



Petar Mladinić, Zagreb

MOZGALICE SA ZAPISOM BROJEVA

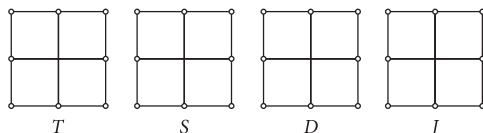
Današnji razvoj računala i računalnog softvera omogućuje nam jednostavnu uporabu ideja i metoda starih matemagičara. U ovom ćemo tekstu razmotriti i ilustrirati kako danas lako i uspješno možemo uporabiti ideju tabličnog zapisivanja brojeva i računanje na taj način.

Ideju binarnog zapisa broja kombiniranog s dekadskim zapisom prvi su osmislili matemagičari **Fredérique** i **George Papy**. Njihova ideja poznata je kao *Le Minicomputer de Papy* i potječe iz 70-ih godina 20. stoljeća.

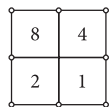
1. Ideja tablica i uporaba žetona

U sljedećim primjerima ilustrirat ćemo ideju i uporabu Papyjevog mini-računala.

Nacrtajmo 4 kvadrata jedan pored drugog i podijelimo ih na 4 dijela. Svaka tablica odnosi se redom s desna na lijevo na dekadске jedinice (J), desetice (D), stotice (S) i tisućice (T) (vidi Sliku 1.). (Prema potrebi mogu se dodati nove tablice za daljnje dekadске jedinice.)



Slika 1.



Slika 2.

Polja u svakom kvadratu imaju vrijednosti 1, 2, 4 i 8 (vidi Sliku 2.). Uz tablicu se rabe i tri vrste žetona: ●, □ i ○.

2. Primjeri uporabe žetona ● i ○

Broj 3 zapisujemo pomoću tablice kao

○	○

 jer je $3 = 2 + 1$.

Primjer 1. Zapišimo brojeve 6, 9, 7 i 10.

Rješenje. Redom je $6 = 4 + 2 =$

	○
○	

 $, 9 = 8 + 1 =$

○	
	○

 $, 7 = 4 + 2 + 1 =$

	○
○	○

i $10 = 8 + 2 =$

○	
○	

.



Žeton \bigcirc na nekom polju označava da se računa/zbraja vrijednost toga polja, a žeton \square da se oduzima.

U slučaju da na nekom polju imamo više istih žetona, vrijednosti tih polja toliko se puta zbrajaju ili oduzimaju.

Primjerice u slučaju $\begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline \bigcirc & \\ \hline \end{array} = 2 + 2 = 4$, a to je jednako kao i za $\begin{array}{|c|c|} \hline & \bigcirc \\ \hline & \\ \hline \end{array} = 4$.

U slučaju $\begin{array}{|c|c|} \hline \bigcirc & \bigcirc \\ \hline \bigcirc & \\ \hline \end{array} = 2 + 2 + 2 + 4 = 10$ isto je kao i za $\begin{array}{|c|c|} \hline & \bigcirc \\ \hline \bigcirc & \\ \hline \end{array} = 2 + 4 + 4 = 10$ i za $\begin{array}{|c|c|} \hline & \bigcirc \\ \hline \bigcirc & \\ \hline \end{array} = 2 + 8 = 10$.

U žeton \bigcirc se, prema potrebi, upisuje jedna od znamenki 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 ili 9. Primjerice, žeton $\textcircled{5}$ označava da se vrijednost polja na kojemu se nalazi uvećava 5 puta.

Tako vrijedi $\begin{array}{|c|c|} \hline \textcircled{5} & \\ \hline & \\ \hline \end{array} = 5 \cdot 8 = 40$, a $\begin{array}{|c|c|} \hline & \textcircled{3} \\ \hline \textcircled{4} & \\ \hline \end{array} = 4 \cdot 2 + 3 \cdot 4 = 20$.

Broj 7 može se zapisati kao $7 = 4 + 2 + 1$, ali i kao $8 - 1 = 7$, pa u ovom slučaju

možemo imati dva zapisa $\begin{array}{|c|c|} \hline & \bigcirc \\ \hline \bigcirc & \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|} \hline \bigcirc & \\ \hline & \square \\ \hline \end{array}$.

Primjer 2. Zapišimo brojeve 40, 400 i 4000.

Rješenje. Ovdje imamo više uzastopnih tablica u skladu s dekadskim jedinicama.

