

Visinska izmjera i analiza geodetske osnove parka Jelenovac primjenom geometrijskog, trigonometrijskog i GNSS nivelmana

SAŽETAK. U ovom radu prikazan je postupak određivanja visina točaka geodetske osnove u parku Jelenovac u Zagrebu, a koja se koristi za potrebe praktične nastave na kolegijima Geodetskog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu. Nakon pripremnih radova, kao što je rekognosciranje terena i planiranje opažanja, obavljena je izmjera geodetske osnove primjenom metoda geometrijskog, trigonometrijskog i GNSS nivelmana. Nakon inicijalne obrade, provedeno je izjednačenje geodetske osnove, u konvencionalnom i optimalnom datumu, na osnovi podataka geometrijskog i trigonometrijskog nivelmana. Dobivene su višestruke konačne vrijednosti visina točaka i pripadne ocjene točnosti te je provedena analiza dobivenih rezultata. Visine točaka dobivene geometrijskim nivelmanom uzete su za referentne vrijednosti.

Ključne riječi: park Jelenovac, geometrijski nivelman, trigonometrijski nivelman, GNSS nivelman, izjednačenje nivelmanske mreže.

Geometric, Trigonometric and GNSS Levelling and Analysis of Jelenovac Park Geodetic Network

ABSTRACT. In this paper procedure of height determination of Zagreb Jelenovac Park geodetic network points is presented. Jelenovac Park geodetic network is used for teaching practicum at Faculty of Geodesy at University of Zagreb. After preparation works like field scouting and observation planning, geometric, trigonometric and GNSS levelling has been conducted. After initial data post-processing, regular and singular adjustments of both, geometric and trigonometric height networks have been conducted. Multiple values for point heights and related uncertainty have been computed and obtained. Analysis of results is presented with geometric network used as reference network.

Keywords: Jelenovac Park, geometric levelling, trigonometric levelling, GNSS levelling, height network adjustment.

1. Uvod

Park Jelenovac jedan je od 22 zagrebačka parka te se prostire na površini od 48,9 hektara (ZG portal 2020). Nalazi se u sjevernom dijelu grada Zagreba, u blizini Kliničkoga bolničkog centra Sestre milosrdnice, koji je smješten u Vinogradskoj cesti. Na južnom dijelu parka stabilizirana je geodetska osnova koja se već dugi niz godina koristi za praktičnu nastavu na kolegijima Geodetskog fakulteta Sveučilišta u Zagrebu. Geodetsku osnovu danas čini mreža od 11 trajno stabiliziranih geodetskih točaka čije su koordinate određene horizontalno i visinski. S obzirom da područje parka, na kojemu se nalazi geodetska osnova, karakterizira nagnuti teren s osobinama klizišta, postoji vjerojatnost prostornih pomaka točaka tijekom određenoga vremenskog razdoblja. U okviru izrade diplomskih radova studenata Luke Pedića i Filipa Tulumovića 2019. godine, provedena je nova visinska izmjera geodetske osnove parka Jelenovac metodama geometrijskog (Tulumović 2019), trigonometrijskog i GNSS nivelmana (Pedić 2019) s ciljem određivanja novih nadmorskih visina točaka geodetske osnove. Kako je izmjera sa sve tri metode provedena u vrlo kratkom vremenskom razdoblju moguće je usporediti dobivene rezultate i utvrditi kolika se točnost postiže svakom od primijenjenih metoda određivanja visina te kolika je primjenjivost pojedine metode pri rješavanju klasičnih geodetskih zadataka.

2. Nivelman

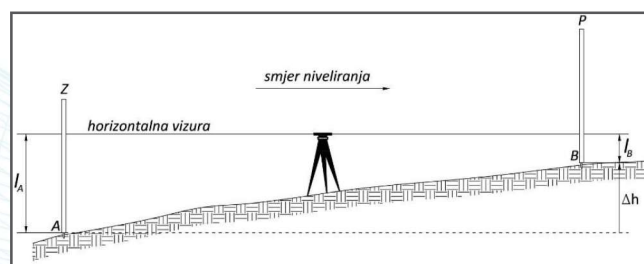
Nivelman je metoda određivanja apsolutnih ili relativnih visina diskretnih točaka na temelju mjenjenih visinskih razlika ili visina. Danas se u geodeziji najčešće primjenjuju sljedeće metode:

- geometrijski nivelman
- trigonometrijski nivelman
- GNSS nivelman.

Trajno stabilizirane geodetske točke poznatih visina nazivaju se reperi te služe kao osnova za određivanje visinskih razlika u postupku geodetske izmjere. Reperi se u obostrano priključenim ili zatvorenim nivelmanskim vlakovima povezuju s diskretnim točkama između kojih se mjere visinske razlika te računaju njihove visine.

2.1. Geometrijski nivelman

U geometrijskom nivelmanu visinske razlike se računaju iz očitavanja na nivelmanskim mjernim letvama. Ta očitavanja dobivaju se pomoću horizontalne vizure koja presijeca mjerne letve (Barković i Zrinjski 2020). Geodetski instrument kojim se postiže horizontalna vizura naziva se nivelir, a prilikom mjerenja nivelir se postavlja u sredinu između dvije mjerne letve, koje su postavljene vertikalno na poznatim ili diskretnim točkama (slika 1).



Slika 1. Osnovni princip geometrijskog nivelmana (Zrinjski i dr. 2018).

Visinska razlika Δh između diskretnih točaka ili repera A (Z – zadnja letva) i B (P – prednja letva) računa se prema izrazu (Zrinjski i dr. 2018):

$$\Delta h = l_A - l_B \quad (1)$$

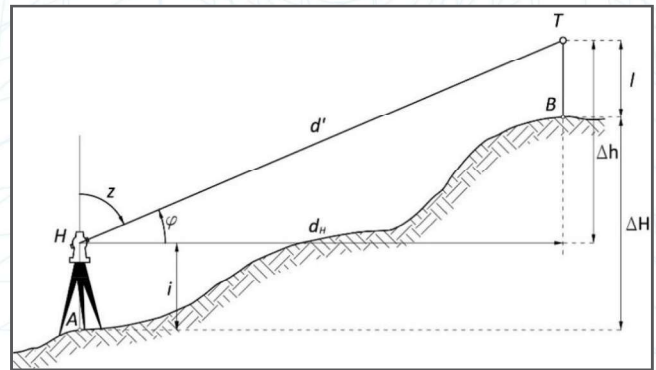
gdje su:

l_A – očitavanje zadnje mjerne letve

l_B – očitavanje prednje mjerne letve.

