Međunarodno matematičko natjecanje “Klokan bez granica” 2011. g., prvi dio

Zahvaljujemo vam se što ste sudjelovali na Međunarodnom matematičkom natjecanju “Klokan bez granica”. Pod pokroviteljstvom Ministarstva prosvjete i športa i Hrvatskog matematičkog društva, ove godine je natjecanje održano po trinaesti put u Hrvatskoj 17. travnja u 12 sati i 30 minuta. U isto vrijeme s približno istim zadacima natjecalo se 6 500 000 učenika u 51 zemlji svijeta, što ovo natjecanje čini najvećim školskim natjecanjem u svijetu. U isto su vrijeme rješavali ove zadatke učenici Armenije, Austrije, Belgije, Bugarske, Brazila, Bjelorusije, Kanade, Švicarske, Cipra, Češke, Njemačke, Ekvadora, Estonije, Španjolske, pokrajine Katalonije, Finske, Francuske, Gruzije, Grčke, Hrvatske, Mađarske, Irana, Italije, Kirgistana, Kazahstana, Litve, Moldavije, Makedonije, Meksika, Nizozemske, Norveške, Pakistana, Poljske, Porto Rika, Portugala, Paragvaja, Rumunjske, Srbije, Rusije, Švedske, Slovenije, Slovačke, Ukrajine, Velike Britanije, Sjedinjenih Američkih Država i Venezuele. Kao novi članovi pridružili su se učenici Obale Bjelokosti, Kolumbije, Indonezije, Mongolije i Tunisa.

Prema odjecima koji su stigli do nas, vjerujemo da je natjecanje postiglo svoju svrhu i zainteresiralo učenike za rješavanje zadataka iz matematike. U Hrvatskoj je natjecanje održano u 287 osnovnih i 69 srednjih škola u svim županijama, a učenici su se natjecali podijeljeni u šest kategorija:

LEPTIRIĆI (PAPILLON)	– II. i III. razred osnovne škole – (7290 učenika) – **L**
ECOLIERS	– IV. i V. razred osnovne škole – (6585 učenika) – **E**
BENJAMINS	– VI. i VII. razred osnovne škole – (4882 učenika) – **B**
CADETS	– VIII. razred osnovne i I. razred srednje škole – (2960 učenika) – **C**
JUNIORS	– II. i III. razred srednje škole – (1645 učenika) – **J**
STUDENTS	– IV. razred srednjih škola – (591 učenik) – **S**

Ukupno se natjecalo 23 953 učenika.

Ove godine bodovni prag najboljih 10% sudionika je za: “Leptiriće” – 37.5 bodova; “Ecolier” – 80.25 bodova; “Benjamin” – 77.25 bodova; “Cadet” – 86 bodova; “Junior” – 65.75 bodova; “Junior” – matematički program 85 bodova; “Student” 47 bodova; “Student” – matematički program 63.75 bodova.

Prilikom dolaska na natjecanje svaki je učenik dobio “poklon za svakoga”, a 10% najbolje plasiranih učenika dobilo je i nagrade. Podijeljeno je 2465 nagrada i oko 850 utješnih nagrada.

Za svakog učenika ovog natjecanja uplaćuje se 15 kn, a sakupljenim sredstvima se podmiruju svi troškovi nagrada i materijalni troškovi. Učenici slabijeg materijalnog stanja ne plaćaju ništa (ove godine plaćanja je oslobođeno 198 učenika).

U ime povjerenstva najtoplije se zahvaljujem svim učenicima na sudjelovanju.

Sljedeće natjecanje Klokan bez granica bit će održano 15. ožujka 2012. godine, s početkom u 12 sati i 30 minuta. Prijave za natjecanje primaju se najkasnije do 5. veljače 2012. godine e-poštom na adresu `klokan@math.hr`. Potvrde o uplati treba poslati e-poštom na `klokan@math.hr` do 17. veljače 2012. godine, a poštom najkasnije do 1. ožujka 2012. godine na adresu HMD, Bijenička 30, 10 000 Zagreb. Bez čitljive uplatnice nećemo moći uključiti učenike u natjecanje. Telefon u hitnim slučajevima je 01/ 460 5704.

Primjere zadataka s prošlih natjecanja možete pogledati u knjizi: "Matematičko natjecanje Klokan bez granica 2005 – 2008", a možete je nabaviti na gore navedenoj adresi.

