II. gimnazija, Zagreb (II. nagrada); *Vasilije Petrović*, Gimnazija Beli Manastir, Beli Manastir, *Nikola Vrbanić*, Elektrostrojarska škola, Varaždin (III. nagrada); *Ante Ravlić*, Srednja škola fra Andrije Kačića Miošića, Makarska, *Tomislav Vojvodić*, TSŠ-S.M.S.I. Dante Alighieri, Pula, *Dominik Stanojević*, Gimnazija Andrije Mohorovičića, Rijeka, *Ines Horvat*, Gimnazija Čakovec, Čakovec, *Maroje Marcelić*, Gimnazija Jurja Barakovića, Zadar (pohvala).

III. razred

Ivan Čeh, Srednja škola Buzet, Buzet (I. nagrada); *Maga Rajić*, Gimnazija i strukovna škola Jurja Dobrile Pazin, Pazin, *Luka Cigler*, Gimnazija Čakovec, Čakovec, *Ivana Kovačević*, Gimnazija Velika Gorica, Velika Gorica (II. nagrada); *Iva Manojlović*, Gimnazija Bernardina Frankopana, Ogulin, *Maja Žitko*, I. gimnazija, Zagreb (III. nagrada); *Ivan Brezovec*, Srednja škola Ivanec, Ivanec, *Demijan Jurić*, Gimnazija Sisak, Sisak, *Katarina Veleglavac*, Gimnazija Antuna Vrančića, Šibenik (pohvala).

IV. razred

Borna Bićanić, Gimnazija, Gospić (I. nagrada); *Andreja Vlahek*, SŠ Zlatar, Zlatar, *Mario Vretenar*, Srednja škola za elektrotehniku i računalstvo, Rijeka, *Mirjana Jukić Bračulj*, Gimnazija Dinka Šimunovića, Sinj (II. nagrada); *Saša Smrk*, Gimnazija Čakovec, Čakovec, *Marko Domiter*, Prva gimnazija Varaždin, Varaždin (III. nagrada); *Matko Kušenić*, Gimnazija, Nova Gradiška, *Ivan Biočić*, SŠ Sesvete, Sesvete, *Leon Rokić*, SŠ Petrinja, Petrinja, *Jelena Andrijić*, SŠ Blato, Blato (pohvala).

Zadaci s državnog natjecanja – A varijanta

I. razred

1. Odredi sve parove (x, y) cijelih brojeva za koje vrijedi
$$6x^2y^2 - 4y^2 = 2012 - 3x^2.$$

2. Dokaži da za sve realne brojeve a, b, c vrijedi
$$\frac{1}{3}(a+b+c)^2 \leq a^2 + b^2 + c^2 + 2(a - b + 1).$$

3. Svaka znamenka prirodnog broja n (osim prve) strogo je veća od znamenke koja se nalazi neposredno lijevo od nje. Odredi zbroj svih znamenaka broja $9n$.

4. Neka je trokut ABC s tupim kutom kod vrha B, neka su D i E polovišta stranica $\overline{AB}$ i $\overline{AC}$ redom, F točka na stranici $\overline{BC}$ takva da je $\sphericalangle BFE$ pravi, te G točka na dužini $\overline{DE}$ takva da je kut $\sphericalangle BGE$ pravi.
Dokaži da točke A, F i G leže na istom pravcu ako i samo ako je $2|BF| = |CF|$.

5. Azra je zamislila četiri realna broja i na ploču zapisala zbrojeve svih mogućih parova zamišljenih brojeva, a zatim obrisala jedan od tih zbrojeva. Na ploči su ostali brojevi -2, 1, 2, 3 i 6. Koje je brojeve Azra zamislila?

II. razred

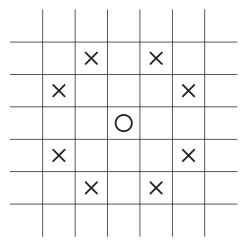
1. Neka je x realan broj takav da su $x^2 - x$ i $x^4 - x$ cijeli brojevi. Dokaži da je x cijeli broj.

2. Odredi sva realna rješenja jednadžbe
$$4x^2 - 20\lfloor x \rfloor + 9 = 0,$$
gdje je s $\lfloor x \rfloor$ označen najveći cijeli broj koji nije veći od x.