2.2. Trigonometrijski nivelman

U trigonometrijskom nivelmanu visinska razlika određuje se indirektno iz mjerenja duljine i vertikalnog kuta pomoću trigonometrijskih formula (Benčić i Solarić 2008). Prilikom izračuna visinske razlike primjenjuju se osnovne trigonometrijske funkcije pravokutnog trokuta, u kojemu su poznate jedna kateta (horizontalna duljina) ili hipotenuza (kosa duljina) te jedan kut (vertikalni kut) (slika 2).



Slika 2. Određivanje visinskih razlika trigonometrijskim nivelmanom (Barković i dr. 2017).

Visinska razlika Δh između točke sjecišta horizontalne i vertikalne osi instrumenta te horizontalne vizurne linije (H) i signala ili prizme (T) računa se prema izrazu (Macarol 1985, Barković i Zrinjski 2020):

$$\Delta h = d' \cdot \sin \varphi = d' \cdot \cos z = d_H \cdot \tan \varphi = d_H \cdot \cot z \quad (2)$$

gdje su:

d' – kosa duljina

d_H – horizontalna duljina izračunata iz kose duljine i vertikalnog kuta

z – zenitni kut

φ – visinski kut.

Visinska razlika ΔH između točaka A i B računa se prema izrazu (Barković i Zrinjski 2020):

$$\Delta H = \Delta h + i - l \quad (3)$$

gdje su:

i – visina instrumenta

l – visina signala.

Danas se za trigonometrijsko određivanje visinskih razlika, pored drugih mjernih uređaja, najčešće primjenjuju geodetske mjerne stanice.

2.3. GNSS nivelman

Globalni navigacijski satelitski sustav (GNSS) je općeniti naziv za navigacijske sustave koji korisniku omogućuju prostorno određivanje (3D) pozicije putem pasivnog prijema signala odaslanih sa satelita u Zemljinoj orbiti (Zrinjski i dr. 2019). Svaki GNSS ima svemirski, kontrolni i korisnički segment koji korisniku omogućuju pozicioniranje primjenom odgovarajuće opreme (Groves 2013). Hrvatski pozicijski sustav – CROPOS (CROatian POsitioning System) obuhvaća mrežu od 33 referentne GNSS stanice ravnomjerno raspoređene na području cijele Republike Hrvatske. Svaka od tih stanica neprekidno prikuplja podatke odaslane sa satelita u orbiti te ih šalje u kontrolni centar. U kontrolnom se centru ti podaci, prikupljeni putem referentnih stanica, obrađuju, računaju se korekcije te se putem mobilnog interneta šalju krajnjim korisnicima. Na taj način, primjenom visokopreciznoga pozicijskog servisa (VPPS) CROPOS-a omogućeno je određivanje položaja diskretnih točaka u realnom vremenu s točnošću od 2 cm u horizontalnom i 4 cm u vertikalnom smjeru (Marjanović 2010).

S obzirom da su pozicijski podaci potrebni korisniku u predefiniranom referentnom koordinatnom sustavu, a GNSS mjerenja se temelje na geocentričnom trodimenzionalnom Kartezijevu koordinatnom sustavu WGS84, potrebno je provoditi transformaciju koordinata iz globalnog u odabrani lokalni koordinatni sustav. U Republici Hrvatskoj za područje katastra i detaljne državne topografske kartografije, kao službeni projekcijski koordinatni sustav primjenjuje se koordinatni sustav poprečne Mercatorove projekcije u Hrvatskom terestričkom referentnom sustavu za epohu 1995.55 (HTRS96/TM), u kojem je položaj točaka opisan ravninskim koordinatama Easting (E) i Northing (N), dok se kao službeni visinski sustav koristi sustav normalnih ortometrijskih visina s plohom geoida definiranom srednjom razinom mora u epohi 1971.5, pod nazivom Hrvatski visinski referentni sustav (HVR571) (Vlada Republike Hrvatske 2004). Za rješavanje praktičnih zadataka u geodeziji potrebno je globalne koordinate transformirati u lokalni koordinatni sustav. Ravninske koordinate moguće je transformirati pomoću direktno primijenjenih matematičkih odnosa, međutim za transformaciju visina potrebno je koristiti i model geoida. Kombinacija GNSS mjerenja visina i modela geoida danas je poznata kao GNSS niveliranje (Grgić i dr. 2010). Moderni GNSS prijemnici opremljeni su transformacijskim softverom koji sadrži lokalni ili regionalni model geoida te daje koordinate i visinu u željenom sustavu u realnom vremenu (Zrinjski i dr. 2018).

3. Geodetska izmjera i obrada podataka

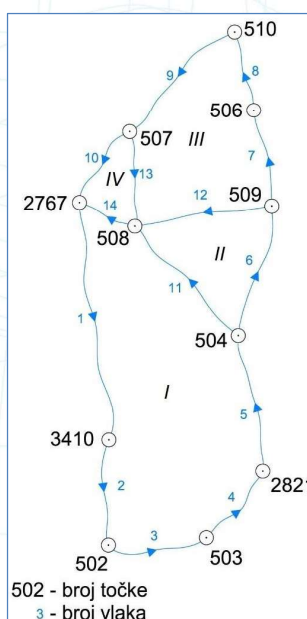
3.1. Rekognosciranje terena i plan opažanja

Kako bi se optimizirao rad na terenu i kasnija obrada podataka, u svrhu planiranja opažanja obavljeno je rekognosciranje terena i postojećih točaka stalne geodetske osnove u parku Jelenovac (slika 3). Zbog posebnosti metoda nivelmana, obraćala se pažnja različitim parametrima tijekom rekognosciranja.

