Nastavak iz Matke broj 111.

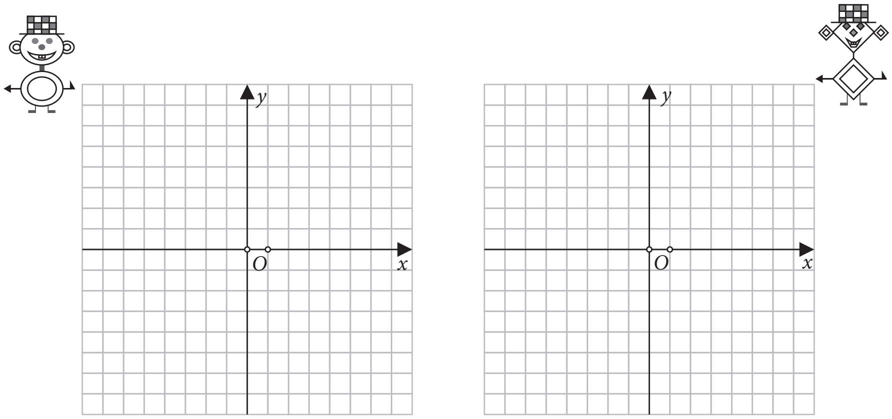
Nikol Radović, Sisak

KRUŽNICA I KVADRAT
nove zgode geometrijske družbe

U prošlom smo broju upoznali Krugoslava i Kvadratoslava. Krugoslav dolazi iz Euklidije, zemlje u kojoj vrijede pravila euklidske geometrije. Kvadratoslav je iz Nigdjezemske i, za razliku od Krugoslava, kretati se može samo lijevo-desno ili gore-dolje. Krenuli su s rješavanjem zadataka.

– Riješimo sljedeći zadatak – rekao je profesor Kosinus na početku novog druženja geometrijske družbe s pridruženim članovima, Krugoslavom i Kvadratoslavom.

Zadatak 2. Na zadanom predlošku odredite sve točke koje su od točke *O* udaljene 3 mjerne jedinice.



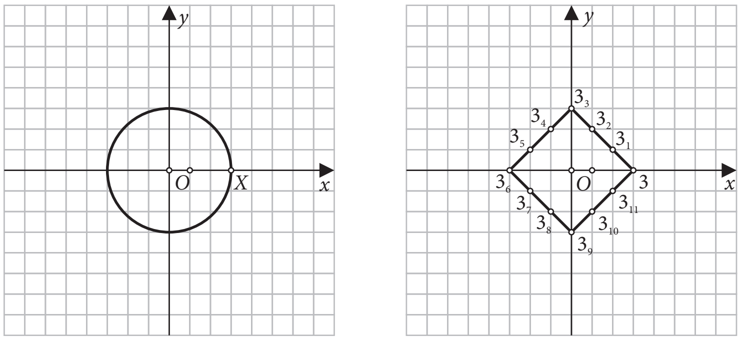
Slika 9.

– Problem treba riješiti u slučaju Krugoslava i Kvadratoslava – objašnjava profesor Kosinus. – Sjetite se načina rješavanja iz prethodnog zadatka. Iako ste dobili zadatak na papiru, zadatak možete rješavati i uz pomoć računala, koristeći *Sketchpad*.

– Ali to je u slučaju Krugoslava lako – naglas razmišlja Šimun – to je kružnica. Vrlo jednostavno za nacrtati. Označimo dvije točke *O* i točku *X* (koja je 3 mjerne jedinice udaljena od točke *O*) u izboriku Konstrukcije → naredba

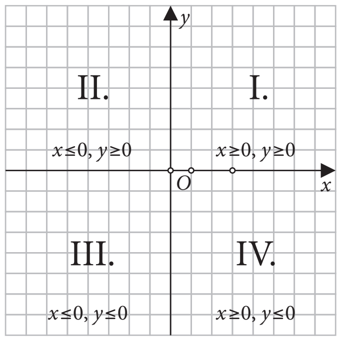
Kružnica; središte + točka, i evo kružnice! Onaj drugi malo mi škripi...

