Kako premostiti razliku između onoga što studenti prve godine znaju i onoga što mi mislimo da bi trebali znati[1]

Nives Baranović[2], Ivo Baras[3], Renata Kožul Blaževski[4]

Ključni pojmovi: matematička predznanja, očekivana znanja, retencija znanja, raskorak predznanja i očekivanog

Pri kreiranju nastavnih programa za matematičke kolegije na visokoškolskim ustanovama polazi se od pretpostavke kako studenti imaju određena znanja i vještine nužne za uspješno usvajanje nastavnih tema sadržanih u tim kolegijima. Često ta pretpostavljena razina znanja i vještina ne odgovara stvarnom znanju studenata, iako se pretpostavke o razini predznanja temelje na nastavnim planovima i programima matematike u srednjoj školi. Je li uzrok tome činjenica da se pretpostavke o razini predznanja možda temelje na nastavnom planu i programu matematike za gimnazije ili činjenica da se razine znanja studenata razlikuju bez obzira na nastavni plan i program matematike u srednjoj školi koju su završili, ili oboje? Naime, budući da studenti dolaze iz različitih srednjih škola, dio njih nije ni bio u prilici steći zahtijevanu razinu predznanja, a kada i uče po istim nastavnim planovima i programima, praksa pokazuje da se razine njihovih predznanja razlikuju.

Svjesni činjenice da često postoji raskorak između očekivanog predznanja studenata i njihovog stvarnog znanja, većina visokoškolskih nastavnika nastoji tu razliku samostalno premostiti. Njihova su nastojanja najčešće otežana činjenicom da se nastavne teme koje bi im to omogućile uglavnom ne nalaze u okviru nastavnih programa, a naknadno ih je nemoguće uvrstiti u zadani plan i program rada. Uz to, grupe studenata na predavanjima i vježbama iz matematičkih kolegija relativno su velike, što dodatno otežava procjenu njihovih predznanja kao i nastojanje da se njihovo znanje dovede na potrebnu razinu radi uspješnog nastavka učenja.

Nekoliko je načina na koji visokoškolski nastavnici pokušavaju podići razinu predznanja studenata kako ne bi imali teškoća u svladavanju određenih matematičkih

[1]Predavanje održano na 8. kongresu nastavnika matematike RH, 2018. godine u Zagreb

[2]Nives Baranović, Filozofski fakultet, Sveučilište u Splitu

[3]Ivo Baras, Sveučilišni odjel za stručne studije, Sveučilište u Splitu

[4]Renata Kožul Blaževski, Sveučilišni odjel za stručne studije, Sveučilište u Splitu

Poucak 81.indd 13 8.4.2020. 12:59:42

kolegija. Neki od njih su: uvođenje uvodnog kolegija prije obveznog, zatim povećanje satnice ili izmjena plana i programa obveznog kolegija, a kad ništa drugo nije moguće, nastavnici odvajaju dio satnice postojećeg kolegija za ponavljanje određene teme. Zadnje navedeni način je i najčešći za kojim nastavnici posežu, ali to zapravo nije odgovarajuće rješenje.

U okviru ovog rada navedeni su primjeri u kojima je razlika između pretpostavljene razine predznanja studenata i njihovih stvarnih znanja posebno izražena, kao i neki od načina nadilaženja tih razlika, a sve u svrhu traganja za odgovarajućim rješenjem. Primjeri su odabrani na temelju dugogodišnjeg iskustva nastavnika u izvođenju matematičkih kolegija na nekoliko sastavnica Sveučilišta u Splitu.

1. Uvod

Problemi prijelaza sa školske na fakultetsku matematiku svojstveni su svakom obrazovnom sustavu diljem svijeta i podrazumijevaju složenu interakciju različitih društvenih i akademskih faktora koji uključuju širok raspon emocija, uvjerenja i različitih dilema. Studenti dolaskom na fakultet mijenjaju svoj društveni život i akademsko okruženje, što neizbježno utječe i na rekonstrukciju matematičke misli ([3], [5], [8], [10]).

S aspekta društvenog života, studenti prolaze jako veliku promjenu: iz strukturiranog, roditeljski discipliniranog života prelaze na samodisciplinirani fakultetski život unutar kojeg se trebaju prilagoditi novom okruženju, novom načinu rada i većim očekivanjima.

S aspekta akademskih promjena, studenti se moraju prilagoditi drugačijem stilu poučavanja i mijenjati svoje strategije učenja, trebaju razviti vještine upravljanja vremenom i organizacijom samostalnog učenja, suočavaju se s višom razinom konkurencije među nepoznatim kolegama i novom vrstom kritičkog promišljanja uvjetovanom novim okruženjem (vidjeti [3], [5]).

S aspekta nastave matematike, mnogi obrazovni istraživači ukazuju na poprilično jaz u pristupu i načinu poučavanja te zahtjevima koji se stavljaju pred učenike u školi i studente na fakultetu.

Potvrđeno je da učenici svoj pogled na prirodu matematike u velikoj mjeri kreiraju na temelju stila poučavanja: od empirijskog pristupa koji prevladava u školi do čistog formalističkog i apstraktnog koji dominira na fakultetu. Povijesno gledano, postoji opravdanje za takav pristup jer se i matematika u početku razvijala kao empirijska znanost, a pojavom ne-euklidske geometrije i Hilbertovog aksiomatskog sustava strukturira se formalistički. Učenici i nastavnici trebaju biti svjesni potrebe i važnosti takvog tijeka učenja i poučavanja, ali i odgovornog preuzimanja svojih uloga kako bi prijelaz iz jedne faze u drugu bio što uspješniji (vidjeti [11]).

Poučavanje i učenje matematike treba započeti empirijski i temeljiti se na intuitivnom spoznavanju pravilnosti kojima smo okruženi, ali matematička se misao

Poucak 81.indd 14 8.4.2020. 12:59:42

postupno treba razvijati do čiste apstraktne misli. No, što učiniti kada učenici dođu na fakultetsku razinu i nisu spremni za formalistički pristup?

Što se samog matematičkog sadržaja tiče, uočeno je da se studenti teško oslanjaju na svoja prethodna iskustva u rješavanju matematičkih problema. Naime, studenti sami ističu da se u školi naglasak stavlja na instrumentalno razumijevanje (uči se samo postupak, ne i zašto se radi ono što se radi) i od njih se najčešće traži proceduralna fluentnost (vještina rada s formulama, memoriranje, brzo izračunavanje, sređivanje i sl.), pojmovi se obrađuju odvojeno jedni od drugih pa različita područja ostaju nepovezana, učenje usmjerava nastavnik, zadatke na satu rješava nastavnik, domaću zadaću zadaje nastavnik itd.

Za razliku od toga, na fakultetu se više zahtijeva racionalno i konceptualno razumijevanje, tj. naglasak je na razumijevanju matematičkih koncepata, principa i procesa, na uočavanju i argumentiranju veza i odnosa između matematičkih pojmova i koncepata. Na fakultetu student sam organizira i regulira svoje učenje, mora osmisliti svoje vrijeme i zadatke za vježbu, sam treba pronaći potrebne informacije, samostalno rješavati zadatke itd.

Neka istraživanja ukazuju na to da odabir vrste zadataka utječe na način rada studenata i na razvoj njihovog matematičkog mišljenja. Naime, ako su zadaci s nižim kognitivnim zahtjevima, oni od studenata zahtijevaju manje učenja i manje razmišljanja, a posljedica toga je nemogućnost rješavanja malo drugačijih zadataka te nemogućnost prenošenja znanja iz jednog područja u drugo. S druge strane, rješavanje neuobičajenih zadataka[5] omogućava studentima da se oslanjaju na prethodno iskustvo i tako razvijaju fleksibilnost u procesu matematičkog razmišljanja i zaključivanja. Nadalje, studenti rado prihvaćaju neuobičajene zadatke jer su im izazovniji i potiču ih na veći angažman i intenzivnije promišljanje. Takvi zadaci zahtijevaju bolje razumijevanje pojmova, kroz njih uče analizirati, ispitivati i postavljati pitanja, istraživati obrasce itd. Konačno, neuobičajeni zadaci korisni su studentima u svladavanju prijelaza iz škole na fakultet u smislu promjena načina učenja matematike i načina poučavanja (vidjeti [3], [5], [10]).

Osim navedenog, studentima veliku teškoću u prijelazu sa školske na fakultetsku matematiku čine nerazriješeni kognitivni konflikti koje razvijaju tijekom osnovnoškolskog i srednjoškolskog obrazovanja, a kojih nisu niti svjesni. Unatoč trudu i studenata i nastavnika da prijelaz na višu razinu matematičkog mišljenja i zaključivanja bude što bezbolniji, pogrešno naučeno i usvojeno u tome ih usporava i onemogućava.