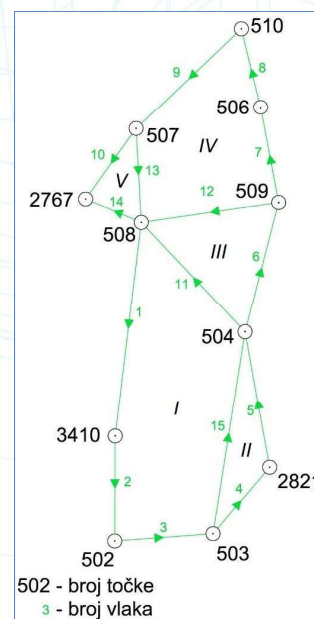
S obzirom da metoda preciznoga geometrijskog nivelmana ima ograničenje duljine vizure, visine letve te prohodnosti terena, planirani su nivelmanski vlakovi koji će pratiti blaže nagibe terena, a broj strmijih vlakova u kojima se mora postavljati više stajališta radi kratkih vizura tijekom mjerenja sveden je na minimum. Iako se u praksi precizni geometrijski nivelman ne primjenjuje za određivanje visinskih razlika na strmim terenima kao što su



Slika 3. Točke geodetske osnove na području parka Jelenovac



Slika 4. Mreža geometrijskog nivelmana (strelice označavaju mjerenja u smjeru naprijed te smjer računanja vlakova, a rimski brojevi figure).



Slika 5. Mreža trigonometrijskog nivelmana (strelice označavaju smjer računanja vlakova, a rimski brojevi figure).

određeni dijelovi parka Jelenovac, u svrhu ispitivanja iskoristivosti metode i mogućnosti postizanja teorijske mjerne nesigurnosti, odlučeno je da će određeni nivelmanski vlakovi biti na nešto većim nagibima. Izrađen je plan opažanja te je utvrđeno da će se mreža sastojati od ukupno 14 nivelmanskih strana (slika 4).

Pri planiranju mreže trigonometrijskog nivelmana jedini uvjet koji je trebalo zadovoljiti bilo je dogledanje točaka. S obzirom na današnju efikasnost mjerenja geodetskim mjernim stanicama i brzinu obrade i analize podataka, planirano je na svakom stajalištu izmjeriti visinske razlike prema svim vidljivim točkama, pa je stoga planirana mreža koja će se sastojati od 15 nivelmanskih strana (slika 5).

Budući da pri mjerenju mreže GNSS metodom ne postoje posebni preduvjeti kojima bi optimizirali rad na terenu i kasniju obradu podataka, nije izrađen detaljan plan opažanja kao u slučaju prethodne dvije metode.

3.2. Obavljena mjerenja

Visinska izmjera mreže metodom geometrijskog nivelmana u smjeru naprijed obavljena je 25. travnja 2019., a u smjeru natrag 2. svibnja 2019. Prilikom izmjere primijenjen je nivelir Leica Wild NAK2 s planparalelnom pločom GPM3 u kompletu s dvije centimetarske invarne nivelmanske letve WILD GPLE3 visine 3 metra s dvostrukom podjelom. Također su primijenjene i nivelmanske papuče i držači letava kako bi se osigurala visoka preciznost mjerenja i eliminirala mogućnost grubih pogrešaka. U tablici 1 prikazani su podaci mjerenja (visinske razlike u dva smjera, horizontalne duljine vlakova, srednje vrijednosti visinskih razlika i duljina, horizontalne udaljenosti između

točaka i razlike mjerenja visinskih razlika u dva smjera). Također, izračunato je standardno odstupanje dvostruko mjerenih visinskih razlika prema izrazu:

$$s_{(95\%)} = 1,96 \cdot \sqrt{\frac{\sum (\Delta h_{1i} - \Delta h_{2i})^2}{n-1}} \quad (4)$$

gdje su:

Δh_{1i} – visinske razlike mjerene u smjeru naprijed

Δh_{2i} – visinske razlike mjerene u smjeru natrag

n – broj vlakova (visinskih razlika)

1,96 – multiplikator za vjerojatnost od 95%.

Tablica 1. Podaci mjerenja dobiveni geometrijskim nivelmanom.

| Broj vlaka | od | do | Δh_{1i} | d_{1i} | Δh_{2i} | d_{2i} | Δh_{sr} | d_{sr} | d_H | $\Delta h_{1i} - \Delta h_{2i}$ | |
|------------|------|------|-----------------|----------|-----------------|----------|-----------------|----------|-------|---------------------------------|---------------------|
| | | | (m) | (m) | (m) | (m) | (m) | (m) | (m) | (mm) | |
| 1 | 2767 | 3410 | -11,216675 | 104,3 | 11,216455 | 106,9 | -11,216565 | 105,6 | 101,6 | -0,22 | |
| 2 | 3410 | 502 | -7,600815 | 47,3 | 7,600005 | 57,1 | -7,600410 | 52,2 | 44,6 | -0,81 | |
| 3 | 502 | 503 | -5,828865 | 49,6 | 5,828970 | 44,9 | -5,828918 | 47,3 | 41,6 | 0,10 | |
| 4 | 503 | 2821 | -3,855845 | 56,1 | 3,855585 | 60,0 | -3,855715 | 58,1 | 37,0 | -0,26 | |
| 5 | 2821 | 504 | 5,582555 | 67,9 | -5,582175 | 70,3 | 5,582365 | 69,1 | 58,5 | 0,38 | |
| 6 | 504 | 509 | 5,215970 | 61,1 | -5,215540 | 61,3 | 5,215755 | 61,2 | 56,6 | 0,43 | |
| 7 | 509 | 506 | 1,216570 | 41,2 | -1,216730 | 43,2 | 1,216650 | 42,2 | 41,2 | -0,16 | |
| 8 | 506 | 510 | 0,559390 | 34,1 | -0,559570 | 33,9 | 0,559480 | 34,0 | 34,0 | -0,18 | |
| 9 | 510 | 507 | 11,090310 | 73,1 | -11,090850 | 71,3 | 11,090580 | 72,2 | 61,2 | -0,54 | |
| 10 | 507 | 2767 | 4,835680 | 39,2 | -4,835430 | 36,7 | 4,835555 | 38,0 | 36,8 | 0,25 | |
| 11 | 504 | 508 | 16,525010 | 100,7 | -16,526110 | 102,4 | 16,525560 | 101,6 | 63,9 | -1,10 | |
| 12 | 509 | 508 | 11,309280 | 81,1 | -11,308085 | 82,9 | 11,308683 | 82,0 | 58,5 | 1,19 | |
| 13 | 507 | 508 | -1,557375 | 40,1 | 1,557705 | 40,2 | -1,557540 | 40,2 | 40,0 | 0,33 | |
| 14 | 508 | 2767 | 6,392720 | 39,3 | -6,392645 | 36,4 | 6,392683 | 37,9 | 25,5 | 0,07 | |
| | | | | | | | | Σ | 841,3 | 700,9 | $s_{(95\%)} = 1,12$ |