Koordinator natjecanja, Neda Lukač, prof.

Zadaci za učenike 8. razreda osnovne škole i 1. razreda srednje škole (Cadet)

Pitanja za 3 boda:

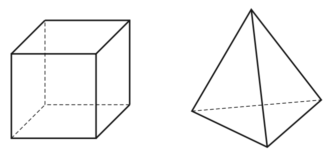
1. Koji od sljedećih brojeva ima najveću vrijednost?

A. 2011^1 **B.** 1^{2011} **C.** $1 \cdot 2011$ **D.** $1 + 2011$ **E.** $1 : 2011$

Rješenje: D.

2. Elza se igra s 5 kocki i 3 tetraedra. Koliko strana imaju sva ta tijela?

A. 42 **B.** 48 **C.** 50 **D.** 52 **E.** 56



Rješenje: A. Kocka ima 6 strana, a tetraedar 4. $5 \cdot 6 + 3 \cdot 4 = 42$.

3. Na cesti je označen prijelaz sa zebrom, koja ima naizmjence bijele i crne pruge širine 50 cm. Prijelaz počinje i završava s bijelom prugom. Koliko je širok prijelaz, ako ima 8 bijelih pruga?

A. 7 m **B.** 7.5 m **C.** 8 m **D.** 8.5 m **E.** 9 m

Rješenje: B. Prijelaz ima 8 bijelih i 7 crnih pruga, pa je njegova duljina 750 cm.

4. Moje računalo dijeli umjesto da množi i oduzima umjesto da zbraja. Ako sam upisala $(12 \cdot 3) + (4 \cdot 2)$ koji ću rezultat dobiti na ekranu?

A. 2 **B.** 6 **C.** 12 **D.** 28 **E.** 38

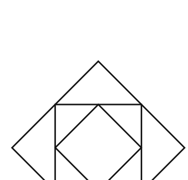
Rješenje: A. $(12 : 3) - (4 : 2) = 2$.

5. Moj digitalni sat pokazuje točno $20 : 11$ sati. Koliko najmanje minuta mora proći, da bi sat pokazao vrijeme koristeći samo iste brojeve 0, 1, 1, 2?

A. 40 **B.** 45 **C.** 50 **D.** 55 **E.** 60

Rješenje: C. Do $21 : 01$ mora proći 50 minuta.

6. Slika prikazuje tri kvadrata. Vrhovi srednjeg kvadrata su u polovištima stranica velikog kvadrata. Vrhovi malog kvadrata su u polovištima stranica srednjeg kvadrata. Ako je površina malog kvadrata 6 cm^2, kolika je razlika u površinama srednjeg i velikog kvadrata?



A. 6 cm^2 **B.** 9 cm^2 **C.** 12 cm^2 **D.** 15 cm^2 **E.** 18 cm^2

Rješenje: C. $P = a^2$, $d = a\sqrt{2} \implies a_1^2 = 6$, $d_1^2 = 2a_1^2 = 12 = a_2^2$; $d_2^2 = 2a_2^2 = 24 = a_3^2$, $a_3^2 - a_2^2 = 24 - 12 = 12$.

7. U mojoj ulici ima 17 kuća. Moja kuća ima broj 12 i zadnja je s parne strane. Moj bratić živi u zadnjoj kući s neparne strane. Koji je njegov kućni broj?

A. 5 **B.** 7 **C.** 13 **D.** 17 **E.** 21

Rješenje: E. Na parnoj strani ulice je 6 kuća, a na neparnoj 11. Kućni broj mog bratića je 21.

8. Mačak Felix je ulovio 12 riba u 3 dana. Svakog sljedećeg dana je ulovio više riba nego predhodnog. Trećeg dana je ulovio manje riba nego prvog i drugog dana zajedno. Koliko je riba ulovio Felix treći dan?

A. 5 **B.** 6 **C.** 7 **D.** 8 **E.** 9

Rješenje: A. $x + y + z = 12$, $x < y < z$, $x + y > z \implies x = 3$, $y = 4$, $z = 5$.

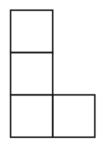
Pitanja za 4 boda:

9. Od svih troznamenkastih brojeva kojima je zbroj znamenki 8, odabrani su najmanji i najveći. Koliki je njihov zbroj?

A. 707 **B.** 907 **C.** 916 **D.** 1000 **E.** 1001

Rješenje: B. $107 + 800 = 907$.