Broj 40 = $\begin{array}{|c|c|} \hline & \bigcirc \\ \hline & \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline & \\ \hline \end{array}$, broj 400 = $\begin{array}{|c|c|} \hline & \bigcirc \\ \hline & \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline & \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline & \\ \hline \end{array}$,

a broj 4000 = $\begin{array}{|c|c|} \hline & \bigcirc \\ \hline & \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline & \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline & \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline & \\ \hline \end{array}$.

Riješimo sljedeće zadatke.

Zadatak 1. Zadani su brojevi:

a) $\begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline & \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline \bigcirc & \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|} \hline & \bigcirc \\ \hline & \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|} \hline \bigcirc & \\ \hline & \bigcirc \\ \hline \end{array}$,

c) $\begin{array}{|c|c|} \hline \bigcirc & \bigcirc \\ \hline \bigcirc & \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|} \hline \bigcirc & \\ \hline & \bigcirc \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|} \hline & \bigcirc \\ \hline \bigcirc & \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline & \\ \hline \end{array}$.

Napišite te brojeve u dekadskom zapisu.

(Rješenje: a) 249, b) 3 576, c) 13 960.)





Zadatak 2. Zadani su brojevi:

a)

○	○
○	○

○	○
○	○

,

b)

○	○
○	

○	○
○	○

,

c)

○	

○	○
○	○

○	○
○	○

.

Napišite te brojeve u dekadskom zapisu.

(Rješenje: a) 173, b) 190, c) 378.)

Zadatak 3. Zadani su brojevi 26, 426, 3426 i 16 090. Zapišite ih Papyjevim miniračunalom.

3. Primjeri uporabe žetona ○ i □

Primjer 3. Koji su brojevi prikazani tablicama?

a)

③	○
○	○

,

b)

	○
②	○

③	○
○	○

,

c)

②	

	○
	○

③	○
○	○

?

Rješenje. Prikazani su brojevi:

a) $3 \cdot 8 + 4 + 2 + 1 = 31$,

b) $(4 + 2 \cdot 2 + 2 \cdot 1) \cdot 10 + 3 \cdot 8 + 4 + 2 + 1 = 100 + 31 = 131$,

c) $(2 \cdot 8) \cdot 100 + (4 + 2 \cdot 1) \cdot 10 + 3 \cdot 8 + 4 + 2 + 1 = 1600 + 60 + 31 = 1691$.

Primjer 4. Koji su brojevi prikazani tablicama?

a)

⑤	
②	

,

b)

⑤	
②	

,

c)

②	⑤

,

d)

⑤	②

?

Rješenje. Prikazani su brojevi:

a) $5 \cdot 8 + 2 \cdot 2 = 44$,

b) $5 \cdot 8 + 2 \cdot 8 = 56$,

c) $2 \cdot 8 + 5 \cdot 4 = 36$,

d) $5 \cdot 8 + 2 \cdot 4 = 48$.



Primjer 5. Koji su brojevi prikazani tablicama?

a)

○	

	□

, b)

	○

	○

□	
□	

	○
○	○

.

Rješenje. Prikazani su brojevi:

a) $2 \cdot 100 - 1 \cdot 4 = 196$,

b) $4 \cdot 1000 + 1 \cdot 100 - (8 + 2) \cdot 10 + 4 + 2 + 1 = 4000 + 100 - 100 + 7 = 4007$.

Primjer 6. Koji su brojevi prikazani tablicama?

a)

⑧	
□	

②	
②	

,

b)

⑦	⑦

□	

□	

④	③
⑤	

?

Rješenje. Prikazani su brojevi:

a) $(8 \cdot 8 - 2) \cdot 10 + 2 \cdot 8 + 2 \cdot 2 = 620 + 16 + 4 = 640$,

b) $(7 \cdot 8 + 7 \cdot 4) \cdot 1000 - 8 \cdot 100 - 8 \cdot 10 + 4 \cdot 8 + 3 \cdot 4 + 5 \cdot 2 = 79\ 174$.

Zadatak 4. Zapišite brojeve 16, 32, 980 i 7990 samo pomoću žetona ○ i □.

Zadatak 5. Zapišite brojeve 38, 118 i 1912 samo pomoću žetona ○ i □.

Zadatci

Riješite sljedeće zadatke uporabom tablica i žetona te dekadskog sustava. Objaviti ćemo ime svakog Matkača koji nam pošalje rješenja zadataka i nagraditi ga.

1. Prikažite tabličnim zapisom brojeve 77, 305 i 5555.

2. Koji su brojevi prikazani tablicama?

a)

	○

	□

④	

○	
○	□

,

b)

	④

□	□
□	□

○	○
○	○

②	□

,

c)

	○

	○

	○

	○

?