Visinska izmjera metodom trigonometrijskog nivelmana u potpunosti je obavljena 26. travnja 2019. primjenom geodetske mjerne stanice Topcon 2LS Cygnus KS-102 i pribora za prisilno centriranje. U tablici 2 prikazani su podaci mjerenja trigonometrijskim nivelmanom (visinske razlike u dva smjera, horizontalne duljine vlakova, srednje vrijednosti visinskih razlika i duljina te razlike mjerenja visinskih razlika u dva smjera).

Tablica 2. Podaci mjerenja dobiveni trigonometrijskim nivelmanom.

| Broj vlaka | od | do | Δh_{1i} | d_{1i} | Δh_{2i} | d_{2i} | Δh_{sr} | d_H | $\Delta h_{1i} - \Delta h_{2i}$ |
|------------|------|------|-----------------|----------|-----------------|----------|-----------------|-------|---------------------------------|
| | | | (m) | (m) | (m) | (m) | (m) | (m) | (mm) |
| 1 | 508 | 3410 | -4,835 | 91,493 | 4,819 | 91,493 | -4,8270 | 91,5 | -16,0 |
| 2 | 3410 | 502 | -7,591 | 44,582 | 7,594 | 44,582 | -7,5925 | 44,6 | 3,0 |
| 3 | 502 | 503 | -5,833 | 41,514 | 5,829 | 41,514 | -5,8310 | 41,5 | -4,0 |
| 4 | 503 | 2821 | -3,858 | 36,996 | 3,852 | 36,996 | -3,8550 | 37,0 | -6,0 |
| 5 | 2821 | 504 | 5,574 | 58,497 | -5,586 | 58,497 | 5,5800 | 58,5 | -12,0 |
| 6 | 504 | 509 | 5,214 | 56,829 | -5,223 | 56,829 | 5,2185 | 56,8 | -9,0 |
| 7 | 509 | 506 | 1,208 | 41,251 | -1,218 | 41,251 | 1,2130 | 41,3 | -10,0 |
| 8 | 506 | 510 | 0,563 | 34,006 | -0,570 | 34,006 | 0,5665 | 34,0 | -7,0 |
| 9 | 510 | 507 | 11,093 | 61,193 | -11,093 | 61,193 | 11,0930 | 61,2 | 0,0 |
| 10 | 507 | 2767 | 4,840 | 36,758 | -4,834 | 36,758 | 4,8370 | 36,8 | 6,0 |
| 11 | 504 | 508 | 16,525 | 63,862 | -16,534 | 63,862 | 16,5295 | 63,9 | -9,0 |
| 12 | 509 | 508 | 11,310 | 58,526 | -11,320 | 58,526 | 11,3150 | 58,5 | -10,0 |
| 13 | 507 | 508 | -1,554 | 39,979 | 1,555 | 39,979 | -1,5545 | 40,0 | 1,0 |
| 14 | 508 | 2767 | 6,391 | 25,478 | -6,394 | 25,478 | 6,3925 | 25,5 | -3,0 |
| 15 | 503 | 504 | 1,719 | 87,324 | -1,736 | 87,324 | 1,7275 | 87,3 | -17,0 |
| Σ | | | | | | | | 778,3 | $s_{(95\%)} = 18,2$ |

Izmjera mreže metodom GNSS nivelmana obavljena je 2. rujna 2019. Mjerenja su obavljena primjenom prijemnika Topcon HiperSR GNSS i metode RTK (Real Time Kinematic – kinematika u realnom vremenu), spajanjem na visokoprecizni pozicijski servis u realnom vremenu CROPOS-a. Visina svake točke mjerena je četiri puta u trajanju od 30 epoha (sekundi). Zbog horizonta zaklonjenog strmim terenom i gustom šumom nije bilo moguće provesti opažanja na točki 510. U tablici 3 nalaze se srednje vrijednosti visina točaka određenih metodom GNSS nivelmana te ocjena točnosti visina iz ponovljenih mjerenja.

Tablica 3. Podaci mjerenja metodom GNSS nivelmana.

| Broj točke | H (m) | $s_{(95\%)} (mm)$ |
|------------|-----------------------------|---------------------|
| 2767 | 188,986 | 22,3 |
| 3410 | 177,764 | 21,9 |
| 502 | 170,197 | 21,4 |
| 503 | 164,334 | 6,9 |
| 2821 | 160,521 | 11,6 |
| 504 | 166,055 | 11,5 |
| 509 | 171,304 | 37,7 |
| 506 | 172,540 | 17,6 |
| 510 | Nemogućnost prijema signala | |
| 507 | 184,137 | 8,2 |
| 508 | 182,591 | 2,5 |
| | | $s_{(95\%)} = 20,4$ |

3.3. Obrada podataka mjerenja

Nakon što je utvrđeno da se mjerenja visinskih razlika u dva smjera signifikantno ne razlikuju (tablice 1 i 2), pristupilo se izračunu nesuglasica u figurama (ω) s ciljem otkrivanja grubih pogrešaka te određivanja standardnog odstupanja zatvaranja figura (tablica 4) sukladno formuli Ferrero (Čubranić 1974):

$$s_{F(95\%)} = 1,96 \cdot \sqrt{\frac{\sum \omega_i^2}{n_\omega}} \quad (5)$$

gdje su:

ω_i – nesuglasica zatvaranja figura

n_ω – broj figura u mreži

1,96 – multiplikator za vjerojatnost od 95%.