Naime, matematika je predmet sa specifičnim karakteristikama. Ona se sastoji od *posebnih riječi* koje se koriste s posebnim značenjem (npr. funkcija, korijen, integral...), služi se različitim *vizualnim posrednicima* (simboličke oznake, dijagrami, grafovi...), ima svoje *rutine* (proces definiranja, argumentiranja, dokazivanja...), ali i

[5] „Neuobičajeni zadatak" je onaj zadatak za koji studenti nemaju gotovi algoritam ili dobro uvježbanu proceduru ili prethodno opisani proces koji bi slijedili.

Poucak 81.indd 15 8.4.2020. 12:59:42

način opisivanja određenih situacija (čitanje simboličkih zapisa, npr. $a + b = b + a$). Te se karakteristike razlikuju kod školske i fakultetske matematike, što učenicima može predstavljati značajnu teškoću, posebno ako nisu eksplicitno iskazane (vidjeti [7], [10]).

S obzirom da se kroz pisani rad studenata pogrešno naučeni i nerazriješeni kognitivni konflikti najbolje uočavaju, u nastavku rada bit će prikazani primjeri nekih od njih.

2. Primjeri nerazriješenih kognitivnih konflikata

Autori ovoga rada svoje višegodišnje iskustvo stekli su na različitim sastavnicama Sveučilišta u Splitu: Filozofski fakultet (Odsjek za učiteljski studij), Kemijsko-tehnološki fakultet, Pomorski fakultet, Fakultet elektrotehnike, strojarstva i brodogradnje te Sveučilišni odjel za stručne studije, a primjeri koji se razmatraju u nastavku odabrani su iz nekih matematičkih kolegija koji se poučavaju na tim sastavnicama.

2.1. „Opet nas je dočekala geometrija"

Iako su geometrijski sadržaji sastavni dio matematičkog obrazovanja od prvog razreda osnovne škole do četvrtog razreda srednje škole, studenti koji upisuju učiteljski studij pokazuju silan otpor i strah na početku nastave kolegija *Matematika 2*, koji se bavi geometrijom ravnine i prostora. Najčešće je to posljedica njihovog slabog predznanja te nedovoljno razvijenog geometrijskog mišljenja, za što opravdanje pronalaze u površnom bavljenju geometrijom. Većina studenata ističe da su se kroz osnovnu školu u nastavi geometrije bavili samo računanjem određenih veličina, koristeći pri tome gotove formule, a u srednjoj školi se geometrija kao zadnja cjelina najčešće nije niti ispitivala niti ocjenjivala pa joj ni oni nisu pridavali veću pozornost.

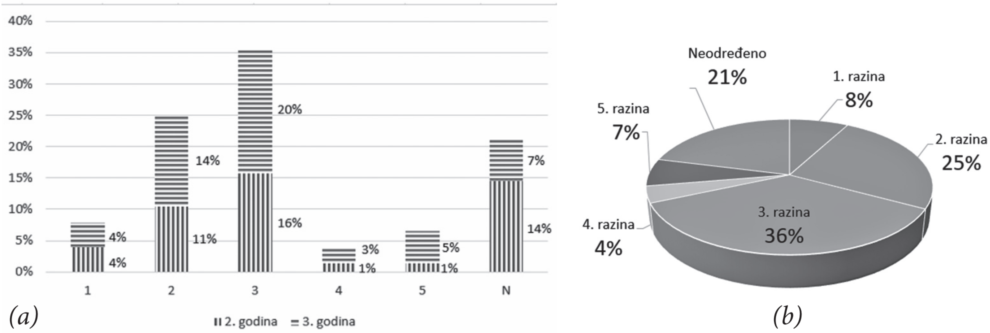
Za uspješno učenje geometrijskih pojmova i njihovih koncepata nužne su određene vještine: vještina crtanja (vizualni prikazi odgovarajućih objekata i njihovih veza), vizualna vještina (interpretacija vizualnih prikaza, odnosa i procesa), verbalna vještina (korektna upotreba matematičkog rječnika), logička vještina (uspostavljanje logičkih veza između pojmova i koncepata), vještina primjene (primjena geometrije u rješavanju problema iz realnog života) (vidjeti [6, str. 63]). Osim toga, prema Van Hieleovoj teoriji, postoji pet razina mišljenja koje se učenjem redom svladavaju (prepoznavanje, analiza, neformalna dedukcija, formalna dedukcija i čista apstrakcija). Prema toj teoriji, do kraja srednjoškolskog obrazovanja učenici bi trebali svladati prve četiri ili barem prve tri, a četvrtu započeti te na fakultetskoj razini dovršiti taj proces i razvijati petu razinu (vidjeti [4]). U skladu s tim, kolegij geometrije s aksiomatskim pristupom na fakultetu ima smisla. Međutim, praksa pokazuje jedno sasvim drugo stanje.

U veljači 2018. godine, na početku nastave geometrije, studenti su testirani[6] kako bi se ispitalo na kojoj se razini mišljenja nalaze i kako bi se u skladu s njihovim pred-

[6]Korišten je Van Hielov test geometrije, koji je preuzet uz dopuštenje iz rada Usiskin Zalman, Van Hiele Levels and Achievemnt in Secondary School Geometry, CDASSG Project, 1982. by The University of Chicago.

Poucak 81.indd 16 8.4.2020. 12:59:42

znanjem planirao daljnji rad. Testu je pristupilo 76 od 87 (tj. 87.36 %) redovito upisanih studenata (36 od 39 s 2. godine, 40 od 48 s 3. godine), a raspodjela po razinama dana je na Slici 1.



Slika 1. Raspodjela studenata po razinama

Iz same slike jasno je da se s tom grupom studenata geometrija ne može raditi aksiomatski jer se trećina njih nalazi ispod treće razine, dvije trećine ispod nužne četvrte razine, a tek 10 % njih bilo bi spremno za takav rad i još možda pokoji iz kvote onih koji su na prijelazu (neodređeni). U nastavku ovoga rada, na nekoliko primjera iz pisanih provjera, prikazat će se kako se to odražava u praksi (vidjeti [2]).

Primjer 1. *Ako je definicija korektna, zaokružite DA, ako nije korektna, zaokružite NE: (a) Dužina je dio ravnine omeđen s dvije točke; (b) Kut je omeđeni dio ravnine između dvaju polupravaca; (c) Pravac je dužina bez kraja; (d) Polupravac je pravac omeđen točkom s jedne strane. (e) Susjedni kutovi su kutovi kojima je zbroj 180°.*

Za ponuđenu definiciju *dužine* dvije trećine studenata smatra da je korektna, definicija *kuta* i *pravca* korektna je za polovicu njih, a definiciju *polupravca* skoro svi smatraju korektnom (osim njih četvero). U osvrtu na rezultate posebno je veliku uzbunu kod studenata izazvala rečenica pod (e) jer su smatrali da je ona istinita, što je zapravo točno, ali nije definicija traženoga pojma[7].

Iako se radi o pojmovima koji se obrađuju od osnovne škole, rezultati pokazuju da su njihova predznanja o pojmovima slaba, da ne razlikuju definicije od tvrdnje te da nemaju osjećaj za nužne i dovoljne uvjete koji jednoznačno određuju neki pojam. To nadalje znači da se prema Van Hieleovoj teoriji nalaze ispod četvrte razine te nemaju potrebna predznanja za planirani nastavak učenja. Iz njihovih odgovara vidljivi su nerazriješeni kognitivni konflikti: *pravac* pod svaku cijenu moraju definirati, a *dužina*, *polupravac* i *kut* za njih su omeđeni dijelovi ravnine pa nekritički čitaju ostatak rečenice. I kad ih se kroz raspravu dovede u situaciju kognitivnog konflikta, jako teško nadilaze ono što su površno ili pogrešno naučili.

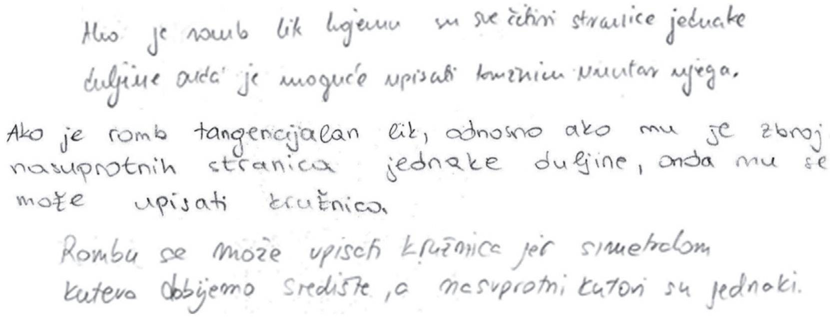
[7]Prema definiciji, susjedni su kutovi oni koji zajedno čine ispruženi kut. Posljedično, zbroj njihovih veličina iznosi 180°. S druge strane, kutovi kojima je zbroj veličina 180° nazivaju se suplementarnim kutovima.

Poucak 81.indd 17 8.4.2020. 12:59:42

Studenti s takvim nerazriješenim spoznajnim konfliktima imaju velikih teškoća i u radu s tvrdnjama, što se može vidjeti iz sljedećeg primjera.