– Najbolje je rješavati kao kod taksija, točku po točku – predlaže Maja način rješavanja.
– Puno točaka – bruji Bubač.
– Meni je to lakše riješiti u *Sketchpadu* – priključuje se i Petra, Slika 10. Jednostavno nacrtam svaku od točaka koje zadovoljavaju traženo svojstvo i spojim ih. Kvadrat?



Slika 10.

– Točno! U taksi geometriji skup svih točaka koje su 3 mjerne jedinice udaljene od točke *O* su kvadrat, tj. kružnica je kvadrat – i kaže se da je to M-kružnica – objašnjava Kvadratoslav.
– No, zadatak se u slučaju Nigdjezemske može riješiti na još jedan način – objašnjava profesor Kosinus – naime, skup svih točaka $X(\text{x}, y)$ u koordinatnoj ravnini za koje vrijedi $d_M(O, X) = 3$ možemo zapisati kao $|x| + |y| = 3$. Dobivenu jednadžbu rješavamo primjenom definicije apsolutne vrijednosti. Naime, koordinatne osi *x* i *y* dijele ravninu na 4 kvadranta, Slika 11.



Slika 11.

– Zadatatak ćemo riješiti određivanjem točaka iz određenog kvadranta koje zadovoljavaju uvjete jednadžbe. Krenimo redom:

1. Za područje $x \geq 0, y \geq 0$ ili I. kvadrant slijedi $x + y = 3$, odnosno $y = -x + 3$. Pravac $y = -x + 3$ siječe *x*-os u točki $X_1(3, 0)$ i *y*-os u točki $X_2(0, 3)$. Sve točke pravca $y = -x + 3$ između točaka X_1 i X_2 (provjerite!) zadovoljavaju traženi uvjet – 3 mjerne jedinice udaljene su od točke *O*. Dakle, rješenje je dužina $\overline{X_1X_2}$. Geometrijski gledano, to je dio pravca u prvom kvadrantu pravokutnog Kartezijevog koordintanog sustava, Slika 12.a).
2. Za područje $x \leq 0, y \geq 0$ ili II. kvadrant slijedi $-x + y = 3$, odnosno $y = x + 3$. Pravac $y = x + 3$ siječe *x*-os u točki $X_3(-3, 0)$ i *y*-os u točki $X_2(0, 3)$. Sve točke pravca $y = x + 3$ između točaka X_2 i X_3 zadovoljavaju traženi uvjet – 3 mjerne jedinice udaljene su od točke *O*. Dakle, rješenje je dužina $\overline{X_2X_3}$.

Geometrijski gledano, to je dio pravca u drugom kvadrantu pravokutnog Kartezijevog koordintanog sustava, Slika 12.b).

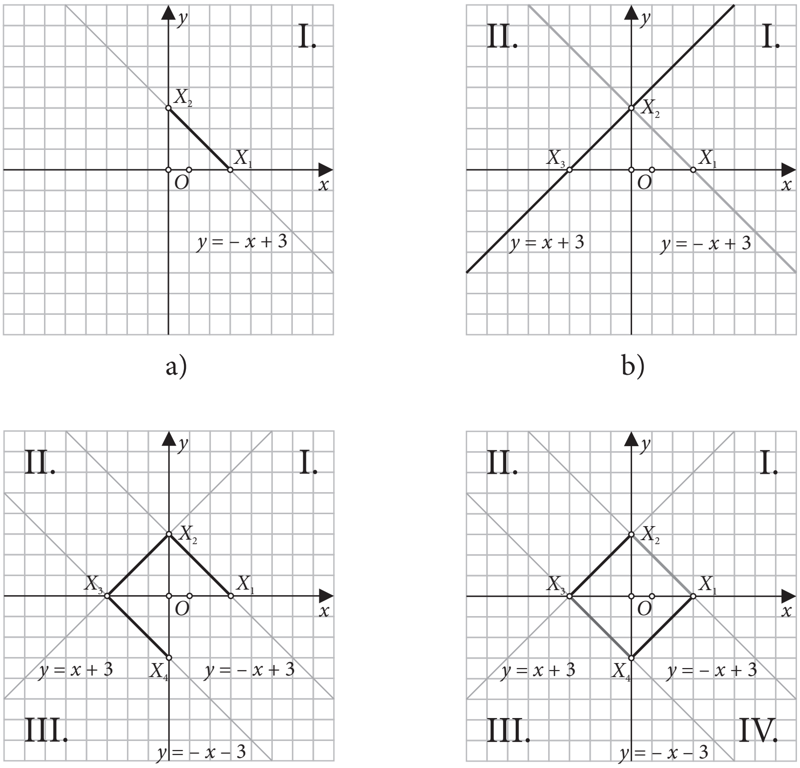
Profesor Kosinus pogledao je Šimuna koji se počeo meškoljiti na stolici, i dodao: – Nastavi dalje, Šimune.