Utvrđeno je da su sve nesuglasice s obzirom na veličinu figura i nagib terena prihvatljivog iznosa u odnosu na primijenjenu metodu niveliranja te je otklonjena mogućnost postojanja grubih grešaka u rezultatima mjerenja.

Tablica 4. Nesuglasice zatvaranja figura u nivelmanskoj mreži.

| Geometrijski nivelman | | Trigonometrijski nivelman | |
|-----------------------|-----------------------------|---------------------------|-----------------------------|
| Figura | Nesuglasica ω_i (mm) | Figura | Nesuglasica ω_i (mm) |
| I | -1,00 | I | 6,5 |
| II | -1,12 | II | -2,5 |
| III | 0,49 | III | 4,0 |
| IV | 0,41 | IV | 3,0 |
| Obod mreže | -1,22 | V | -1,0 |
| | | Obod mreže | 10,0 |
| $s_{F(95\%)}$ | 1,79 | $s_{F(95\%)}$ | 10,6 |

4. Izjednačenje geodetske mreže i analiza rezultata

Kada je utvrđeno nepostojanje grubih pogrešaka u mjerenjima te nakon što su određene srednje visinske razlike i duljine vlakova, može se pristupiti izjednačenju visinske geodetske mreže. Izjednačenje je obavljeno primjenom Gauss-Markovljeva algoritma uz metodu najmanjih kvadrata, a težine mjerenja određene su iz duljina vlakova (Feil 1989, Rožić 2007). Obje mreže, geometrijskog i trigonometrijskog nivelmana, izjednačene su u konvencionalnom i optimalnom datumu. Za datumsku točku prilikom izjednačenja u konvencionalnom datumu uzeta je GPS točka Grada Zagreba oznake 2767 s normalnom ortometrijskom visinom u službenom visinskom sustavu Republike Hrvatske HVRS71 u iznosu od 189,012 metara. Prilikom izjednačenja u optimalnom datumu dodan je uvjet izjednačenja uz primjenu pseudoinverzije prilikom rješavanja normalnih jednadžbi. Nakon provedenog izjednačenja dobivene su konačne visine točaka s pripadnim standardnim odstupanjem i referentnim standardnim odstupanjem uz vjerojatnost od 95% (tablica 5). Mreža je također ocijenjena globalnim kriterijem položajne točnosti po Mittermayeru (1972):

$$s_{M(95\%)} = s_{0(95\%)} \cdot \sqrt{\frac{\text{tr}(Q_{xx})}{u}} \quad (6)$$

gdje su:

$s_{M(95\%)}$ – standardno odstupanje mreže po Mittermayeru

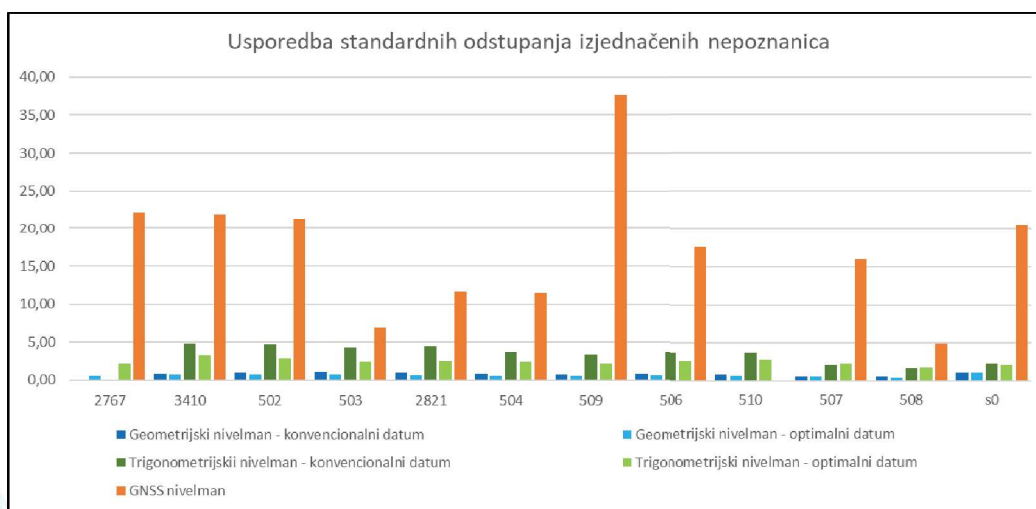
$s_{0(95\%)}$ – referentno standardno odstupanje

u – broj nepoznanica u mreži.

Tablica 5. Izjednačene visine točaka s pripadnim pojedinačnim i globalnim ocjenama točnosti.