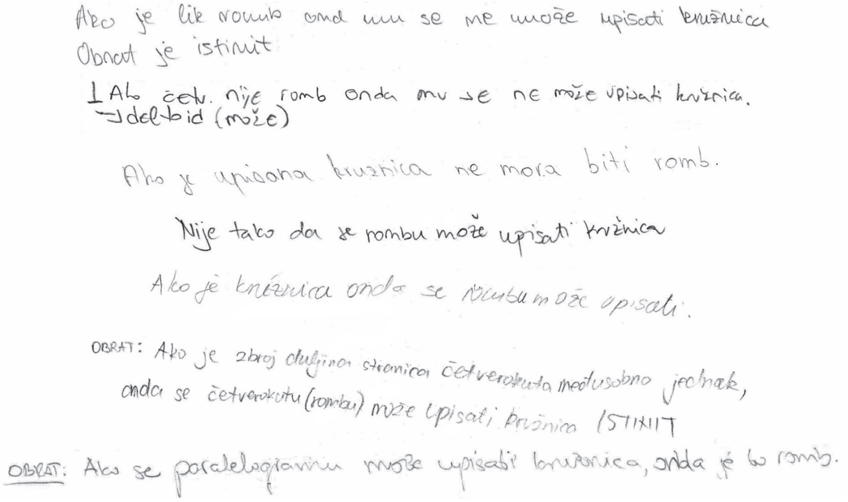
Primjer 2. *Tvrdnju „Rombu se može upisati kružnica" iskažite u obliku „Ako je..., onda je...". Zatim iskažite obrat tvrdnje. Ako smatrate da obrat nije istinit, navedite suprotan primjer.*

Iz prva dva studentska odgovora (Slika 2.) vidljivo je da oni ispunjavaju postavljenu formu *„Ako je..., onda je..."*, ali bez razumijevanja traženog jer u zadanoj tvrdnji ne prepoznaju što je pretpostavka, a što zaključak, štoviše, pretpostavku zamjenjuju novom (svojom) pretpostavkom. Iz zadnjeg odgovora može se uočiti da je bit traženoga u potpunosti promašena jer, umjesto traženog iskaza, student pokušava (neuspješno) opravdati zašto je tvrdnja istinita, iako se to od njega ne traži.


Ako je romb lik kojemu su sve četiri stranice jednake duljine onda je moguće upisati kružnicu unutar njega.
Ako je romb tangencijalan lik, odnosno ako mu je zbroj nasuprotnih stranica jednake duljine, onda mu se može upisati kružnica
Rombu se može upisati kružnica jer simetralom kuteva dobijemo središte, a nasuprotni kutovi su jednaki.

Slika 2. Nekorektni iskazi dane tvrdnje

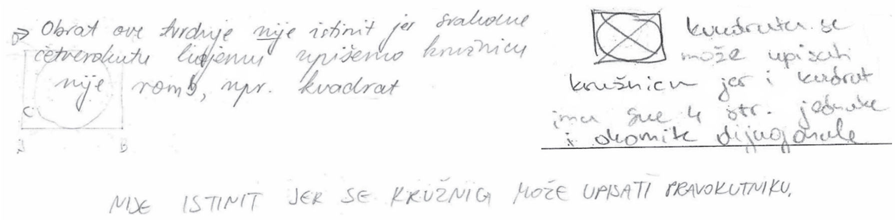
Prvi dio zadatka bio je određena pomoć kako bi jednostavnije postavili obrat tvrdnje, ali onaj tko ne razumije što se od njega traži ili prvi dio nije uspješno riješio, najčešće se služi negacijom ili samo zamijeni dijelove rečenice, a ima i onih koji postavljaju neku svoju tvrdnju (Slika 3.).


Ako je lik romb ond mu se ne može upisati kružnica
Obrat je istinit
⊥ Ako četv. nije romb onda mu se ne može upisati kružnica.
∃ deltoid (može)
Ako je upisana kružnica ne mora biti romb.
Nije tako da se rombu može upisati kružnica
Ako je kružnica onda se rombu može upisati.
OBRAT: Ako je zbroj duljina stranica četverokuta međusobno jednak, onda se četverokutu (rombu) može upisati kružnica ISTINIT
OBRAT: Ako se paralelogramu može upisati kružnica, onda je to romb.

Slika 3. Nekorektno postavljeni obrati tvrdnji

Poucak 81.indd 18 8.4.2020. 12:59:42

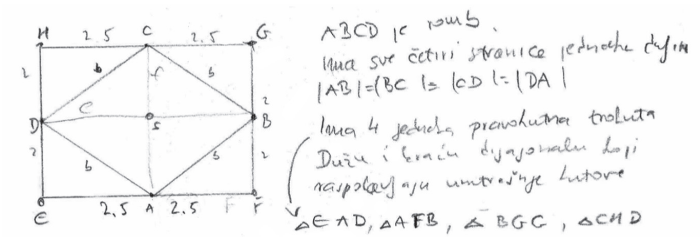
Iako mnogi studenti naslute da obrat nije istinit, njihovi zapisi potvrđuju da svoju slutnju temelje na pogrešnim zaključcima ili na nekorektnom uspostavljanju veza među pojmovima (Slika 4.).



Slika 4. Nekorektno odabrani suprotni primjeri

Iz prethodnih odgovora vidljivo je da studenti ne uspostavljaju korektno niti neformalnu logičku vezu među pojmovima (kvadrat je romb), što je odlika treće razine mišljenja, niti formalnu logičku vezu (obrati, negacije), što je odlika četvrte razine mišljenja. To znači da oni još nisu spremni raditi u strukturiranom aksiomatskom sustavu, razlikovati definiciju od tvrdnje, a pogotovo ne dokazivati postavljene tvrdnje. Ako se i upuste u proces dokazivanja, to se svodi na nizanje svega što uoče (Slika 5.).

Primjer 3. *Neka je EFGH paralelogram i neka su A, B, C, D polovišta njegovih stranica redom. Dokažite da je ABCD paralelogram.*

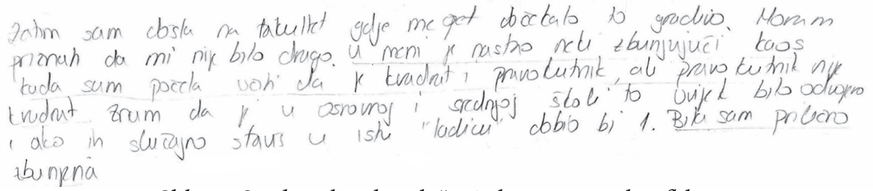


Slika 5. Primjer neuspjelog dokazivanja

Oni koji su usvojili da su kvadrat i pravokutnik također paralelogrami, fino su to iskoristili za provedu dokaza na specijalnom slučaju i pritom uzeli konkretne mjere dužina, dobivene mjerenjem. Njihov put svladavanja razina mišljenja još je poprilično dug jer se nalaze tek na drugoj razini prema Van Hieleu. (vidjeti [4]).

Uspostavljanje neformalnih logičkih veza među pojmovima, što je odlika treće razine mišljenja i koju su zasigurno trebali svladati do kraja srednje škole, mnogima predstavlja teškoću i ozbiljnu prepreku učenja geometrije na fakultetskoj razini, što je vidljivo u pisanom osvrtu jedne studentice na učenje geometrije (Slika 6.): „*... Zatim sam došla na fakultet gdje me ponovno dočekalo to gradivo (geometrija)... U meni je rastao neki zbunjujući kaos kad sam počela učiti da je kvadrat i pravokutnik, ali pravokutnik nije kvadrat. Znam da je u osnovnoj i srednjoj školi to uvijek bilo odvojeno i tko bi ih slučajno stavio u istu „ladicu", dobio bi 1. Bila sam prilično zbunjena...*"

Poucak 81.indd 19 8.4.2020. 12:59:43

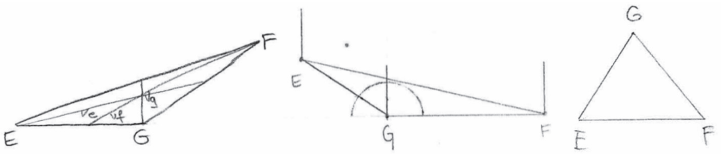


Slika 6. Studentsko obrazloženje kognitivnog konflikta

Iako se svi matematičari neće složiti oko toga da su za učenje geometrije i razvoj geometrijskog mišljenja važne vizualne vještine i vještine crtanja, praksa pokazuje da u slučaju nedovoljne razvijenosti mogu stvoriti velike teškoće za očekivani napredak i da ih nije dobro izuzeti iz razmatranja.

