



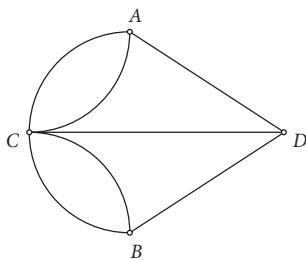
Petar Mladinić, Zagreb

EULEROVSKIE DETEKTIVSKE PRIČE (1)

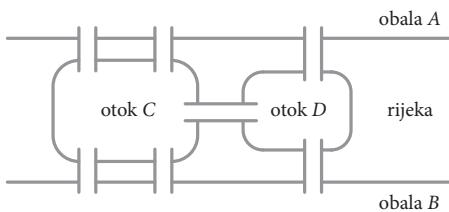
24. ožujka 2020.

Švicarski je matemagičar **Leonhard Euler** (1707. – 1783.) rješavajući problem 7 mostova u Königsbergu godine 1736. uporabio nov način vizualiziranja problema i tako utemeljio teoriju grafova.

Na slici je tlocrt središta grada i 7 mostova koji povezuju dvije obale rijeke i dva otočića na rijeci.



Slika 2.



Slika 1.

Euler je nacrtao sljedeći graf (vidi Sliku 2. na rubu).

Dokazao je da se svi mostovi šetnjom ne mogu samo jednom prešetati.

Ovdje ćemo uporabiti Eulerovu ideju grafova, ali i ideju (koja se danas netočno zove samo Vennovim dijagramom) kojom se vizualiziraju skupovi pomoću zatvorene crte. Riješit ćemo nekoliko detektivskih priča.

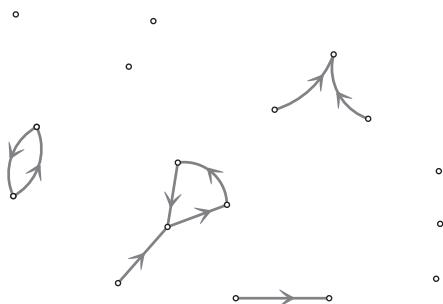
Primjeri grafova

Evo nekoliko ilustrirajućih primjera/priča.

Priča 1. Strjelica → označava tvrdnju: „Ti si moja sestra!“. Točke označavaju osobe (vidi Sliku 3.).

- Koliko ima sestara u ovom skupu djece?
- Koliko ima braće, a koliko onih koji nemaju ni brata ni sestru?
- Koliko strjelica (bridova) nedostaje na grafu kako bi graf bio potpun?





Slika 3.

Rješenje. a) 7 sestara, b) 4 brata i 6 djece bez brata ili sestre, c) 5 bridova.

Zadatak 1. Ako usmjereni brid (suprotna strjelica, crvene boje) \leftarrow označava tvrdnju: „Ti si moj brat!”, onda nadopunite prethodni graf.

- Koliko ima novih bridova, tj. braće?

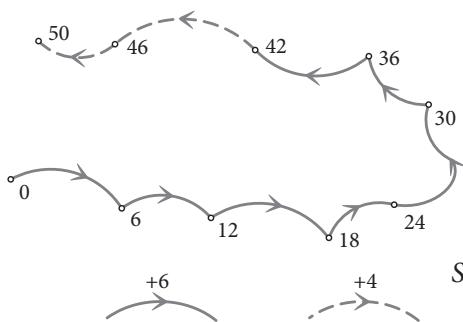
Rješenje. 8 braće.

Priča 2. Imamo dvije točke (vrha grafa) vrijednosti 0 i 50 i strjelicu (plave boje) koja označava dodavanje broja 6 i isprekidanu (crvene boje) koja znači dodavanje broja 4 (vidi Sliku 4.). Nacrtajte graf koji počinje u točki 0, a završava u 50.

Nadite barem 2 različita grafa.



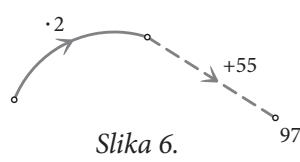
Rješenje. Ovo je jedno moguće rješenje (vidi Sliku 5.).



Slika 5.

Zadatak 2. Isti zahtjev kao u Priči 2., ali s početnim brojem 13, te množenjem s $\frac{1}{2}$ i oduzimanjem broja 1.

