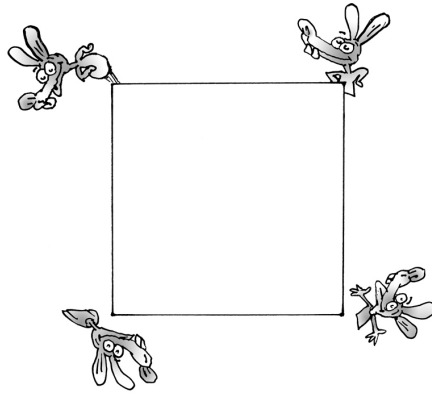


## MIŠEVI KOJI SE IGRAJU LOVICE

Franka Miriam Brückler, Zagreb

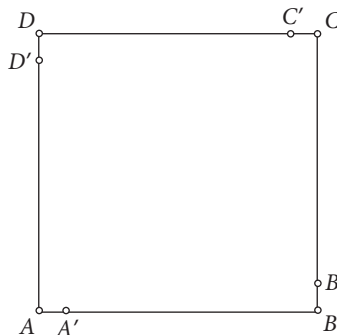
U četiri vrha kvadrata stoje četiri miša:



Svaki miš kreće loviti svog prvog lijevog (ili prvog desnog) susjeda. Svi miševi trče istom brzinom. Matematički zadatak poznat kao „problem miševa” je odgovoriti: Kojim će se putovima miševi kretati? Posebno, hoće li ikoji miš uloviti onoga kojeg lovi?

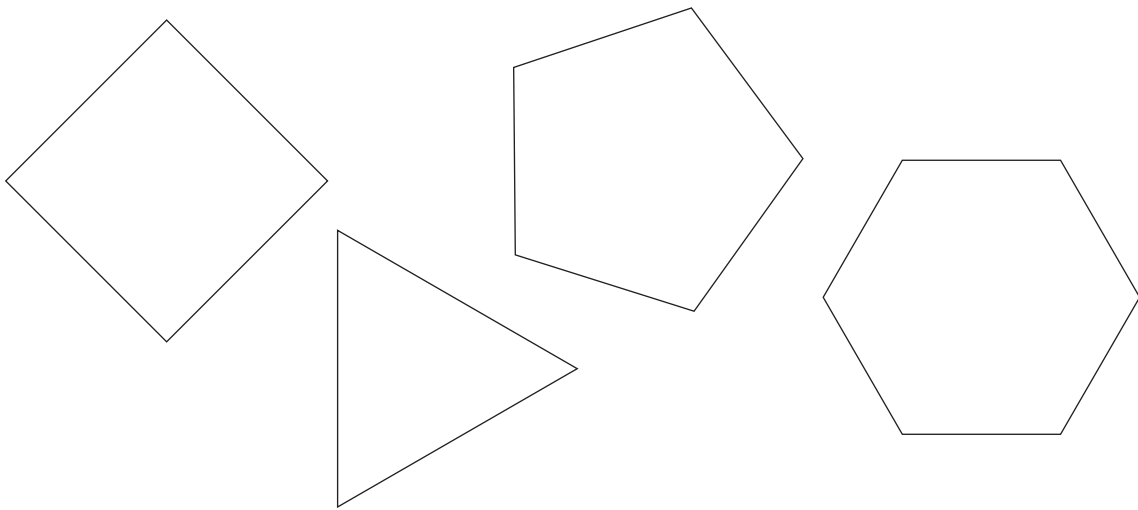
Prvo primijetimo da, budući da je kvadrat pravilan (i zbog jednake brzine kretanja miševa), ako ikoji miš ulovi svoga susjeda, onda će to uspjeti svakom, tj. sva će se četiri miša susresti, a zbog simetrije to mora biti u središtu kvadrata. Nadalje, zbog ograničenosti kvadrata intuitivno je jasno (a dalo bi se i egzaktno dokazati) da će se stvarno poloviti, a ne besciljno trčkarati po kvadratu.

Kakvim će se dakle krivuljama miševi kretati od vrhova prema središtu kvadrata? Zamisli prvo da se svaki miš malo (primjerice, za desetinu duljine stranice kvadrata) pomaknuo ravno duž stranice kvadrata: Miš  $A$  do  $A'$ ,  $B$  do  $B'$ ,  $C$  do  $C'$  i  $D$  do  $D'$ . Važno je da (zbog jednake brzine kretanja miševa) udaljenosti  $A$  do  $A'$ ,  $B$  do  $B'$ ,  $C$  do  $C'$  i  $D$  do  $D'$  budu jednake.



Spoji nove zamišljene pozicije miševa  $A'$ ,  $B'$ ,  $C'$ ,  $D'$  u novi kvadrat. Na stranicama tog novog kvadrata označi po jednu točku koja je od  $A'$ ,  $B'$ ,  $C'$  odnosno  $D'$  udaljena točno koliko je  $A'$  udaljena od  $A$ ,  $B'$  od  $B$ ,  $C'$  od  $C$  i  $D'$  od  $D$  (i u istom smjeru, kod nas je to bio smjer obrnut od kazaljke na satu). Spoji te nove četiri točke u novi kvadrat. Ponavljaj sve dok više ne budeš mogao ucrtati manji kvadrat. Kad završiš crtanje, učit ćeš da vrhovi svih kvadrata prate četiri jednake (matematički: sukladne) krivulje – to su krivulje po kojima će trčati tvoji miševi. Ponovi isti zadatak s promjenom udaljenosti  $A'$  do  $A$  na nešto manju ili veću.

Što ako imamo isti zadatak s tri miša u vrhovima pravilnog trokuta? Pet miševa u vrhovima pravilnog peterokuta? Šest miševa u vrhovima pravilnog šesterokuta? Da ti olakšamo, evo po jednog praznog kvadrata, pravilnog trokuta, peterokuta i šesterokuta da možeš isprobati i usporediti.



Slobodno oboji svoje slike da dobiješ atraktivne matematičke grafike! Ako ti se slike svide, slobodno isprobaj i s nekim nepravilnim mnogokutom ili pak s pravilnim mnogokutom, ali nejednakim brzinama kretanja miševa (to znači da razmaci  $A$  do  $A'$ ,  $B$  do  $B'$ ,  $C$  do  $C'$  i  $D$  do  $D'$  nisu jednaki).

Ovakve krivulje, koje nastaju temeljem zadatka u kojem se po određenom pravilu međusobno love miševi, psi, pčele, projektili... u matematici se nazivaju „krivuljama lova” (engl. *pursuit curve*) i one mogu biti vrlo raznolike. Za naš tip zadatka (miševi u vrhovima pravilnog mnogokuta koji se kreću jednakim brzinama) krivulje lova po kojima će se kretati zovu se logaritamske spirale. O logaritamskim spiralama više ćemo reći u sljedećem broju. Krivulje koje se pak ističu u tvojim slikama samo su približno prave logaritamske spirale jer se sastoje od ravnih dijelova, a dobiveni uzorci nazivaju se vrtlozima (engl. *whirl*).