3. Jednakokračnom trokutu ABC ($|AB| = |AC|$) opisana je kružnica. Tangente te kružnice s diralištima u točkama A i C sijeku se u točki D. Ako je $\sphericalangle DBC = 30^\circ$, dokaži da je trokut ABC jednakostraničan.

4. Dokaži da za pozitivne realne brojeve a, b i c za koje je $a + b + c \leq 3$ vrijedi
$$\frac{a+1}{a(a+2)} + \frac{b+1}{b(b+2)} + \frac{c+1}{c(c+2)} \geq 2.$$

5. Može li skakač obići ploču dimenzija 4×2012 i vratiti se na polazno polje tako da pritom stane na svako polje točno jednom?
Skakač je figura koja se kreće kao u šahu: s polja označenog kružićem može se pomaknuti na jedno od osam polja označenih križićima (ako je to polje na ploči).



III. razred

1. Dokaži da ne postoji prirodni broj $n \geq 2$ takav da je funkcija
$$f(x) = \cos(x\sqrt{1}) + \cos(x\sqrt{2}) + \cdots + \cos(x\sqrt{n})$$
periodična.

2. Neka je ABC trokut s pravim kutom u vrhu C. Neka je D točka na stranici $\overline{AC}$ i E točka na dužini $\overline{BD}$ tako da vrijedi $\sphericalangle ABC = \sphericalangle DAE = \sphericalangle AED$. Dokaži da je $|BE| = 2\,|CD|$.

3. Za dani prosti broj p odredi sve cijele brojeve n takve da je $\sqrt{n^2 + pn}$ cijeli broj.

4. Duljine stranica četverokuta su cjelobrojne, a svaka od njih je djelitelj zbroja preostalih triju duljina. Dokaži da su bar dvije stranice tog četverokuta sukladne.

5. Na ploči su zapisani neki cijeli brojevi. U svakom koraku odabiremo brojeve a i b koji se nalaze na ploči, obrišemo ih i umjesto njih zapišemo brojeve $3a - b$ i

$13a - 3b$.
Ako su na početku na ploči brojevi $1, 2, 3, 4, \dots, 2011, 2012$, mogu li se nakon konačnog broja koraka na ploči nalaziti brojevi $2, 4, 6, 8, \dots, 4022, 4024$?

IV. razred

1. a) Neka su x i y realni brojevi takvi da su $x + y$, $x^2 + y^2$ i $x^4 + y^4$ cijeli brojevi. Dokaži da je broj $x^n + y^n$ cijeli za svaki prirodni broj n.
b) Nađi primjer realnih brojeva x i y koji nisu cijeli, takvih da su $x + y$, $x^2 + y^2$ i $x^4 + y^4$ cijeli brojevi.
c) Nađi primjer realnih brojeva x i y koji nisu cijeli, takvih da su $x + y$, $x^2 + y^2$ i $x^3 + y^3$ cijeli, ali $x^4 + y^4$ nije cijeli broj.

2. Neka su p_1 i q_1 cijeli brojevi takvi da jednadžba $x^2 + p_1 x + q_1 = 0$ ima dva cjelobrojna rješenja. Za svaki $n \in \mathbf{N}$ definiramo brojeve p_{n+1} i q_{n+1} formulama

$$p_{n+1} = p_n + 1, \quad q_{n+1} = q_n + \frac{1}{2} p_n.$$

Dokaži da postoji beskonačno mnogo prirodnih brojeva n za koje jednadžba $x^2 + p_n x + q_n = 0$ ima dva cjelobrojna rješenja.

3. Dan je trokut s ortocentrom H i središtem opisane kružnice O. Ako je mjera jednog kuta trokuta 60°, dokaži da je simetrala tog kuta okomita na pravac OH.

4. Neka su n i d prirodni brojevi takvi da d dijeli $2n^2$. Dokaži da broj $n^2 + d$ nije potpun kvadrat.

5. Za dva polja tablice 10×10 kažemo da su *prijateljska* ako imaju barem jedan zajednički vrh. U svako polje tablice upisan je po jedan prirodni broj manji ili jednak 10, tako da su brojevi u prijateljskim poljima relativno prosti. Dokaži da postoji broj koji se pojavljuje u toj tablici barem 17 puta.

