

Grad Karlovac kroz integriranu nastavu matematike, povijesti i geografije¹

TATJANA BEDNJANEC² I ANTONIJA CAPAN³

Uvod

Učenici OŠ Grabrik iz Karlovca dvije su godine zaredom sudjelovali na Festivalu matematike u Puli predstavljajući se kroz zavičajne teme. Budući da *Matematika+* zahtijeva zavičajni pristup, u školskoj godini 2016./2017. predstavili su Karlovačku Zvijezdu, a 2017./2018. stari grad Dubovac.

Teme se međusobno nadopunjuju, a osnova za izradu obaju radova (projekata) bila je matematika.

Međutim, obje su teme obrađene integriranim pristupom pa se s matematikom skladno prožimaju sadržaji povijesti i geografije, a sve uz jaku podršku informatike.

MatKaZvijezda

Tijekom svojeg školovanja učenici su mnogo puta posjetili Zvijezdu i učili o njoj kroz predmete Priroda i društvo, Geografija i Povijest. Karlovačka Zvijezda bila je primjer idealnog renesansnog grada pa je to ono što grad čini drugačijim od drugih. Učenici su se zapitali što je to bilo idealno u Zvijezdi i postoji li to i danas. Dakle, ključno pitanje postalo je: „Je li karlovačka Zvijezda i dalje primjer idealnog renesansnog grada?“. Kako bi to otkrili, učenici su spajali znanje i kompetencije triju predmeta: Povijesti, Geografije i Matematike. Uz pomoć alata dinamične geometrije, istraživanja na internetu te njima dostupnih studija koje se bave Zvijezdom, došli su do nekih odgovora. Koristili su *Geogebra* i *Google maps* kako bi na egzaktniji način došli do zaključaka.

Posao na projektu među sobom je podijelilo petero učenika sedmih razreda skladno vlastitim afinitetima. Rad je strukturiran kronološki odnosno počinje analizom nastanka i prošlosti grada. U nastavku je analizirano trenutačno stanje karlovačke Zvijezde, a posebna pažnja posvećena je analizi budućnosti Zvijezde.

Grad Karlovac utemeljen je 13. srpnja 1579. s ciljem da se zaustave daljnji prodori Osmanlija koji su Hrvatsko kraljevstvo pretvorili u *ostatke ostataka*. Za izgradnju

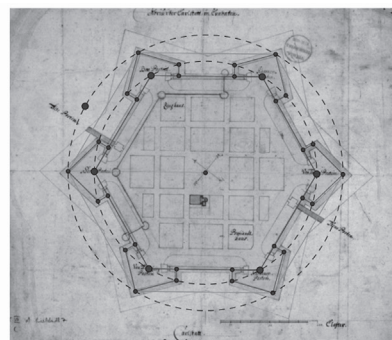
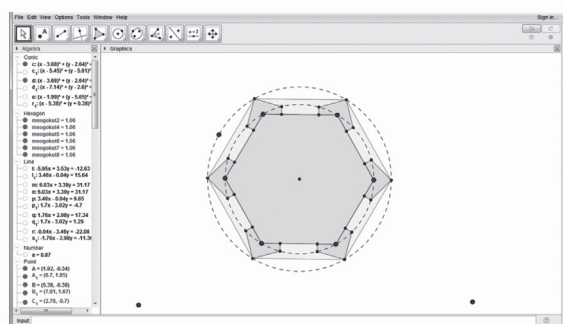
¹Predavanje održano na 8. kongresu nastavnika matematike RH, 2018. godine u Zagrebu