Primjer 4. *Nacrtajte tupokutan trokut ΔEFG s tupim kutom pri vrhu G. Zatim nacrtajte visine v_e, v_f i v_g toga trokuta.*

Veliki problem mnogim je studentima promjena uobičajenih oznaka pa u takvim situacijama ne mogu misliti još i na orijentaciju, što je vidljivo sa Slike 7.a i 7.b, a ako vode računa o orijentaciji, onda obično ispuste neki drugi uvjet, što je vidljivo sa slike 7.c. Najčešći odgovor na postavljeno pitanje je skica sa Slike 7.a koja ukazuje na duboko usađenu, ali pogrešnu spoznaju da se visine sijeku unutar trokuta. Ta spoznaja vrlo se teško otklanja jer se dugo gradi na pogrešnom prototipu sjecišta visina. No i oni koji nauče da se visine tupokutnog trokuta ne sijeku unutar trokuta, još uvijek imaju problema s crtanjem pravog kuta (Slika 7.b), što ukazuje i na nedovoljnu razvijenost vizualno-prostornog zora. A ima i onih koji uopće nisu usvojili pojam visine (Slika 7.c).

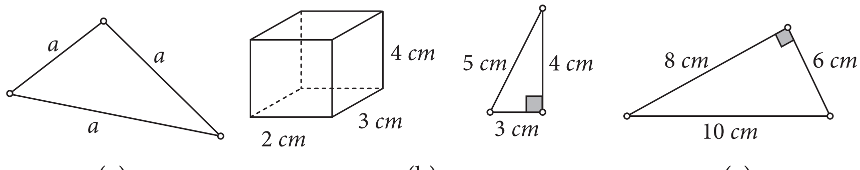


(a) (b) (c)

Slika 7. Nerazriješeni konflikt s visinama trokuta

Ni interpretacija gotovih slika nije baš najuspješnija, posebno kad se sastoji od više elemenata.

Primjer 5. *Ispod slike kratko opišite što slika prikazuje.*



(a) (b) (c)

Slika 8. Čitanje vizualnih prikaza

Poucak 81.indd 20 8.4.2020. 12:59:43

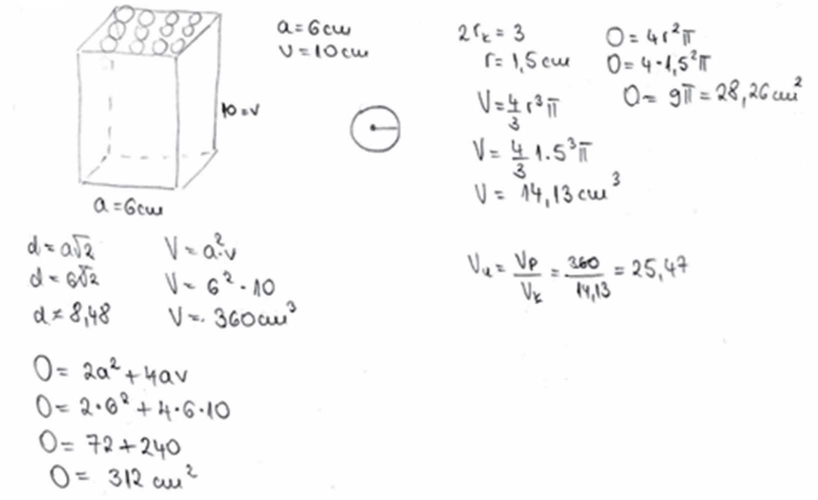
Za prvu sliku (Slika 8.a) najčešći odgovor je: *Prikazan je raznostranični trokut sa stranicama duljine a* jer se ne mogu odlučiti što je točno, a oni koji se odluče, najčešće kažu *Nacrtan je raznostranični trokut*. Isto tako, najčešći odgovor za drugu sliku (Slika 8.b) je: *Prikazana je kocka kojoj su bridovi različitih duljina* ili se odluče u korist kocke. U oba slučaja dominira vizualno, a ne analitičko promišljanje što je odlika prve razine mišljenja prema Van Hieleu.

Na trećoj slici (Slika 8.c) četvrtina je studenata komentirala samo da se radi o pravokutnom trokutu, dvije trećine studenata reklo je da su prikazana dva pravokutna trokuta, a samo osam studenata prepoznalo je dva slična pravokutna trokuta. Za treću sliku potrebna je treća razina mišljenja koju oni očito nisu u potpunosti svladali. Osim toga, iako se pojam sličnosti trokuta u nastavi matematike prvi put javlja u 7. razredu osnovne škole te koristi sve do kraja srednje škole, predznanja ovih studenata o tome izrazito su slaba.

2.1. Procedura do procedure

Iako bi netko mogao reći da prethodno spomenuti primjeri i nisu baš tipični matematički zadaci koji nose glavninu nastave matematike osnovne i srednje škole (iako bi mogli biti frekventniji), navedeni studenti nisu najuspješniji ni u rješavanju tipičnih matematičkih zadataka. Naime, oni su vrlo vješti u provođenju odgovarajuće procedure, pa makar i pogrešno naučene, ali je problem u tome što je provode pod svaku cijenu, i to samo nju.

Primjer 6. *Odredite koliko se željeznih kugli promjera* 3 cm *najviše može zapakirati u kutiju oblika pravilne četverostrane prizme osnovnog brida duljine* 6 cm *i visine* 10 cm. *Kada biste sve kugle pretopili i oblikovali jednu novu kuglu, biste li nju mogli smjestiti u tu kutiju? Obrazložiti.*



Slika 9. Primjena geometrije u realnom životu

Poucak 81.indd 21 8.4.2020. 12:59:43

Ovaj primjer tipičan je pokazatelj što student radi kad ne razumije što se u zadatku traži. Prema skici bismo mogli zaključiti da student na neki svoj način dolazi do zaključka da se u kutiju može smjestiti 12 kugli (što je točno, ali iz računa nije vidljivo). Međutim, on dalje provodi samo proceduru te računa sve što zna (volumen i oplošje jedne kugle, volumen i oplošje kutije, duljinu plošne dijagonale, omjer dobivenih volumena). S obzirom da ne razumije zadatak, niti ima strategiju rješavanja, dobiveni podaci za njega nemaju nikakvo značenje pa ni osvrt nije u mogućnosti provesti. Mnogi studenti, rješavajući ovaj zadatak, traženi broj kugli ne određuju prebrojavanjem već dijeljenjem volumena (kao na Slici 9.), što znači da ne razumiju značenje dijeljenja dvaju brojeva (volumena), a što bi trebao biti dio njihovog predznanja.

Generalno gledano, studenti koji upisuju matematičke kolegije na Odsjeku za učiteljski studij pri rješavanju (problemskih) zadataka od moguće četiri faze (razumijevanje, stvaranje plana, realizacija plana, osvrt) provode samo treću fazu. Njima uopće ne smeta što zadano ne razumiju, ne zamaraju se podatkom koji su odredili (je li točan, ima li smisla, je li procedura korektna, ima li još neko rješenje...), već jednostavno određenu proceduru provedu, dođu do nekog rezultata i sretni su.

Često čujemo kako matematika razvija logičko mišljenje i zaključivanje, ali prethodni primjeri, koji nisu iznimka već gotovo pravilo, tome nikako ne idu višak u prilog. Obrađivati s njima geometriju aksiomatski bilo bi kao i govoriti im na stranom jeziku koji nikada nisu učili. U ovoj situaciji, s njima zapravo treba krenuti od prve i druge razine. No, koji je onda smisao njihova dotadašnjeg obrazovanja?