Možda su neki mislili da se neće snaći, ali nastavio je objašnjavati, sav važan: – Slično sada gledamo III. kvadrant:

3. Za područje $x \leq 0$, $y \leq 0$ slijedi $-x - y = 3$, odnosno $y = -x - 3$. Pravac $y = -x - 3$ siječe x-os u točki $X_3(-3, 0)$ i y-os u točki $X_4(0, -3)$. Dužina $\overline{X_3X_4}$ je rješnje budući da sve točke pravca $y = -x - 3$ između točaka X_3 i X_4 zadovoljavaju traženi uvjet – 3 mjerne jedinice udaljene su od točke O, Slika 12.c).

– Još trebamo pogledati IV. kvadrant – nastavlja priču Šimun:

4. Za područje $x \geq 0$, $y \leq 0$ slijedi $x - y = 3$, odnosno $y = x - 3$. Točke presjeka pravca $y = x - 3$ s osima već su određene, to su točke X_1 i X_4, pa je rješenje dužina $\overline{X_1X_4}$ jer svaka točka pravca $y = x - 3$ između rubnih točaka 3 je mjerne jedinice udaljena od točke O, Slika 12.d).



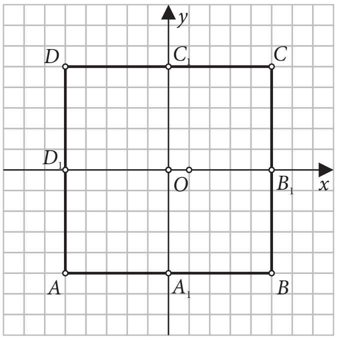
Slika 12.

– Jednostavno rečeno, rješenje tj. *M*-kružnica su dužine spojnice točka presjeka pravaca u određenom kvadrantu i koordinatnih osi, Slika 12. – dodao je Lukas.

– Super, shvatili ste! – bio je zadovoljan profesor Kosinus i naglasio: – Treba zapamtiti da je točka točka, dužina dužina i pravac je pravac u Nigdjezemskoj – te nastavio: – Iako smo riješili nekoliko zgodinih zadataka i naučili ponešto ne novoj geometriji, došlo je vrijeme rastanka pa do sljedećeg puta riješite zadatak 3., Slika 13.

Zadatak 3.

Je li na Slici 13. nacrtana *M*-kružnica? Obrazložite odgovor.



Slika 13.

Literatura:

1. Divjak, B. (2000.): *Notes on Taxicab Geometry*, KOG. 5 – 9.
2. Mladinić, P. ; Radović N. (2018.): *Geometrija prirode*, Proven grupa d. o. o., Zagreb.
3. Mladinić, P.; Radović, N. (2019.): Kružnica je kvadrat ili proučavanje novih geometrija, Zbornik radova Stručno-metodičkog skupa Metodika nastave matematike u osnovnoj i srednjoj školi – Geometrija u nastavi matematike, Pula, 14. – 16.11.2019., 261 – 269.
4. Nirode, W. (2018.): *Doing Geometry with Geometry Software*, Mathematic Teacher, Vol. 112, No. 3, November/ December, 179 – 184.
5. Polya, G. (2003.): *Matematičko otkriće*, HMD, Zagreb.
6. Reynolds, B. E.; Fenton, W. E. (2005.): *College Geometry Using The Geometer's Sketchpad*, Key College Publishing, Emeryville.