²Tatjana Bednjanec, OŠ Grabrik, Karlovac

³Antonija Capan, OŠ Grabrik, Karlovac

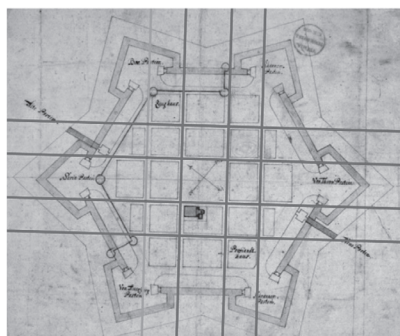
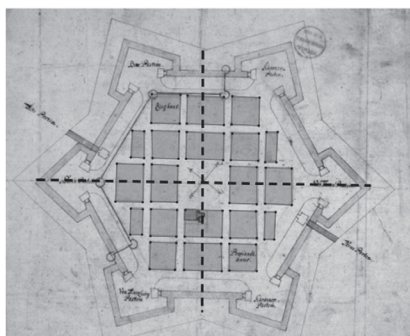
utvrde bili su osobito zainteresirani Habsburgovci čije su se zemlje našle na udaru Osmanlija, a od 1527. Habsburgovci se krune za hrvatsko-ugarske kraljeve. Renesansno poimanje ratovanja i obrane nameće izgradnju utvrđenih gradova s pravilnim (idealnim) zvjezdolikim tlocrtom. Lokacija je pažljivo odabrana jer su rijeke (Kupa, Korana, Dobra i Mrežnica) iskorištene da bi branile grad od napadača.

Tražeci odgovore na svoje pitanje, učenici su krenuli od najstarijeg plana grada koji je sačuvan, onoga iz 1579. Konstruirali su, koristeći *Geogebbru*, tlocrt karlovačke Zvijezde i uočili da se ona sastoji od pravilnog šesterokuta i 6 sukladnih nekonveksnih šesterokuta.

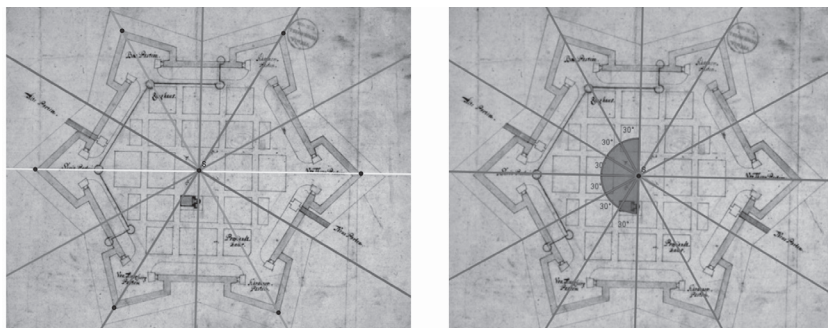


Nadalje, zanimalo ih je kakve su geometrijske pravilnosti predvidjeli idejni začetnici Zvijezde. Plan grada učenici su promatrali u *Geogebri* i pokušali otkriti što više nama poznatih elemenata matematike. U nastavku su neke od uočenih pravilnosti.

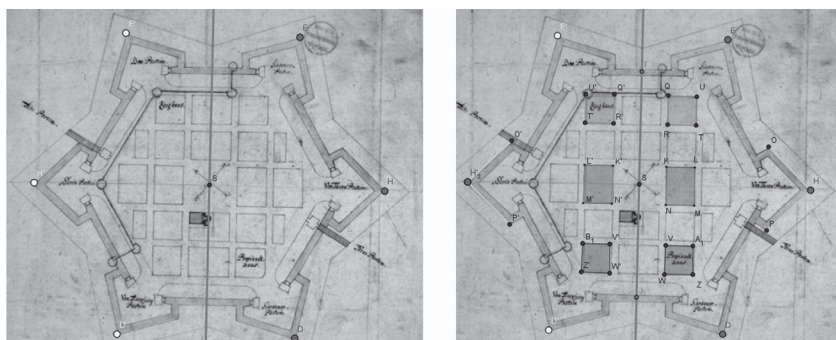
Uočili su da se plan grada sastoji od mreže s 21 inzulom (kvartom) složenom od savršeno simetrično raspoređenih kvadrata i pravokutnika unutar šesterokuta. Središnji dio mreže činilo je osam sukladnih pravokutnika složenih u obliku križa oko centralnog kvadratnog trga. Uz krakove križa ucrtana su po dva kvadrata, a u trokutasta polja uz vanjski rub šesterokuta još četiri manja pravokutnika. Sve ulice sijeku se pod pravim kutom, što su pokazali konstrukcijom paralelnih i okomitih pravaca s obzirom na jedan odabrani pravac (zelenu ulicu).