10. Na slici je prikazan oblik slova L napravljen od 4 mala kvadrata. Obliku trebamo dodati još jedan kvadratić da bi ga učinili osnosimetričnim. Na koliko mjesta možemo postaviti taj kvadratić?



A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 5 **E.** 6

Rješenje: C. Kvadratić može biti: gore desno, dolje desno i dolje lijevo.

11. Koliko je $\dfrac{2011 \cdot 2.011}{201.1 \cdot 20.11}$?

A. 0.01 **B.** 0.1 **C.** 1 **D.** 10 **E.** 100

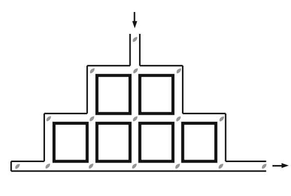
Rješenje: C. Razlomak proširimo s 1000.

12. Marija ima 9 privjesaka koji teže 1 g, 2 g, 3 g, 4 g, 5 g, 6 g, 7 g, 8 g i 9 g. Od njih je načinila četiri narukvice koje svaka sadrže po dva privjeska. Težina privjesaka na prvoj narukvici je 17 g, na drugoj 13 g, na trećoj 7 g i na četvrtoj 5 g. Kolika je težina preostalog privjeska?

A. 1 g **B.** 2 g **C.** 3 g **D.** 4 g **E.** 5 g

Rješenje: C. $17 = 8 + 9$, $13 = 6 + 7$, $7 = 5 + 2$ i $5 = 1 + 4$. Ostaje privjesak od 3 g.

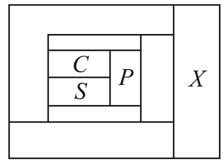
13. Hrčak je krenuo u zemlju meda i mlijeka. No prije nego što će ući u tu mitsku zemlju, mora proći kroz mrežu tunela kakva je prikazana na slici. Ne smije se vratiti na raskrižje koje je već prošao. Na svakom raskrižju je pronašao sjemenku buče. Koliko najviše sjemenka može sakupiti?



A. 12 **B.** 13 **C.** 14 **D.** 15 **E.** 16

Rješenje: B.

14. Svaki dio pravokutnika obojen je jednom od četiri boje: crvenom (C), zelenom (Z), plavom (P) i sivom (S). Djelovi koji se dotiču moraju biti različite boje. Koje je boje dio označen s X?



A. crvene **B.** plave **C.** zelene **D.** sive **E.** ne može se odrediti

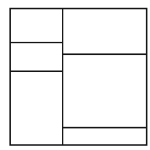
Rješenje: A.

15. U Francuskoj školi ocjene su od 1 do 20. Ovo je popis ocjena nekog učenika: 17, 13, 5, 10, 14, 9, 12, 16. Koje dvije ocjene možemo izbrisati bez da poremetimo prosjek?

A. 12 i 17 **B.** 5 i 17 **C.** 9 i 6 **D.** 10 i 12 **E.** 14 i 10

Rješenje: E. $(17 + 13 + 5 + 10 + 14 + 9 + 12 + 16) : 8 = 12$, $(10 + 14) : 2 = 12$.

16. Kvadratni list papira je izrezan u šest pravokutnika. Opseg svih pravokutnika zajedno je 120 cm. Kolika je površina lista papira?

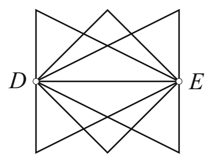


A. 48 cm^2 **B.** 64 cm^2 **C.** 110.25 cm^2 **D.** 144 cm^2 **E.** 256 cm^2

Rješenje: D. $a+b = c+d+e = f+g+h$, $(2a+2c)+(2a+2d)+(2a+2e)+(2b+2f)+(2b+2g)+(2b+2h) = 120$,
$6a+2(c+d+e)+6b+2(f+g+h) = 120$, $6a+2(a+b)+6b+2(a+b) = 120$,
$10(a+b) = 120$, $a+b = 12$, $(a+b)^2 = 144$ cm^2, $P = 144$ cm^2.

Pitanja za 5 bodova:

17. Lali je u ravnini nacrtala dužinu $\overline{DE}$, čija je duljina 2. Koliko različitih točaka F postoji u toj ravnini sa svojstvom da je trokut DEF pravokutan i da mu je površina 1?