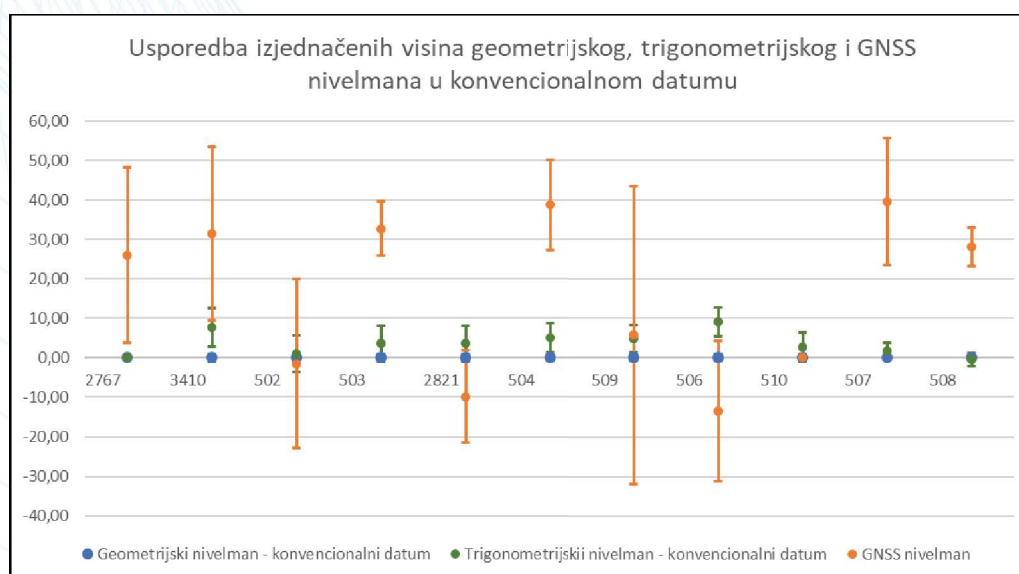
| Broj točke | Geometrijski nivelman | | | | Trigonometrijski nivelman | | | |
|------------|-----------------------|-----------------------------|-----------------|-----------------------------|---------------------------|-----------------------------|-----------------|-----------------------------|
| | Konvencionalni datum | | Optimalni datum | | Konvencionalni datum | | Optimalni datum | |
| | H (m) | $s_{\bar{x}(95\%)}$ (mm) | H (m) | $s_{\bar{x}(95\%)}$ (mm) | H (m) | $s_{\bar{x}(95\%)}$ (mm) | H (m) | $s_{\bar{x}(95\%)}$ (mm) |
| 2767 | 189,0120 | – | 189,0137 | 0,50 | 189,012 | – | 189,016 | 2,2 |
| 3410 | 177,7958 | 0,91 | 177,7975 | 0,72 | 177,788 | 4,8 | 177,792 | 3,2 |
| 502 | 170,1955 | 1,01 | 170,1972 | 0,73 | 170,194 | 4,6 | 170,198 | 2,9 |
| 503 | 164,3668 | 1,03 | 164,3685 | 0,72 | 164,363 | 4,3 | 164,367 | 2,4 |
| 2821 | 160,5112 | 0,99 | 160,5129 | 0,68 | 160,508 | 4,4 | 160,512 | 2,5 |
| 504 | 166,0938 | 0,80 | 166,0955 | 0,54 | 166,089 | 3,7 | 166,093 | 2,4 |
| 509 | 171,3099 | 0,76 | 171,3116 | 0,53 | 171,305 | 3,4 | 171,309 | 2,1 |
| 506 | 172,5265 | 0,83 | 172,5283 | 0,63 | 172,517 | 3,7 | 172,521 | 2,6 |
| 510 | 173,0860 | 0,82 | 173,0877 | 0,65 | 173,083 | 3,7 | 173,087 | 2,7 |
| 507 | 184,1765 | 0,50 | 184,1783 | 0,51 | 184,175 | 2,0 | 184,179 | 2,3 |
| 508 | 182,6191 | 0,50 | 182,6208 | 0,47 | 182,620 | 1,6 | 182,624 | 1,8 |
| | $s_{0(95\%)} =$ | 1,02 | $s_{0(95\%)} =$ | 1,02 | $s_{0(95\%)} =$ | 2,3 | $s_{0(95\%)} =$ | 2,1 |
| | $s_{M(95\%)} =$ | 0,83 | $s_{M(95\%)} =$ | 0,62 | $s_{M(95\%)} =$ | 3,8 | $s_{M(95\%)} =$ | 2,5 |

Nakon izračuna visina točaka u svim mrežama u različitim datumima, napravljena je usporedba dobivenih rezultata. Za sve tri metode nivelmana napravljena je usporedba dobivenih standardnih odstupanja i izjednačenih visina u konvencionalnom datumu. Međutim, zbog bolje preglednosti rezultata, prikazana je i zasebna usporedba izjednačenih visina u konvencionalnom i optimalnom datumu samo između metoda geometrijskog i trigonometrijskog nivelmana. Na slici 6 prikazana je usporedba standardnih odstupanja izjednačenih nepoznanica određenih geometrijskim, trigonometrijskim i GNSS nivelmanom.



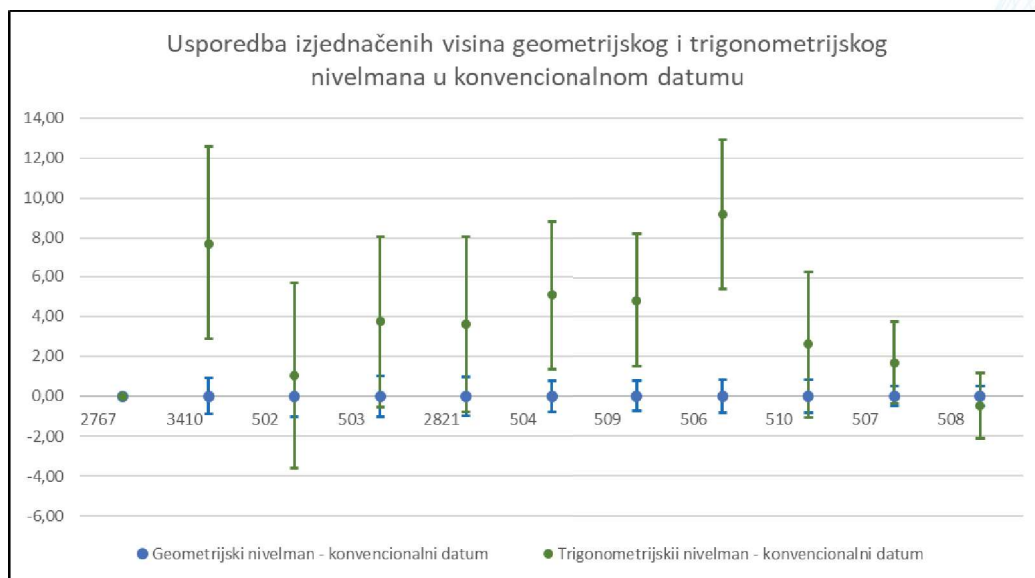
Slika 6. Usporedba standardnih odstupanja izjednačenih nepoznanica

Kako su standardna odstupanja metode geometrijskog nivelmana u odnosu na druge dvije metode najmanja, izjednačene visine dobivene geometrijskim nivelmanom u daljnjim su usporedbama uzimane kao referentne vrijednosti. Slika 7 prikazuje usporedbu razlika izjednačenih visina, dobivenih metodama geometrijskog, trigonometrijskog i GNSS nivelmana u konvencionalnom datumu s pripadnom ocjenom točnosti nepoznanica.