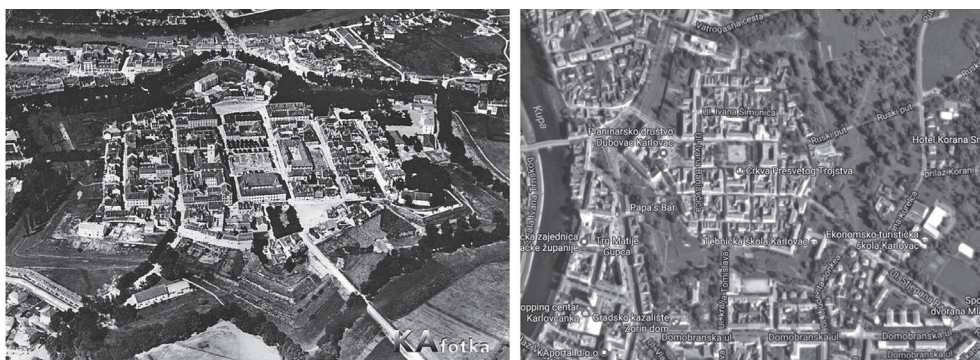
Promatrali su osi simetrije i otkrili da rotiranjem jedne osi oko točke S za 30° dobivamo sve ostale osi simetrije.



S obzirom na osi simetrije, preslikavali smo dijelove tvrđave i uočili da postoji simetrija i u unutarnjem rasporedu inzulata:



Uz velik broj geometrijskih i matematičkih pravilnosti zaključili su kako je prvotni plan uistinu predviđao izgradnju idealnog grada. Kako bi odgovorili na glavno pitanje našega rada – „Je li karlovačka Zvijezda i dalje primjer idealnog renesansnog grada?“ – proučavali su ono što je od nje ostalo. U tome je učenicima pomogao *Google maps* kako bi potvrdili ili opovrgnuli postoje li još uvijek uočene geometrijske pravilnosti iz samog plana izgradnje. Ubacili su slike u *Geogebra* i pokušali rekonstruirati ranije videne pravilnosti.



Učenci su morali uzeti u obzir da je Zvijezda tijekom godina preživjela dva požara, Domovinski rat i nedostatak razumijevanja vlasti da ju je potrebno zaštititi. Lijeva slika iz 1993. još uvijek lijepo pokazuje „zvjezdoliki” izgled jezgre, dok desna slika pokazuje njenu sadašnjost u *Google maps*.

Rekonstrukcijom su učenici uočili sljedeće:

Nedostaju neki pravokutnici koji su tvorili oblik križa. Ulice se sijeku pod pravim kutom, što su učenici ponovno pokazali konstrukcijom paralelnih i okomitih pravaca s obzirom na odabrani pravac (ulicu). Simetričnost je ostala sačuvana u nekim dijelovima gradnje.

Vrlo brzo učenici su zaključili kako Zvijezda više nema izgled idealnog renesansnog grada. Izgrađene su kuće i zgrade koje narušavaju „pravilnosti” uočene na samom planu grada. Požari, rat i vrijeme učinili su svoje pa je ovo današnji izgled Zvijezde.

Nakon istražene prošlosti i sadašnjosti učenike je zanimalo kakva je budućnost Zvijezde. Proučavali su sastav stanovništva, stanje i vlasništvo zgrada te položaj grada Karlovca. Od svog postanka grad ima kontaktno-spojni položaj jer spaja velike geografske cjeline: Nizinsku Hrvatsku s Gorskom i Primorskom Hrvatskom i nalazi se na mjestu gdje je Hrvatska najuža (od Slovenije do BiH samo je 47 km). Neposredno pored Karlovca prolazi autocesta (A1) na kojoj se ostvaruje prosječni godišnji dnevni promet od 20 849 vozila, a na godišnjoj razini čini 7,6 milijuna vozila.



Tijekom ljetnih mjeseci zbog sezone godišnjih odmora prosječni ljetni promet zna prijeći više od 50 000 vozila dnevno.