2.2. Olako obećana brzina

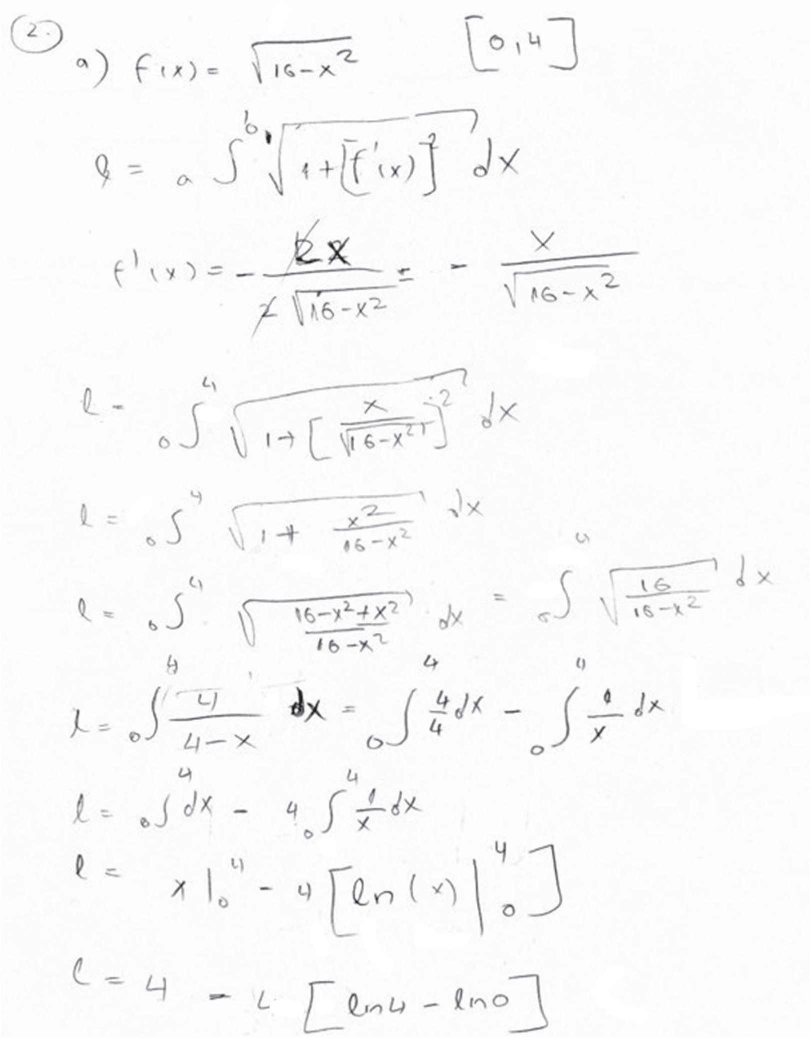
U sljedećih nekoliko primjera koji su preuzeti iz prvog kolokvija Primijenjene i numeričke matematike (vidjeti [1]) ilustrirat će se česte elementarne pogreške studenata pri rješavanju zadataka. Taj kolegij u drugom semestru slušaju studenti elektrotehnike Sveučilišnog odjela za stručne studije, nakon odslušanog kolegija Matematika. Prvi kolokvij obuhvaća gradivo određenog i nepravog integrala s primjenama te realnih funkcija više varijabli.

Primjer 7. Izračunajte duljinu luka dijela grafa funkcije $f(x)=\sqrt{16-x^2}$, za $x\in[0,4]$.

Student koji je rješavao zadatak (Slika 10.) završio je srednju Tehničku školu, a na državnoj maturi položio je osnovnu razinu matematike s ocjenom vrlo dobar.

Pokazuje se da student ispravno primjenjuje formulu za računanje duljine luka krivulje, korektno derivira i uvrštava, da bi nakon toga napravio dvije kardinalne greške „sređujući” podintegralni izraz i konačno „zaglavio” na logaritmu nule.

Poucak 81.indd 22 8.4.2020. 12:59:43

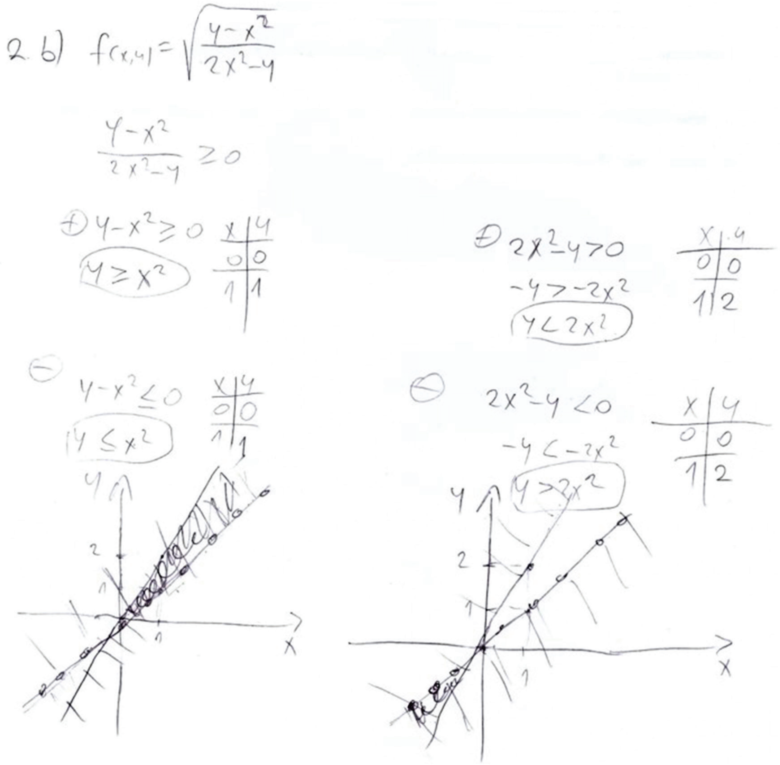


Slika 10. Nerazriješen konflikt s korijenima, razlomcima i logaritmima

Primjer 8. Odredite i skicirajte prirodno područje funkcije $f(x,y)=\sqrt{\dfrac{y-x^2}{2x^2-y}}$.
Zatim odredite sve parcijalne derivacije prvog reda te funkcije u točki $\left(\sqrt{2},3\right)$.

Student (Slika 11.) je završio Elektrotehničku školu, a na državnoj maturi položio je osnovnu razinu matematike s ocjenom vrlo dobar.

Poucak 81.indd 23 8.4.2020. 12:59:43



Slika 11. Pogrešno crtanje grafa kvadratne funkcije

Ovakva je pogreška također prilično česta: student zna postaviti uvjete za traženje prirodnog područja definicije funkcije više varijabli, ali ne prepoznaje jednadžbu parabole i parabolu crta kao pravac kroz dvije točke.

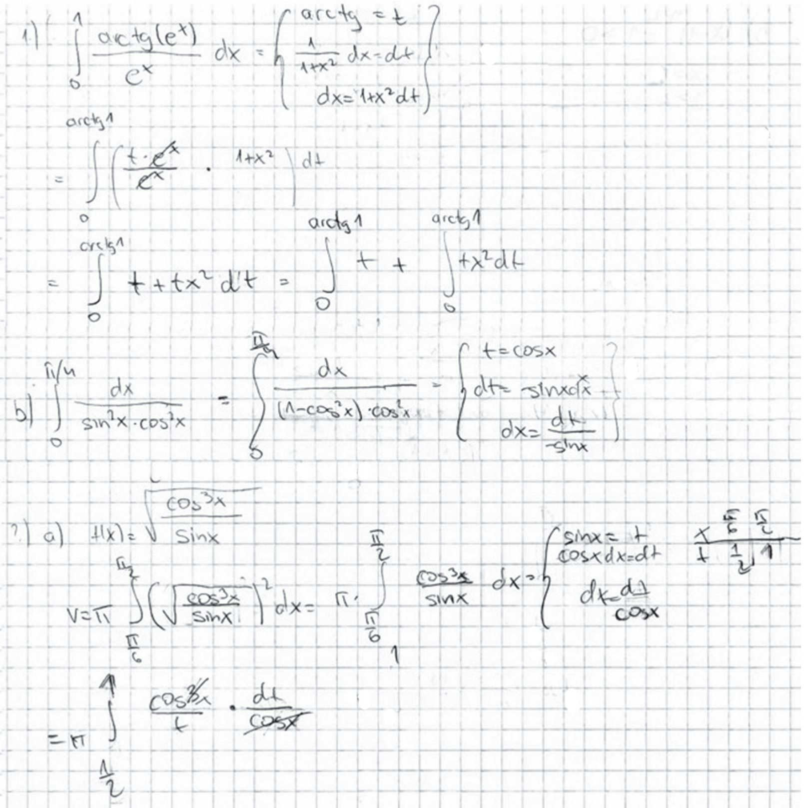
Primjer 9. 1. Izračunajte a) $\int_0^1 \frac{arctg\left(e^x\right)}{e^x}dx$ b) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{\sin^2 x\cdot\cos^2 x}$.

2. Izračunajte volumen tijela koje nastane rotacijom dijela grafa funkcije $f\left(x\right)=\sqrt{\frac{\cos^3 x}{\sin x}}$, za $x\in\left[\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{2}\right]$ oko osi *x*.

Na Slici 12. vidljivo je kako je student (Tehnička škola za elektroniku, osnovna razina, vrlo dobar) rješavao zadatke.

Ovdje je pogreška već ozbiljna: evidentno je kako student ne razumije koncept funkcije. Zanimljivo je međutim da u drugom zadatku reagira ispravno, poznaje formulu za volumen i korektno koristi ispravnu supstituciju. Otvoreno je pitanje me-

Poucak 81.indd 24 8.4.2020. 12:59:44



Slika 12. Nerazriješeni konflikti s funkcijama

đutim razumije li stvarno što radi ili samo reproducira zapamćene šablone, slično drugom studentu koji na kolokviju pita „Oprostite profesore, ovo sin*x* u zadatku, je li to sinus od iks ili sinus puta iks?"

Pitanje šablone, obrasca, za matematičara je ovdje iznimno netrivijalno. Jedan od uspjelijih opisa matematike kaže da je ona znanost o obrascima. Obrasci su u matematici vrlo važni, ali je pored njihovog prepoznavanja bitno i da se koriste ispravno.