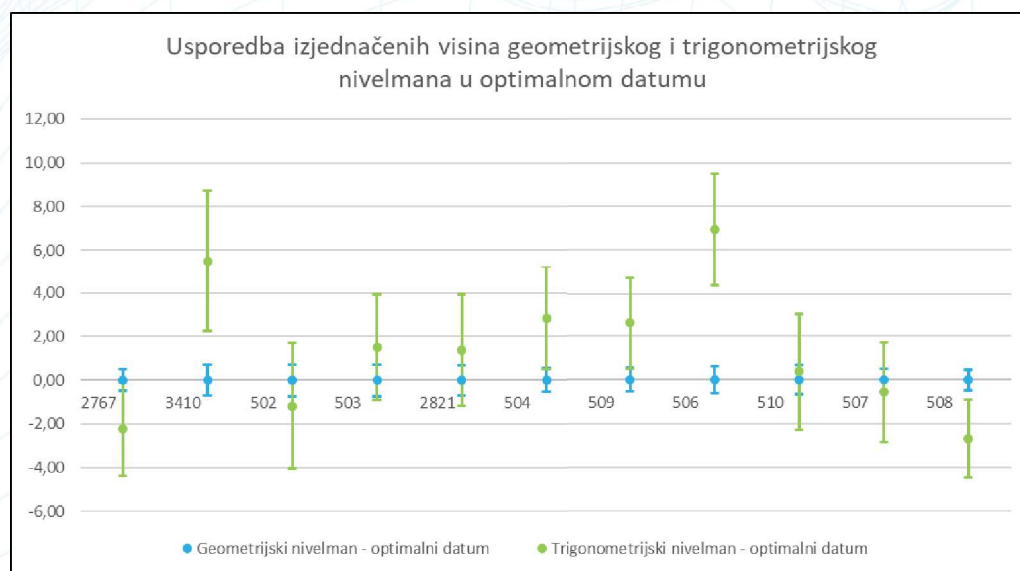
Slika 7. Usporedba izjednačenih visina triju metoda u konvencionalnom datumu.

Na [slici 8](#) dana je usporedba razlika izjednačenih visina dobivenih metodom geometrijskog i trigonometrijskog nivelmana u konvencionalnom datumu s pripadnom ocjenom točnosti nepoznanica.



Slika 8. Usporedba izjednačenih visina dviju metoda u konvencionalnom datumu.

Usporedba razlika izjednačenih visina dobivenih metodom geometrijskog i trigonometrijskog nivelmana u optimalnom datumu s pripadnom ocjenom točnosti nepoznanica, prikazana je na [slici 9](#).



Slika 9. Usporedba izjednačenih visina dviju metoda u optimalnom datumu.

5. Zaključak

Mjerenja geometrijskim nivelmanom obavljena su u dva navrata, dok je za mjerenja trigonometrijskim i GNSS nivelmanom bio potreban po jedan termin. Razlog duljeg trajanja mjerenja geometrijskim nivelmanom je strmi teren, zbog kojega su bile potrebne značajno veće duljine nivelmanskih vlakova uzrokovane ograničenjem u duljini vizure do nivelmanskih mjernih letvi. S druge strane trigonometrijski nivelman ne ovisi o nagibu terena što skraćuje trajanje mjerenja, ali je ograničen obveznim dogledanjem između točaka mreže. Također, u trigonometrijskom nivelmanu, obvezna je i signalizacija mjerenih točaka prije početka mjerenja što zahtijeva prethodnu pripremu mjerenja i određeni utrošak vremena. GNSS metoda mjerenja je u usporedbi s prethodne dvije metode najbrža te ne zahtijeva dugotrajnu pripremu, ali njezina primjenjivost uvelike ovisi o vegetaciji koja okružuje mjerene točke, što je u ovom slučaju rezultiralo nemogućnošću izmjere na točki 510, zbog zaklonjenog horizonta okolnim stablima.

Nakon mjerenja obavljena je inicijalna obrada podataka te kontrola provedenih mjerenja geometrijskim i trigonometrijskim nivelmanom. Početnom kontrolom uspoređene su visinske razlike iz dvostrukih mjerenja kako bi se utvrdilo postoje li veća odstupanja koja bi ukazivala na eventualnu grubu pogrešku mjerenja. Budući da nisu pronađena signifikantna odstupanja, provedena je dodatna kontrola nesuglasica zatvaranja figura. Sve

nesuglasice, s obzirom na veličinu figura i nagib terena, bile su prihvatljivog iznosa. Kako je kontrolama utvrđeno da ne postoje grube pogreške unutar mjerenja, moglo se provesti izjednačenje mreže.

Izjednačenja mreža geometrijskog i trigonometrijskog nivelmana provedena su primjenom Gauss-Markovljeva algoritma uz metodu najmanjih kvadrata u konvencionalnom i optimalnom datumu, čime su dobivene konačne visine točaka s pripadnim standardnim odstupanjima i referentnim standardnim odstupanjem uz vjerojatnost od 95%. Kod izjednačenja u konvencionalnom datumu kao datumka točka primijenjena je GPS točka Grada Zagreba s oznakom 2767. Također, provedena je i ocjena globalnim kriterijem položajne točnosti mreže po Mittermayeru. Dobiveni rezultati izjednačenja primijenjeni su za daljnje analize.

Iz rezultata usporedbe standardnih odstupanja mjerenja vidljivo je da su mjerenja geometrijskim nivelmanom očekivano najtočnija te njihovo referentno standardno odstupanje iznosi 1,02 mm za konvencionalni i za optimalni datum. Točnost mjerenja trigonometrijskim nivelmanom također je visoka te referentna standardna odstupanja

iznose 2,3 mm za konvencionalni i 2,1 mm za optimalni datum. S druge strane iz usporedbe je vidljivo da je točnost GNSS mjerenja značajno manja u usporedbi s prethodne dvije metode te standardna odstupanja iznose od najmanje 2,5 mm pa do 37,7 mm. Budući da su mjerenja geometrijskim nivelmanom najveće točnosti, vrijednosti konačnih visina dobivenih izjednačenjem primijenjene su u daljnjim usporedbama kao referentne vrijednosti. Iz grafova prikazanih na slikama 7, 8 i 9 vidljivo je da najveća razlika između rezultata mjerenja geometrijskim i trigonometrijskim nivelmanom iznosi nešto manje od 10 mm za konvencionalni i 8 mm za optimalni datum, a ako se uzmu u obzir i standardna odstupanja mjerenja ta razlika ne bi smjela prelaziti 15 mm u konvencionalnom i 10 mm u optimalnom datumu. Iz grafova je također vidljivo i da mjerenja GNSS nivelmanom na nekim točkama značajno odstupaju od referentnih vrijednosti, i to najviše do približno 40 mm. Kako mjerenja GNSS nivelmanom nije moguće izjednačiti u optimalnom datumu, rezultati su primijenjeni za usporedbe samo u konvencionalnom datumu.