Zadaci s državnog natjecanja – B varijanta

I. razred

1. Kratka poznanstva nisu uvijek najpouzdanija. Zato Barbara nije odmah izravno rekla broj svoga telefona novom prijatelju Luki, već je njegovoj želji udovoljila na zaobilazni način: "Imam dva telefona. Brojevi tih telefona su šesteroznamenkasti brojevi sa sljedećim svojstvima. U njihovom je dekadskom zapisu troznamenkasti broj na početku dvostruko manji od troznamenkastog broja na kraju. Zbroj tih dvaju troznamenkastih brojeva je broj između 800 i 850. Sva tri troznamenkasta broja sastavljena su od 9 različitih znamenaka."
Pomozite Luki i odredite o kojim se telefonskim brojevima radi.

2. U skupu realnih brojeva riješite jednadžbu:

$$f(x) + f(2 - x) = 2,$$

gdje je

$$f(x) = \begin{cases} |x|, & x \leqslant 1 \\ 2 - x, & x > 1 \end{cases}.$$

3. Dokažite da je $e+f<2a+h$, gdje su e i f duljine dijagonala romba, a duljina stranice, a h duljina visine romba.

4. U pravokutnom trokutu ABC, s pravim kutom u vrhu C, duljina stranice $\overline{BC}$ iznosi a, a mjera nasuprotnog kuta je $30°$. Točka S je središte trokutu upisane kružnice, a točka D je polovište hipotenuze. Dokažite da je $|CS|=|DS|$ i odredite polumjer upisane kružnice.

5. U posudi, koja nije puna do vrha, nalazi se otopina koja sadrži 85% alkohola. Posudu dopunimo do vrha s otopinom koja sadrži 21% alkohola i dobro promiješamo. Ako odlijemo toliko tekućine koliko smo dolili i ponovimo postupak (opet ulijemo 21% otopinu alkohola), dobit ćemo otopinu koja sadrži 70% alkohola. Koliko alkohola sadrži otopina nakon prvog dopunjavanja? Koliki je dio posude bio ispunjen otopinom prije prvog dopunjavanja?

II. razred

1. Riješite jednadžbu
$$3^{1+4x+2x^2}+2^{1+4x+2x^2}=5\cdot 6^{x(x+2)}.$$

2. Odredite sve kompleksne brojeve z takve da vrijedi $z^3=\overline{z}$.

3. Gradski je trg oblika pravilnog osmerokuta. Gradsko je vijeće odlučilo urediti trg i unutar njega postaviti fontanu. Majstoru Matku nisu znali reći gdje treba staviti središte fontane, već su mu rekli: "Ako središte fontane spojimo s vrhovima osmerokuta, dobivenih osam trokuta treba popločiti naizmjence crnim i bijelim pločicama, tako da je ukupna površina popločena crnim pločicama jednaka ukupnoj površini popločenoj bijelim pločicama." Majstor Matko je ipak tražio da mu kažu točno mjesto, jer tvrdi da je njihov zahtjev ispunjen gdje god da unutar trga postavi fontanu. Dokažite da je majstor u pravu.

4. Odredite sve sedmeroznamenkaste brojeve oblika $\overline{2012xyx}$ koji su djeljivi sa 72.

5. $\overline{AB}$ i $\overline{CD}$ su dvije međusobno okomite tetive kružnice polumjera 10 cm. Dva promjera te kružnice, jedan kroz točku A, a drugi kroz točku B, dijele tetivu $\overline{CD}$ na tri jednaka dijela. Odredite sinus manjeg obodnog kuta nad tetivom $\overline{CD}$, ako je duljina tetive $\overline{AB}$ jednaka 16 cm.

III. razred

1. Riješite nejednadžbu
$$\frac{\sin^2 x-2\sin 2x+3\cos^2 x}{1-\sin 2x}\geqslant 0,\quad \text{ako je } |x|<\frac{\pi}{2}.$$

2. Neka je skup $A=\{n : n\in\mathbf{N},\ n<101\}$. Koliko ima četveročlanih podskupova skupa A kojima je razlika najvećeg i najmanjeg elementa jednaka 12?