Primjer 10. Student (Tehnička škola, osnovna razina, vrlo dobar) rješava kvadratnu jednadžbu $x^2 - 6x = -5$ tako što faktorizira izraz na lijevoj strani $x(x - 6) = -5$, odakle zaključi kako mora vrijediti da je $x = -5$ ili da je $x - 6 = -5$. On krivo interpretira obrazac koji bi vrijedio da su s desnih strana jednakosti bile nule (ili, uz varijaciju predznaka, da smo tražili cjelobrojna rješenja jednadžbe).

Primjer 11. Studentica (Opća gimnazija, osnovna razina, dobar) rješavajući nejednadžbu $\frac{x^2}{y-1} \geq -1$ zaključuje kako odatle slijedi $x^2 \geq -1$ i $y-1 > -1$ ili

Poucak 81.indd 25 8.4.2020. 12:59:44

$x^2 \leq -1$ i $y-1<-1$. Ona koristi obrazac koji bi vrijedio kad bi s desne strane svih tih nejednakosti bile nule.

Primjer 12. Student (Strukovna škola, osnovna razina, dobar) koji integral $\int_1^4 e^{\sqrt{x}}dx$ rješava supstitucijom $[t = x]$ nije u krivu, jer radi se o univerzalnoj supstituciji prikladnoj za svaki integral ☺. Problem je što ne uočava da se supstitucijom podintegralni izraz nije promijenio.

Kako bi se obrasce (npr. formule, postupke, algoritme) koristilo ispravno, nužan je kritički odmak, sposobnost provjere polaznih pretpostavki za njihovu primjenu, a to zahtijeva dubinsko razumijevanje i intuitivno prihvaćanje čak i ako tvrdnje ne dokazujemo strogo.

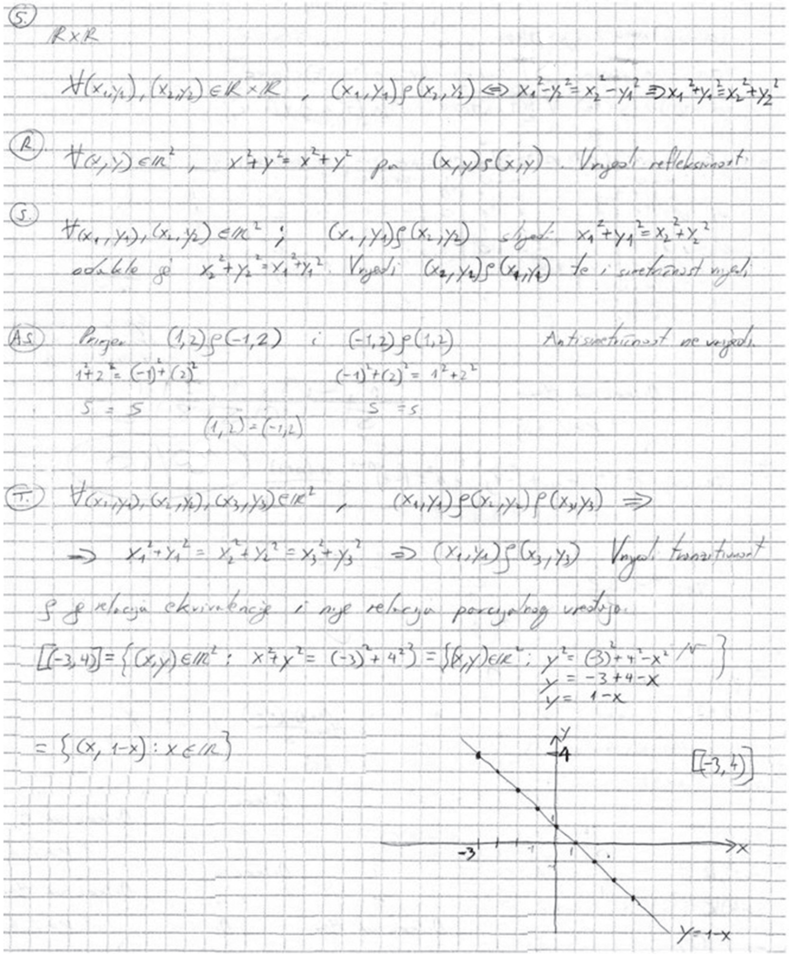
Ovo saznanje otvara još neka neugodna pitanja. Je li školska matematika poput drugih predmeta postala preplavljena nepotrebnim sadržajima zbog kojih nastavnici nemaju vremena provjeriti razumijevanje osnovnih pojmova? Primjerice, otkud to da nakon što u srednjoj školi riješe onoliko mnoštvo zadataka s potencijama i algebarskim razlomcima tako mnogo studenata ne zna objasniti zašto je $a^{m+n} = a^m \cdot a^n$? Je li posljedica „rasterećenja" gradiva brisanje logičkih veza između pojmova? Koji su željeni ishodi učenja matematike u našem obrazovnom sustavu i kako ih realno izmjeriti, budući da državna matura očito nije dobro mjerilo? Podsjećamo da je za upis na većinu tehničkih fakulteta, kao i na učiteljski fakultet, dovoljno položiti osnovnu razinu matematike na državnoj maturi. Kad studenti s vrlo dobrim ocjenama na državnoj maturi imaju ovako slabo elementarno znanje – a od njih se za svladavanje gradiva matematike na visokoškolskim ustanovama prešutno traži još mnogo više – ne radi li se o olako obećanoj brzini?

Primjer 13. Na skupu $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ zadana je binarna relacija ρ, tako da je $\forall\, (x_1, y_1), (x_2, y_2) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}, (x_1, y_1)\,\rho\,(x_2, y_2) \Leftrightarrow x_1^{\,2} - y_2^{\,2} = x_2^{\,2} - y_1^{\,2}$. Ispitajte je li relacija ρ refleksivna, simetrična, antisimetrična, tranzitivna. U slučaju da je ρ relacija ekvivalencije, odredite i u ravninskom pravokutnom koordinatnom sustavu skicirajte klasu ekvivalencije elementa $(-3, 4)$. U slučaju da je ρ relacija parcijalnog uređaja, provjerite je li relacija totalnog uređaja. Obrazložite.

Ovaj primjer preuzet je iz prvog kolokvija Diskretne matematike koja se na Sveučilišnom odjelu za stručne studije sluša u četvrtom semestru studija Informacijske tehnologije, nakon tri odslušana matematička kolegija. Diskretna matematika obuhvaća osnove teorije skupova i matematičke logike te, pored ostaloga, uči kako matematički ispravno zapisivati i zaključivati.

I zaista, student (Elektrotehnička škola, osnovna razina, odličan) dobro obrazlaže da je zadana binarna relacija ekvivalencije i navođenjem kontraprimjera pokazuje kako ona nije relacija parcijalnog uređaja te, nakon toga, služeći se ispravnim

Poucak 81.indd 26 8.4.2020. 12:59:44



Slika 13. Pravac ili kružnica

zapisom određuje traženu klasu ekvivalencije (Slika 13.). Ali, velika pogreška koja je kružnicu pretvorila u pravac govori koliko dugo mogu ozbiljne rupe u elementarnim znanjima preživjeti nedetektirane, čak i kod dobrih i marljivih studenata.

3. Na čemu se temelje pretpostavke o razini predznanja studenata

Iz navedenih primjera može se zaključiti da je predznanje studenata na nižoj razini od očekivane i da uočeni nerazriješeni kognitivni konflikti usporavaju i onemogućavaju njihov napredak. Očekivana razina predznanja često se temelji na nastavnim planovima i programima matematike tek dijela srednjih škola, dok se potrebna razina predznanja temelji između ostalog i na određenim potrebama visokoškolskih ustanova. Studenti dolaze iz različitih vrsta srednjih škola, što znači da se pojedine nastavne

Poucak 81.indd 27 8.4.2020. 12:59:45

teme uopće ne moraju nalaziti u nastavnim planovima i programima tih srednjih škola, a ako se i nalaze, pitanje je koliko se detaljno pojedina tema obrađivala i jesu li je studenti svladali dovoljno dobro. U sljedeća dva primjera ilustrirane su takve situacije.

Primjer 14. Aritmetički i geometrijski niz. Geometrijski red.

Niz tema u okviru kolegija Poslovna matematika na Sveučilišnom odjelu za stručne studije Sveučilišta u Splitu zahtijeva poznavanje aritmetičkog i geometrijskog niza te geometrijskog reda. Neke od tih tema su: Konačna i sadašnja vrijednost više periodičnih uplata (isplata), Vječna renta, Model otplate zajma s jednakim otplatnim kvotama i Potrošački kredit. Tematske jedinice Aritmetički niz, Geometrijski niz te Geometrijski red nisu sadržane u nastavnom planu i programu kolegija Poslovna matematika. Dakle, pretpostavlja se da su studenti s tim temama upoznati tijekom srednjoškolskog obrazovanja. Teme Aritmetički niz, Geometrijski niz i Geometrijski red uključene su u sve gimnazijske programe kao i u veći broj ostalih srednjoškolskih programa, pa ipak iskustvo pokazuje da je znanje studenata o tim temama na niskoj razini. Razlog za to je dvojak; dio studenata nije ni bio u prilici steći potrebna znanja jer je završio srednjoškolske programe u kojima te teme nisu sadržane, a dio studenata te teme nije usvojio dovoljno dobro. Isto tako, da bi studenti mogli upisati neki od studija na Sveučilišnom odjelu za stručne studije Sveučilišta u Splitu, moraju položiti osnovnu razinu državne mature iz matematike, a te teme ne nalaze se u ispitnom katalogu za tu razinu.