Iz svega prethodno navedenog moguće je zaključiti da se mjerenjima geometrijskim nivelmanom može postići submilimetarska točnost određivanja visina točaka, ali bitno je napomenuti da je to i vremenski najzahtjevnija metoda, posebice ako

se radi o terenu velikog nagiba. Vrlo dobra alternativa geometrijskom nivelmanu svakako može biti trigonometrijski nivelman, ako je zahtijevana točnost mreže na razini nekoliko milimetara te postoji dogledanje između točaka mreže. Točnost koja se postiže GNSS nivelmanom primjenom RTK metode, u usporedbi s prethodne dvije metode, nešto je ipak manja te bi tu metodu trebalo primijeniti samo u radovima gdje zahtijevana točnost određivanja visina nije veća od 4 cm. Pri izjednačenju geodetske mreže potrebno je voditi računa o njezinoj kasnijoj namjeni. Ukoliko se radi o mreži za potrebe detaljne izmjere, dovoljna točnost postiže se izjednačenjem u konvencionalnom datumu, međutim, ako se radi o mreži za posebne namjene, kao što je praćenje pomaka, svakako se mreža mora izjednačiti u optimalnom datumu. Izjednačenjem u optimalnom datumu sprječava se zadržavanje pogrešaka uzrokovanih uvođenjem datumskih točaka, što bi moglo ugroziti točnost određivanja visina ostalih točaka geodetske mreže.

Literatura

Barković, Đ., Zrinjski, M. (2020): Terenska mjerenja, sveučilišni priručnik, Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb.

Barković, Đ., Baričević, S., Zrinjski, M., Sever, H. (2017): Influence of the Refraction on Trigonometric Levelling between Close Points, Conference Proceedings, 17th International Multidisciplinary Scientific GeoConference SGEM 2017, Sofia, Bulgaria, Vol. 17, 361–368.

Benčić, D., Solarić, N. (2008): Mjerni instrumenti i sustavi u geodeziji i geoinformatici, Školska knjiga, Zagreb.

Čubranić, N. (1974): Viša geodezija, I dio, Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb.

Feil, L. (1989): Teorija pogrešaka i račun izjednačenja – prvi dio, Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb.

Grgić, I., Lučić, M., Repanić, M., Kršulović, D. (2010): Primjena CROPOS servisa u određivanju elipsoidnih visina, Zbornik radova, 4. hrvatski kongres o katastru, Zagreb, 237–252.

Groves, P. D. (2013): Principles of GNSS, Inertial, and Multisensor Integrated Navigation Systems, 2nd ed., Artech House, Boston, MA, USA.

Macarol, S. (1985): Praktična geodezija, 4. izdanje, Tehnička knjiga, Zagreb.

Marjanović, M. (2010): CROPOS – hrvatski pozicijski sustav, Ekscentar, 12, 28–34.

Mittermayer, E. (1972): A generalisation of the least-squares method for the adjustment of free networks, Bulletin Géodésique, Vol. 104, No. 1, 139–157.

Pedić, L. (2019): Visinska izmjera poligonske mreže na području parka Jelenovac metodama trigonometrijskog i GNSS nivelmana, diplomski rad, Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb.

Rožić, N. (2007): Računska obrada geodetskih mjerenja, Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb.

Tulumović, F. (2019): Visinska izmjera poligonske mreže na području parka Jelenovac metodom preciznog geometrijskog nivelmana, diplomski rad, Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb.

Vlada Republike Hrvatske (2004): Odluka o utvrđivanju službenih geodetskih datuma i ravninskih kartografskih projekcija Republike Hrvatske, Narodne novine, 110/04, Zagreb.

ZG portal (2020): ZG portal, <https://www.zgportal.com/>, [pristupljeno 18.3.2020.].

Zrinjski, M., Barković, Đ., Baričević, S., Alaupović, L. (2018): Accuracy Analysis of Geometric, Trigonometric and GNSS Height Difference Levelling, Zbornik radova, VI. hrvatski kongres o katastru, Zagreb, 235–244.

Zrinjski, M., Barković, Đ., Matika, K. (2019): Razvoj i modernizacija GNSS-a, Geodetski list, 73, 1, 45–65.

AUTORI/AUTHORS

Đuro Barković
prof. dr. sc. Đuro Barković, Geodetski fakultet, Sveučilište u Zagrebu, Kačićeva 26, HR-10000 Zagreb, Hrvatska,
e-mail: djuro.barkovic@geof.unizg.hr

Mladen Zrinjski
prof. dr. sc. Mladen Zrinjski, Geodetski fakultet, Sveučilište u Zagrebu, Kačićeva 26, HR-10000 Zagreb, Hrvatska,
e-mail: mladen.zrinjski@geof.unizg.hr

Ivan Kolar
Ivan Kolar, mag. ing. geod. et geoinf., Geodetski fakultet, Sveučilište u Zagrebu, Kačićeva 26, HR-10000 Zagreb, Hrvatska,
e-mail: ikolar@geof.unizg.hr

Sergej Baričević
Sergej Baričević, mag. ing. geod. et geoinf., Geodetski fakultet, Sveučilište u Zagrebu, Kačićeva 26, HR-10000 Zagreb, Hrvatska,
e-mail: sbaricevi@geof.unizg.hr

Filip Tulumović
Filip Tulumović, mag. ing. geod. et geoinf., HR-23440 Gračac, Hrvatska

Luka Pedić
Luka Pedić, mag. ing. geod. et geoinf., HR-23226 Pridraga, Hrvatska