3. Riješite jednadžbu $x^{\log_5 6}-5\cdot 6^{\log_5\sqrt{x}}=6$.

4. Grupa je djece našla drvenu ploču u obliku četverokuta i odlučila je iskoristiti za igru "pikado". Kako je meta neobičnog oblika, trebalo je prilagoditi pravila igre. Upitali su za savjet Markovog starijeg brata, dobrog matematičara. On je

nešto mjerio, računao, pisao ... i došao do važnog zaključka. Ustanovio je da postoji točka O jednako udaljena od svih stranica četverokuta. Zatim je podijelio ploču na područja tako da je nacrtao spojnice točke O sa svim vrhovima A, B, C, D. Područjima je dodijelio bodove obrnuto proporcionalno njihovoj površini. Koje područje donosi najviše bodova i zašto? Markov je brat dodao uvjet da se bodovi dobivaju samo ako udaljenost od pogođene točke T do točke O nije veća od udaljenosti točke O do bilo koje stranice ploče. Odredite omjer površina onog dijela ploče koji ne donosi i onog dijela koji donosi bodove.
Markov je brat izmjerio ove vrijednosti $|AB| = 5$ dm, $|BC| = 3$ dm, $|AD| = 4$ dm, $|\sphericalangle BAD| = 60°$.

5. Jednakokračnom trokutu kojemu je duljina kraka $b = 10$ cm, a mjera kuta između krakova $\alpha = 30°$, opisana je kružnica. Neka je t tangenta te kružnice koja je paralelna s visinom na osnovicu. Izračunajte obujam tijela koje nastaje rotacijom danog trokuta oko tangente t.

IV. razred

1. Ako je
$$f\,(\log_3 x) = \frac{\log_3 \frac{9}{x^4}}{\log_{0.\dot{3}} x - \log_{\sqrt{3}} x} \quad \text{i} \quad (f \circ g)(x) = e^x,$$
koliko je $g(\ln 2)$?

2. Ako je $z + z^{-1} = 2\cos\dfrac{\alpha}{2012}$, odredite α za koji je $z^{2012} + z^{-2012} = 1$.

3. U romb, kojemu je duljina stranice a i mjera šiljastog kuta α, upisana je kružnica. Dokažite da je zbroj kvadrata udaljenosti od proizvoljne točke kružnice do vrhova romba konstanta. Koliko ona iznosi?

4. Odredite sve vrijednosti realnog parametra p za koje jednadžba $x^4 - (3p+2)x^2 + p^2 = 0$ ima četiri rješenja koja čine četiri uzastopna člana aritmetičkog niza.

5. U utrci je sudjelovalo 100 ljudi i nikoje dvoje nije utrku završilo s istim vremenom. Svakom je natjecatelju na kraju utrke postavljeno pitanje na kojem je mjestu završio utrku i svi su odgovorili brojem između 1 i 100.
Zbroj svih odgovora iznosi 4000. Koji je najmanji broj krivih odgovora koje su trkači mogli dati? Obrazložite.

⋆ ⋆ ⋆

Učenici pozvani na Hrvatsku matematičku olimpijadu, tj. kandidati za međunarodna natjecanja su:

I. razred

Ivan Lazarić, Gimnazija Pula, Pula
Nikola Šalgaj, Prva gimnazija Varaždin, Varaždin
Vedran Mihal, Gimnazija "Matija Mesić" Slavonski Brod

II. razred

Vlatko Crnković, XV. gimnazija, Zagreb
Vlatka Vazdar, XV. gimnazija, Zagreb
Mihael Eraković, Gimnazija Andrije Mohorovičića, Rijeka
Erik Banek, V. gimnazija, Zagreb
Mislav Balunović, Gimnazija "Matija Mesić", Slavonski Brod
Mislav Bradač, V. gimnazija, Zagreb

III. razred

Domagoj Ćevid, V. gimnazija, Zagreb
Mihael Marović, XV. gimnazija, Zagreb
Borna Vukorepa, XV. gimnazija Zagreb
Filip Hrenić, Prva gimnazija Varaždin, Varaždin
Roko Žaja, Gimnazija Franje Petrića, Zadar
Vedran Stipetić, V. gimnazija, Zagreb
Aleksandar Bulj, Gimnazija Andrije Mohorovičića, Rijeka

IV. razred

Matija Bucić, XV. gimnazija, Zagreb
Tomislav Bujanović, XV. gimnazija, Zagreb
Luka Filipović, XV. gimnazija, Zagreb
Matija Milišić, XV. gimnazija, Zagreb
Verner Vlačić, Gimnazija Andrije Mohorovičića, Rijeka
Luka Skorić, XV. gimnazija, Zagreb

Mea Bombardelli, Željko Hanjš