Dakle, iz primjera je vidljivo da pretpostavljena razina znanja i vještina ne odgovara stvarnom znanju studenata, iako je ta tema sadržana u većini nastavnih planova i programa matematike u srednjim školama.

Primjer 15. Elipsa i hiperbola.

Teme elipsa i hiperbola sastavni su dio većine srednjoškolskih nastavnih planova i programa matematike, ali u okviru tih tema uglavnom se obrađuju elipse i hiperbole sa središtem u ishodištu koordinatnog sustava. Razlog tome može biti i činjenica da se te teme obrađuju na kraju školske godine pa nastavnici zbog nedostatka vremena ne stignu obraditi elipse i hiperbole čije središte nije u ishodištu koordinatnog sustava. Pa ipak, nastavnici matematičkih kolegija na visokoškolskim ustanovama često pretpostavljaju da studenti posjeduju znanja vezana uz takve elipse i hiperbole, što se može vidjeti i na sljedećem zadatku koji se nalazi u nastavnim materijalima za kolegij Analiza 2 koji se izvodi na drugoj godini studija Informacijska tehnologija na Sveučilišnom odjelu za stručne studije Sveučilišta u Splitu:

Izračunajte volumen tijela određenog nejednadžbama $z \leq x^2 + y^2, z \geq 0$ i $2x^2 + y^2 \leq 4(x+y)$.

Dakle, da bi student uspješno riješio zadatak, mora posjedovati znanja i vještine o elipsi koja nema središte u ishodištu koordinatnog sustava.

Poucak 81.indd 28 8.4.2020. 12:59:45

U ovom primjeru pretpostavljena razina znanja i vještina vidljivo ne odgovara stvarnom znanju studenata jer, iako je tema uključena u veliki broj srednjoškolskih nastavnih planova i programa, pitanje je koliko se detaljno obrađuje.

4. Kako podići razinu predznanja studenata kako ne bi imali teškoća u svladavanju matematičkih kolegija

Svaki matematički kolegij zahtijeva od studenata određenu razinu znanja, kao i posjedovanje određenih vještina kako bi mogli ovladati nastavnim temama sadržanima u tom kolegiju. Nastavni plan i program kolegija, kao i način izvođenja nastave, ovise o toj pretpostavljenoj razini predznanja. Međutim, u svom radu visokoškolski nastavnici često uočavaju raskorak između te pretpostavljane razine predznanja studenata i njihovog stvarnoga znanja. Kako bi podigli znanje studenata na zadovoljavajuću razinu, visokoškolski nastavnici posežu, između ostalog, i za nekom od sljedećih metoda: uvođenje uvodnog kolegija prije obveznog, povećanje satnice ili izmjena plana i programa obveznog kolegija te odvajanje dijela satnice postojećeg kolegija za ponavljanje određene teme. Na Sveučilišnom odjelu za stručne studije u proteklih dvadesetak godina, bilo sukcesivno bilo paralelno, korištene su neke od tih metoda, a neke od njih koriste se i danas. Temeljeno na tom iskustvu, u ovom dijelu rada prezentirane su te metode.

4.1. Uvođenje uvodnog kolegija prije obveznog

U okviru studij Elektrotehnika, Informacijska tehnologija i Konstrukcijsko strojarstvo na Sveučilišnom odjelu za stručne studije Sveučilišta u Splitu dugi niz godina izvodio se kolegij Elementarna matematika. Cilj kolegija bio je da se kod studenata prve godine postigne retencija znanja i vještina usvojenih u srednjoškolskom obrazovanju, ali i njihova nadogradnja onim znanjima i vještinama nužnima za uspješno studiranje, a studenti ih nisu imali priliku steći u svom dosadašnjem školovanju.

Kolegij je sadržavao sljedeće tematske cjeline: *Skupovi* (Pojam skupa. Zadavanje skupa. Prazan skup. Odnosi među skupovima. Operacije sa skupovima. Kartezijev produkt skupova.), *Skup realnih brojeva* (Realni brojevi. Potencije s cjelobrojnim eksponentom. Korijeni.), *Identičke transformacije* (Algebarski izrazi. Algebarski razlomci.) *Koordinatni sustav u ravnini*, *Kompleksni brojevi*, *Linearna i kvadratna jednadžba* (Linearna jednadžba s jednom nepoznanicom. Kvadratna jednadžba. Neke polinomijalne jednadžbe.), *Sustavi jednadžbi* (Sustav dvije linearne jednadžbe s dvije nepoznanice. Sustav jedne linearne i jedne kvadratne jednadžbe.), *Nejednadžbe* (Linearne nejednadžbe s jednom nepoznanicom. Sustav linearnih nejednadžbi s jednom nepoznanicom. Kvadratna nejednadžba.), *Logaritmi* (Pojam logaritma. Svojstva logaritma. Eksponencijalne jednadžbe. Logaritamske jednadžbe.), *Funkcija i graf funkcije* (Pojam i zadavanje funkcije. Graf funkcije. Linearna funkcija. Kvadratna funkcija. Polinomi.), *Trigonometrija* (Definicija trigonometrijskih funkcija. Raču-

Poucak 81.indd 29 8.4.2020. 12:59:45

nanje vrijednosti trigonometrijskih funkcija. Pravokutni trokut. Kosokutni trokut. Trigonometrijske jednadžbe.), *Analitička geometrija* (Pravac. Kružnica. Elipsa. Parabola. Hiperbola.).

Elementarna matematika bila je obvezan kolegij za sve studente i izvodila se prije početka prvog semestra. Satnica kolegija bila je 45 sati (od toga 15 sati predavanja i 30 sati vježbi), a tematske jedinice obrađivane su tako da student nauči osnovne pojmove i stekne osnovne vještine vezane uz određenu temu. Ispit je bio pisani, a da bi student položio ispit, morao je imati minimalno 75 % ukupnog broja bodova. Ispit se prvi put održavao na samom početku nastave, tako da su studenti koji su imali potrebnu razinu znanja mogli odmah položiti ispit i biti oslobođeni slušanja kolegija. Nakon položenog ispita student nije dobivao brojčanu ocjenu, ali je položeni ispit bio uvjet za polaganje kolegija Matematika koji se održavao u prvom semestru.

Iako su nastavnici bili zadovoljni rezultatima koje je izvođenje kolegija imalo na znanja i vještine studenata, tijekom vremena dolazi do promjena u načinu izvođenja kolegija. Te su promjene dijelom posljedica usklađivanja studija koji se izvode na Sveučilišnom odjelu za stručne studije s Bolonjskim procesom, a dijelom su nametnute od sustava.

Nakon tih promjena satnica kolegija bila je 30 sati (od toga 15 sati predavanja i 15 sati vježbi), pridijeljena su mu 2 ECTS boda te se izvodio u prvom semestru. Zbog smanjene satnice iz sadržaja kolegija isključene su sljedeće tematske jedinice: *Skupovi, Kompleksni brojevi,* te iz cjeline *Analitička geometrija* teme Elipsa, Parabola i Hiperbola, a ostalim tematskim jedinicama smanjen je opseg. Navedene tematske jedinice isključene su jer su nastavnici smatrali kako je sadržaje koji su uključeni u njih moguće bar do određene razine obraditi u okviru kolegija Matematika. Ispit iz Elementarne matematike i dalje je bio pisani, a da bi student položio ispit, morao je imati minimalno 50 % ukupnog broja bodova. Nakon položenog ispita student je dobivao odgovarajuću ocjenu, a položeni ispit na zahtjev voditelja studija više nije bio uvjet za polaganje kolegija Matematika.

4.2. Povećanje satnice i/ili izmjena plana i programa obveznog kolegija

U trenutku kada opet kao posljedica zahtjeva voditelja studija dolazi do prestanka izvođenja kolegija Elementarna matematika na Sveučilišnom odjelu za stručne studije Sveučilišta u Splitu, problem raskoraka između predznanja studenata i onog znanja koje je studentima potrebno da bi mogli uspješno svladati ne samo matematičke već i ostale kolegije u okviru studija pokušao se riješiti na način da je povećana satnica i promijenjen plan i program matematičkih kolegija koje studenti slušaju na prvoj godini studija.

