

ALICA U ZEMLJI LOGIČKIH ZAGONETAKA (2)

Franjo Vuković i Nikola Borzić, XV. gimnazija, Zagreb

U prošlom smo broju rješavali problem nestanka papra iz priče *Alica u zemlji čudesa*. Pomoću tablica istinitosti došli smo do zaključka da kuharica sigurno nije ukrala papar. Na nama je bilo da sada među preostalim osumnjičenicima (Ožujski Zec, Ludi Klobučar, Puh, Grifon, Kornjača i Jastog) pronađemo krivca. To ćemo pokušati na isti način na koji smo doznali kako papar nije ukrala damina kuharica, dakle pomoću tablica istinitosti. Za početak pogledajmo sljedeći dio priče.

Sljedeći su osumnjičeni bili, a tko drugi do – Ožujski Zec, Ludi Klobučar i Puh.

Poslali su vojsku u njihovu kuću, no papra nisu našli.

Pa ipak su ih uhapsili jer su ga mogli negdje kriti.

*Na sudu je Ožujski Zec tvrdio da je Klobučar nevin,
a Klobučar da je Puh nevin.*

Puh je nešto mrmljao u polusnu što nitko nije razumio.

*Naposlijetku se ispostavilo da nitko nevin nije dao lažan iskaz,
a (sjećamo se da) paprokradice nikada ne daju istinit iskaz.*

Također, papar je ukralo samo jedno stvorenje.



Pretpostavimo da je netko od ovo troje osumnjičenih ukrao papar i da govore istinu. Na temelju toga stvorit ćemo 5 logičkih tvrdnji koje će nam pomoći u sastavljanju tablica istinitosti.

A – Ožujski Zec je ukrao papar.

B – Ludi Klobučar je ukrao papar.

C – Puh je ukrao papar.

D – Ožujski Zec govori istinu.

E – Ludi Klobučar govori istinu.

Znajući da paprokradice lažu, možemo zaključiti:

$$A \rightarrow \neg D \quad \text{i} \quad B \rightarrow \neg E$$

Ali ako je Ožujski Zec ukrao papar, onda govori istinu jer je onda Ludi Klobučar nevin. Ako ga je pak Klobučar ukrao, tada i on govori istinu jer je onda Puh nevin.

Zaključujemo:

$$A \rightarrow D \quad \text{i} \quad B \rightarrow E$$

Napravimo tablicu istinitosti za Ožujskog Zeca:

A	D	$\neg D$	$A \rightarrow \neg D$	$A \rightarrow D$	$(A \rightarrow \neg D) \wedge (A \rightarrow D)$
0	0	1	1	1	1
0	1	0	1	1	1
1	0	1	1	0	0
1	1	0	0	1	0



Zadatak 1.

Ispunite tablicu istinitosti za Ludog Klobučara i uvjerite se da ni on nije krivac.

B	E	$\neg E$	$B \rightarrow \neg E$	$B \rightarrow E$	$(B \rightarrow \neg E) \wedge (B \rightarrow E)$
0	0				
0	1				
1	0				
1	1				

Iz tablica možemo zaključiti da Ožujski Zec i Klobučar nisu ukrali papar. No, je li Puh ukrao papar? Ako pretpostavimo da je Puh ukrao papar, onda možemo zaključiti da je Klobučar lagao. Budući da znamo to i da svi nevinu govore istinu, možemo izvesti dva izraza:

$$C \rightarrow \neg E \quad \text{i} \quad C \rightarrow E$$

Zadatak 2.

Ispunite tablicu istinitosti za Puha.

C	E	$\neg E$	$C \rightarrow \neg E$	$C \rightarrow E$	$(C \rightarrow \neg E) \wedge (C \rightarrow E)$
0	0				
0	1				
1	0				
1	1				

Ni Puh nije ukrao papar. Pa tko ga je onda ukrao?!

Ostalo nam je još samo troje osumnjičenih pa se nadamo da se među njima doista krije krivac. Pogledajmo posljednji dio priče.

– O da, ovo je zaista složen slučaj – reče Kralj.
 Sljedeći sumnjivci bili su Grifon, Kornjača i Jastog.
 Na sudu, Grifon je rekao da je Kornjača nevinu,
 a Kornjača je rekla da je kriv Jastog.
 Opet, nijedan nevin nije lagao, a krivac nije govorio istinu.



Ponovno ćemo pretpostaviti da je netko od ovo troje osumnjičenih zaista ukrao papar i da govore istinu pa ćemo na temelju tih pretpostavki sastaviti pet logičkih izraza koji će nam, nadajmo se, pomoći u pronalaženju krivca.

- A – Grifon je ukrao papar. B – Kornjača je ukrala papar.
 C – Jastog je ukrao papar. D – Grifon govori istinu.
 E – Kornjača govori istinu.

Ako je ukrao papar, Grifon govori istinu jer je onda Kornjača nevinu, no ako je ukrao papar mora i lagati jer paprokradice lažu, stoga će nam pretpostavke izgledati ovako:

$$A \rightarrow \neg D \quad \text{i} \quad A \rightarrow D$$



Pogledajmo sada kako će izgledati tablica istinitosti o Grifonu i je li možda upravo on paprokradica.

A	D	$\neg D$	$A \rightarrow \neg D$	$A \rightarrow D$	$(A \rightarrow \neg D) \wedge (A \rightarrow D)$
0	0	1	1	1	1
0	1	0	1	1	1
1	0	1	1	0	0
1	1	0	0	1	0



Ponovno u tablici istinitosti nema podudarnosti pa zaključujemo da niti Grifon nije kriv.

Pretpostavimo da je Kornjača kriva. Ako je Kornjača ukrala papar, onda Grifon laže, no budući da je nevin, mora govoriti istinu, a tu ćemo pretpostavku prikazati na ovaj način:

$$B \rightarrow \neg D \text{ i } B \rightarrow D$$

Zadatak 3.

Ispunite tablicu istinitosti za Kornjaču.

B	D	$\neg D$	$B \rightarrow \neg D$	$B \rightarrow D$	$(B \rightarrow \neg D) \wedge (B \rightarrow D)$
0	0				
0	1				
1	0				
1	1				

Ponestaje nam sumnjivaca jer iz tablice istinitosti možemo zaključiti kako niti Kornjača nije ukrala papar.

Preostao je nam jedino Jastog, pa pogledajmo što možemo doznati o njemu. Ako je Jastog ukrao papar, Kornjača govori istinu i Grifon govori istinu, a budući da su nevin, znamo da su govorili istinu pa taj iskaz ne moramo dva puta pisati i zato u ovome slučaju imamo dvije jednostavne pretpostavke koje bi trebalo biti lagano provjeriti:

$$C \rightarrow D \text{ i } C \rightarrow E$$

C	D	E	$C \rightarrow D$	$C \rightarrow E$	$(C \rightarrow D) \wedge (C \rightarrow E)$
0	0	0	1	1	1
0	0	1	1	1	1
0	1	0	1	1	1
0	1	1	1	1	1
1	0	0	0	0	0
1	0	1	0	1	0
1	1	0	1	0	0
1	1	1	1	1	1

Budući da u ovoj tablici možemo uočiti kombinaciju koja sadrži i tvrdnju da je Jastog ukrao papar i tvrdnju koja govori da je rješenje istinito, zaključujemo da je Jastog zaista ukrao papar i na taj smo način uspješno riješili ovu zagonetku.