Priča 3. Zadan je graf s tri točke. Strjelica označava udvostrućenje broja, a $+55$ uvećanje za 55 (vidi Sliku 6.). Odredite vrijednosti druga dva vrha grafa.

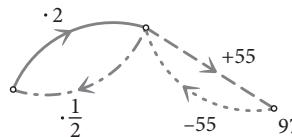


Slika 6.



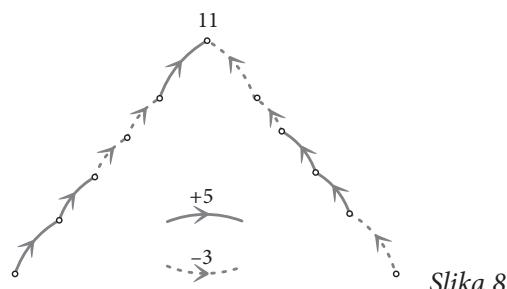


Rješenje. Vidi Sliku 7.



Slika 7.

Priča 4. Odredite vrijednosti koje su pridružene točkama grafa ako je jedna strjelica +5, a druga -3 (Vidi Sliku 8.).

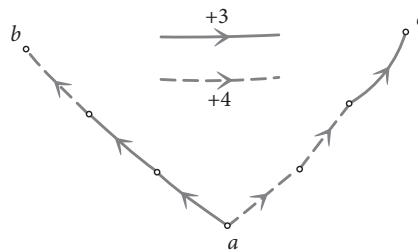


Slika 8.

Detektivske priče za vježbu

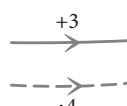
Evo novih priča. Objavit ćemo ime svakog Matkača koji nam pošalje rješenja i nagraditi ga.

1. Koliki su a , b i c ?



Slika 19.

2. Nadopunite graf vrijednostima vrhova.

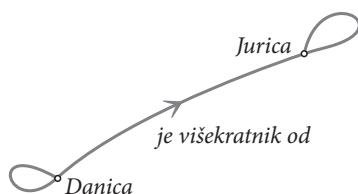


Slika 20.



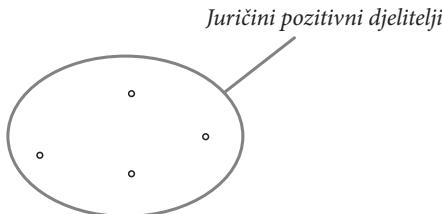
3. Koja brojčana vrijednost pripada Danici, a koja Jurici ako vrijede tvrdnje
a), b), c) i d)?

a)



Slika 21.

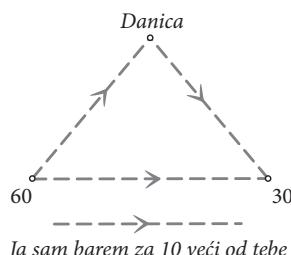
b)



Slika 22.

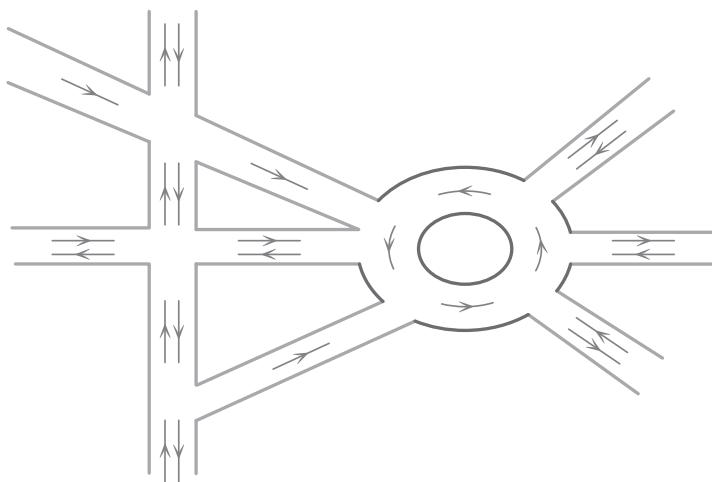
c) 5 nije djelitelj Danice.

d)



Slika 23.

4. Nacrtajte graf prometa (vidi Sliku 24.) u središtu nekog grada.



Slika 24.