Na studiju Elektrotehnika povećana je satnica kolegija Matematika, a u plan i program kolegija uključena je većina tematskih jedinica iz kolegija Elementarna matematika. Satnica kolegija je sa 60 sati (30 sati predavanja i 30 sati vježbi) povećana

Poucak 81.indd 30 8.4.2020. 12:59:45

na 105 sati (60 sati predavanja i 45 sati vježbi), a kolegiju je pridijeljeno 8 ECTS-a (vidjeti [9]). Tematskim jedinicama koje su se do tada nalazile u kolegiju Matematika pridodane su i tematske jedinice iz druge varijante kolegija Elementarna matematika, izuzetak je tematska jedinica *Analitička geometrija*. Tematska jedinica *Analitička geometrija* nije uključena zbog opsežnosti samog kolegija, ali su pojedini sadržaji iz te tematske jedinice inkorporirani u ostale tematske jedinice kolegija Matematika. Kolegij se izvodi u prvom semestru.

Na studijima Informacijska tehnologija i Konstrukcijsko strojarstvo prestali su se izvoditi kolegiji Elementarna matematika i Matematika te su uvedena dva nova kolegija – Linearna algebra i Analiza 1. Kolegij Linearna algebra izvodi se u prvom semestru sa satnicom od 75 sati (30 sati predavanja i 45 sati vježbi) i ima 6 ECTS-a, dok se Analiza 1 izvodi u drugom semestru s istom satnicom, ali je ona raspodijeljena na 45 sati predavanja i 30 sati vježbi. Analiza 1 ima također 6 ECTS-a. Tematske jedinice sadržane u kolegijima Linearna algebra i Analiza 1 su spoj tematskih jedinica kolegija Elementarna matematika i Matematika, s tim da su u kolegij Linearna algebra na zahtjev voditelja studija i zbog uspješnog svladavanja sadržaja pojedinih stručnih kolegija uključene tematske jedinice vezane uz upoznavanje s programskim paketom Matlab pri rješavanju problema linearne algebre. Tematske jedinice iz druge varijante kolegija Elementarna matematika, osim *Analitičke geometrije*, sadržane su u kolegiju Linearna algebra.

4.3. Odvajanje dijela satnice postojećeg kolegija za ponavljanje određene teme

Jedini matematički kolegij na studijima Trgovinsko poslovanje te Računovodstvo i financije na Sveučilišnom odjelu za stručne studije Sveučilišta u Splitu je Poslovna matematika. Kolegij se održava u prvom semestru prve godine, sa satnicom od 60 sati (30 sati predavanja i 30 sati vježbi) i ima 6 ECTS-a. Tematske jedinice sadržane u kolegiju su: *Osnovni gospodarski račun, Osnove kamatnog računa, Primjene složenog kamatnog računa* i *Zajam.*

Veliki broj studenta koji sluša kolegij Poslovna matematika ne posjeduje znanja i vještine potrebne za uspješno praćenje nastave. Zato se na početku semestra odvoji 6 sati vježbi kako bi se ukratko ponovile sljedeće teme srednjoškolske matematike: *Potencije, Korijeni, Logaritmi, Eksponencijalne jednadžbe, Logaritamske jednadžbe, Aritmetički i geometrijski niz* te *Geometrijski red.*

Budući da je u okviru 6 sati vježbi nemoguće detaljno obraditi odabrane teme, nastoji se izložiti barem osnovne zakonitosti i vještine vezane uz njih, s ciljem da se kod studenata koji već posjeduju potrebna znanja i vještine postigne retencija znanja te da se studentima koji ne posjeduju znanja i vještine potrebne za uspješno svladavanje sadržaja kolegija Poslovna matematika ukaže na sve ono što je potrebno znati da bi mogli uspješno pratiti nastavu.

Poucak 81.indd 31 8.4.2020. 12:59:45

Svaki od navedenih načina podizanja razine znanja studenata na zadovoljavajuću razinu ima svoje prednosti i nedostatke. Uvođenje uvodnog kolegija prije obveznog svakako je najučinkovitije. Naravno, u okviru takvog kolegija nije moguće obraditi sve teme srednjoškolske matematike, ali je moguće obraditi one teme čije je poznavanje nužno za uspješno usvajanje sadržaja ostalih kolegija. Osnovni nedostatak ovog načina je činjenica da postojanje takvog uvodnog kolegija u prvom semestru ima za posljedicu izvođenje idućeg matematičkog kolegija u dugom semestru, čime se odgađa uvođenje matematičkih pojmova koji su studentima nužni za usvajanje sadržaja stručnih kolegija. Isto tako, postavlja se pitanje je li primjereno na visokoškolskoj ustanovi održavati matematički kolegij čiji se sadržaj zasniva isključivo na temama srednjoškolske matematike. Glavni nedostatak povećanja satnice i/ili izmjene plana i programa obveznog kolegija na način da se uvede određeni broj tema iz srednjoškolske matematike je taj što postoji mogućnost da kolegij postane preopširan i/ili da mu satnica bude prevelika. Naime, ukoliko je razina predznanja studenata niska, postavlja se pitanje jesu li oni u stanju svladati tako velik broj nastavnih tema u okviru jednog semestra, bez obzira što je dio tih tema sadržan u srednjoškolskoj matematici. Odvajanje dijela satnice postojećeg kolegija za ponavljanje određene teme možda je najčešće korišten način nastavnika, ali vrlo vjerojatno i najmanje učinkovit jer se na taj način može jedino postići retencija znanja.

Zaključak

Cilj ovoga rada je izložiti veći broj primjera spoznajnih, logičkih i elementarno matematičkih konflikata s kojima nam studenti dolaze na prvu godinu studija. Navedeni primjeri proizišli su iz prakse autora – odatle preopširnost i mjestimična nekoherentnost rada – i dijelom odražavaju njihove stavove i vrijednosti. Strpljiv i pažljiv čitalac ne mora se suglasiti s ovim stavovima, no ostaje činjenica da su ti primjeri realni i česti, da proizlaze iz manjkavosti našeg obrazovnog sustava i da svatko od nas, sudionika u njemu, ima iskustveno utemeljen stav o tome što u tom sustavu ne valja.

Sabrati i odvagnuti sva ova iskustva, steći širok uvid u postojeće stanje na svim razinama, uz jasnu viziju stvarnih ciljeva i svrhe matematičkog obrazovanja, kao i obrazovanja uopće, bio bi preduvjet kreiranja bilo kakve stvarne i suvisle kurikularne reforme.

Literatura:

1. Arhiva pisanih provjera znanja iz matematičkih kolegija Sveučilišnog odjela za stručne studije.
2. Arhiva pisanih provjera znanja iz matematičkih kolegija Filozofskog fakulteta u Splitu.
3. Bampili, A.C., Zachariades, T. & Sakonidis, C. (2017.). The transition from high school to university mathematics: a multidimensional process. *Proceedings of the*

Poucak 81.indd 32 8.4.2020. 12:59:45

Tenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education. Dostupno na: https://keynote.conference-services.net/resources/444/5118/pdf/CERME10_0406.pdf (pristup veljača 2018.)

4. Baranović, N. (2015.). O razvoju geometrijskog mišljenja u nastavi matematike prema van Hieleovoj teoriji, Simpozijum MATEMATIKA I PRIMENE, Matematički fakultet, Univerzitet u Beogradu, 2015, Vol. V(1).
5. Breen, S., O'Shea, A., & Pfeiffer, K. (2013.). The use of unfamiliar tasks in first year calculus courses to aid the transition from school to university mathematics. *Proceedings of the Eighth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 2316–2325). Ankara: ERME.
6. Idris, N. (2006.). Teaching and learning of mathematics: making sense and developing cognitive abilities. Utusan publications & Distributors Sdn Bhd. Kuala Lumpur.
7. Kim, D.J., Choi, S.H., & Lim, W. (2017.). Sfard's Commognitive Framework as a Method of Discourse Analysis in Mathematics. *World Academy of Science, Engineering and Technology International Journal of Cognitive and Language Sciences*, Vol:11, No:11. (pp. 476 – 289).
8. Liston, M. & O'Donoghue, J. (2007.). The Transition from Secondary School Mathematics to University Mathematics. *British Educational Research Association Annual Conference, Institute of Education, University of London.* Dostupno na: http://www.leeds.ac.uk/bei/Education-line/browse/all_items/167980.html (pristup veljača 2018.)
9. Nastavni planovi i programi matematičkih kolegija Sveučilišnog odjela za stručne studije. (2018.). Dostupno na: https://www.oss.unist.hr/ (pristup ožujak 2018.)
10. Thoma, A. & Nardi, E. (2018.). Transition from School to University Mathematics: Manifestations of Unresolved Commognitive Conflict in First Year Students' Examination Scripts. *International Journal of Research in Undergraduate Mathematics Education.* Vol: 4 No:1. (pp. 161 – 280).
11. Witzke, I. (2016.). The problem of transition from school to university mathematics. Dostupno na: https://www.uni-siegen.de/fb6/didaktik/personen/ingo-witzke/ (pristup veljača 2018.)

Poucak 81.indd 33 8.4.2020. 12:59:45