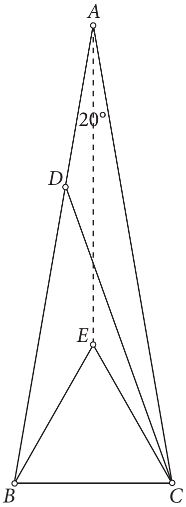
Matka 28 (2019./2020.) br. 111

ČETIRI RJEŠENJA ZADATKA O JEDNAKOKRAČNOM TROKUTU

Dragoljub Milošević, Gornji Milanovac



Slika 1.

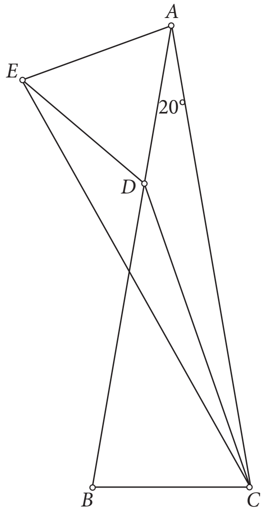
Na matematičkim se natjecanjima često javljaju geometrijski zadatci koji se mogu rješavati na više različitih načina. Rješavanje zadataka na dva ili više načina vrlo je važan i kreativan posao za sve učenike koji pokazuju veće zanimanje za matematiku. Pri rješavanju zadataka na više načina dolazi do izražaja bogatstvo ideja i stvaralačko mišljenje. Naravno, tu je potrebno određeno predznanje koje se stječe na satima redovite nastave matematike, samostalnim radom, vježbanjem i – rješavanjem zadataka na više različitih načina.

U ovom članku pokazat ćemo kako se jedan natjecateljski zadatak o jednakokračnom trokutu može rješavati na četiri načina. Pozivamo Matkače da nam pošalju još neko moguće rješenje istoga zadatka.

Zadatak. U trokutu ΔABC je $|AB| = |AC|$ i $|\angle BAC| = 20°$, a na stranici $\overline{AB}$ označena je točka D takva da je $|AD| = |BC|$. Izračunajte veličinu kuta $\angle DCA$.

Rješenje 1. Unutar trokuta ABC odredimo točku E tako da trokut ΔBCE bude jednakostraničan (Slika 1.). Budući da je $|AB| = |AC|$, $|BE| = |AD|$, a dužina $\overline{AE}$ je zajednička stranica trokuta ΔABE i ΔACE, zaključujemo da su ti trokuti sukladni. Zato je $|\angle BAE| = |\angle CAE| = 10°$. Veličine kutova uz osnovicu trokuta ΔABC su jednake i njihova je veličina 80° pa je $|\angle ABE| = |\angle ACE| = 80° - 60° = 20°$. Također, trokuti ΔACE i ΔCAD su sukladni jer imaju zajedničku stranicu $\overline{AC}$, $|CE| = |AD|$, $|\angle ECA| = |\angle DAC| = 20°$ (poučak S-K-S). Zato je $|\angle DCA| = |\angle EAC| = 10°$.

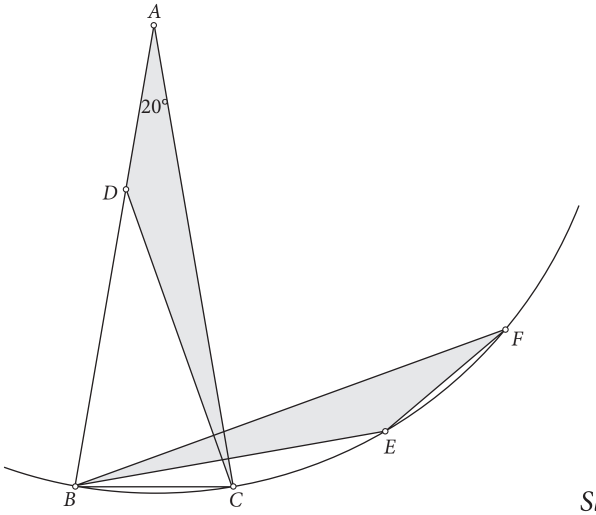
Rješenje 2. Konstruirat ćemo jednakostranični trokut ΔDAE (s vanjske strane trokuta ΔABC, kao na Slici 2.). Trokuti ΔCAE i ΔABC sukladni su prema poučku S-K-S (budući da vrijedi $|AB| = |CA|$, $|BC| = |AE|$ i $|\angle CAE| = |\angle ABC| = 80°$). Zato je $|\angle ACE| = |\angle BAC| = 20°$. Iz sukladnosti trokuta ΔADC i ΔEDC (poučak S-K-S) slijedi $|\angle DCA| = |\angle ECD| = 20° : 2 = 10°$.

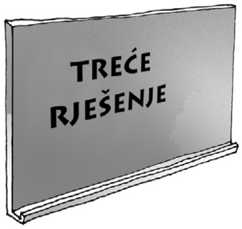


Slika 2.

Rješenje 3. Konstruiramo kružnicu $k(A, AB)$ i na njoj odredimo točke E i F tako da je $|CE| = |EF| = |BC|$ (Slika 3.). Kako je $|\angle BAF| = 3 \cdot 20° = 60°$ i $|AB| = |AF|$, zaključujemo da je ΔABF jednakostraničan. Kutovi $\angle EAF$ i $\angle EBF$ su središnji i obodni nad kružnim lukom $\overset{\frown}{EF}$, pa zaključujemo da je

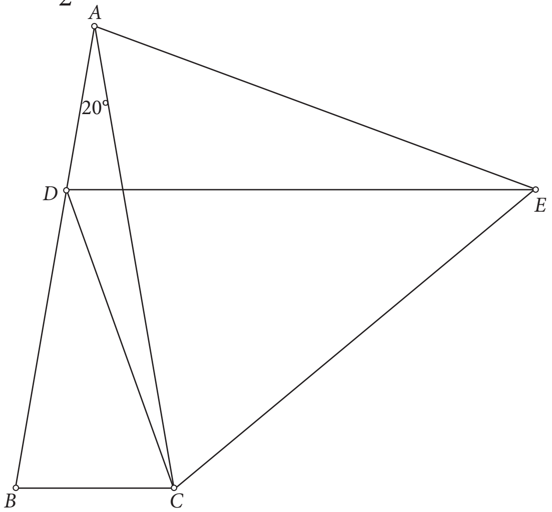
$|\angle EBF| = \dfrac{1}{2}|\angle EAF| = 10^\circ$. Kako je $|AC| = |BF|$, $|AD| = |EF|$ i $|\angle DAC| =$ $= |\angle BFE| = 20°$, zaključujemo da su trokuti ΔBEF i ΔADC sukladni (poučak S-K-S), pa je $|\angle DCA| = |\angle EBF| = 10°$.





Slika 3.

Rješenje 4. Konstruiramo ΔADE sukladan sa ΔABC (Slika 4.). Kako je $|AE| = |DE| = |AB| = |AC|$ i $|\angle CAE| = 80° - 20° = 60°$, trokut ΔACE je jednakostraničan. Tada je $|CE| = |AE|$ i, zbog $|DE| = |AE|$, točka E jednako je udaljena od točaka A, D i C, tj. te tri točke pripadaju istoj kružnici. Zbog toga imamo $|\angle DCA| = \dfrac{1}{2}|\angle DEA|$ (prema poučku o središnjem i obodnom kutu nad istim lukom), tj. $|\angle DCA| = \dfrac{1}{2} \cdot 20° = 10°$.



Slika 4.