A. 2 **B.** 4 **C.** 6 **D.** 8 **E.** 10

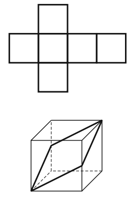
Rješenje: C.

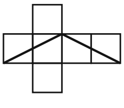
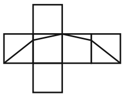
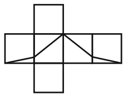
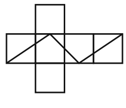
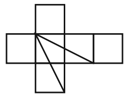
18. Pozitivan broj a manji je od 1, a pozitivan broj b veći je od 1. Koji je od sljedećih brojeva najveći?

A. $a \cdot b$ **B.** $a + b$ **C.** $a : b$ **D.** b **E.** Odgovor ovisi o a i b

Rješenje: B.

19. Prikazani list papira savijen je tako da čini kocku (vidi sliku desno). Crnom linijom ta je kocka podijeljena na dva jednaka dijela. Kako će taj list izgledati kada ga opet izravnamo?



A.

B.

C.

D.

E.


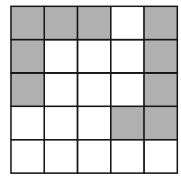
Rješenje: A.

20. Peteroznamenkasti broj $24X8Y$ djeljiv je sa 4, 5 i 9. Koliki je zbroj znamenaka X i Y?

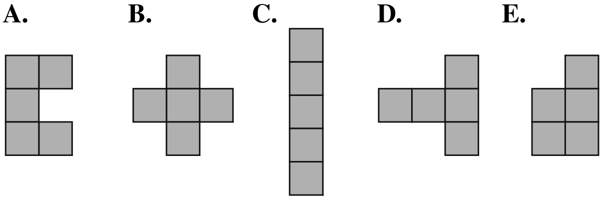
A. 13 **B.** 10 **C.** 9 **D.** 5 **E.** 4

Rješenje: E. Broj koji zadovoljava sve uvjete je $24\,480$. $X + Y = 4$.

21. Lina je stavila crne pločice na bijelu kvadratnu ploču (vidi sliku). Koju od sljedećih pet crnih pločica može postaviti na prazni dio ploče, i to tako da ni jedna od preostale 4 pločice više ne stane na ploču?



A. **B.** **C.** **D.** **E.**



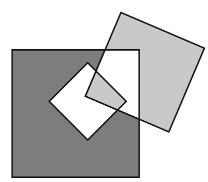
Rješenje: D.

22. Tri kosa, Jan, Max i Oskar su svaki sagradili svoje gnijezdo. Jan kaže: "Gnijezdo mi je više no dvostruko udaljenije od Maxovog nego od Oskarovog". Max tvrdi: "Gnijezdo mi je više no dvostruko udaljenije od Oskarovog nego od Janovog. Oskar tvrdi: "Dvostruko sam udaljeniji od Maxa nego od Jana". Ako barem dvojica od njih govore istinu, tko laže?

A. Jan **B.** Max **C.** Oskar **D.** nijedan od njih **E.** nemoguće je odrediti

Rješenje: B.

23. Nacrtamo kvadrat stranice 3 cm unutar kvadrata stranice 7 cm. Tada nacrtamo kvadrat stranice 5 cm tako da siječe prva dva kvadrata (vidi sliku). Kolika je razlika između površine crnog i sivog dijela?



A. 0 cm^2 **B.** 10 cm^2 **C.** 11 cm^2 **D.** 15 cm^2
E. ne može se odrediti

Rješenje: D. Površina crnog kvadrata je $49 - 9 = 40$ cm^2. Površina sivog kvadrata je 25 cm^2. Njihova razlika je 15 cm^2.

24. Miško gađa u metu. Pogađa samo u polja 5, 8, 10. U polje 8 i 10 pogađa isti broj puta. Na kraju ima 99 bodova, s tim da je četvrtina strelica promašila metu. Koliko je puta Miško gađao metu?

A. 10 **B.** 12 **C.** 16 **D.** 20 **E.** 24

Rješenje: D. $8x + 10x + 5y = 99$, $5y = 99 - 8x$ samo za $x = 3$, $99 - 18x = 45$, je djeljiv s 5. Tako je Miško tri puta pogodio u 8, tri puta u 10, devet puta u 5, ukupno 15 puta je pogodio metu. Računajući i promašaje $z - \frac{1}{4}z = 15$, dobijemo $z = 20$. Miško je ukupno gađao 20 puta.