Upravo u tome učenici su vidjeli priliku za zaradu. Krenuli su od pretpostavke: svako drugo vozilo osobni je automobil s dva putnika. Godišnje pored Karlovca na

autocesti prolazi 3,8 milijuna osobnih vozila sa 7,6 milijuna putnika. Ako bi samo 15 % tih putnika imalo motiv zaustaviti se i posjetiti karlovačku Zvijezdu, grad Karlovac imao bi 1 140 000 posjetitelja godišnje!

Kada bi svaki od putnika potrošio prosječno 100 kuna, imali bi novi prihod od 114 milijuna kuna godišnje, što bi otvorilo mogućnost za poboljšanje kvalitete života Karlovčana i spriječilo iseljavanje.

Također, učenici su došli do zaključka kako bi grad Karlovac i njegova Zvijezda zbog svog geografskog položaja bili idealni za jednodnevne i višednevne izlete njihovih vršnjaka, učenika osnovnih i srednjih škola. Upravo su njihovi vršnjaci bili ideja vodilja za projekt zavičajne prirode za sljedeći Festival matematike. Nazvali su ga DvorsKA slagalica.

DvorsKA slagalica

Proučavanjem kulturne baštine grada i njegovih turističkih kapaciteta, učenici su uočili potrebu da se u svrhu promocije grada izradi suvenir namijenjen upravo učeničkoj populaciji. U želji da što veći broj posjetitelja dođe u Karlovac, učenici su željeli izraditi originalan suvenir koji bi predstavljao grad, ali i izazov za onoga tko ga ponese kući. Zajedničkim promišljanjem učenici su razvili ideju izrade makete staroga grada Dubovca (utvrda iznad Karlovca) kao interaktivnog suvenira uz koji je moguće nešto i naučiti.

Suvenir je zamišljen kao 3D slagalica uz turističku brošuru u kojoj je opisana kratka povijest grada Karlovca i Dubovca. Za izradu makete presudna je bila matematika pomoću koje je dobivena većina potrebnih mjera. Bilo je opet potrebno kombinirati sadržaje povijesti i geografije uz stalnu informatičku podršku. Suvenir je nazvan „DvorsKA slagalica”. Ideja je bila da slagalica na svojim stranama ima pitanja i odgovore. Za svako pitanje postoji jedan odgovor koji se točno slaže uz to pitanje. Pitanja su vezana uz grad Karlovac i dvorac Dubovac, a odgovori se nalaze u pratećoj brošuri. Završni proizvod slaganja je znanje o gradu i maketa dvorca Dubovac.

Stari grad Dubovac jedan je od simbola grada Karlovca. Smješten na uzvišenju iznad Kupe, najstariji je karlovački spomenik. Svima koji dolaze u Karlovac pogled će se zaustaviti na dvorcu koji je temelje dobio još u srednjem vijeku. Okružen šumom, izdiže se nad istoime-nim naseljem koje danas čini dio grada Karlovca. Za one koji žele doživjeti dašak srednjovjekovnog vremena, stari grad Dubovac pravo je mjesto.



Rad je podijeljen u 3 faze:

1. skupljanje materijala i pisanje teksta
2. slikanje, mjerenje i računanje dimenzija Dubovca
3. izrada turističke brošure i makete

Maketa je zamišljena kao komplet geometrijskih tijela. Bilo je potrebno sljedeće:

- za glavnu kulu: kvadar + kvadar + piramida,
- za sporedne kule: valjak + stožac,
- za popratne zgrade: kvadar + pravilna trostrana piramida.

Na samom početku rada učenici su naišli na problem. Skupili su različitu literaturu u knjižnici i na internetu te počeli proučavati građu. O samoj povijesti grada Karlovca i starog grada Dubovca našli su veliku količinu informacija, ali je bilo poteškoća s pronalaskom informacija o dimenzijama same utvrde. Zato su se učenici okrenuli matematici koja je i u ovom slučaju pokazala svoju veliku primjenu u svakodnevnom životu.



Odlučili su otići do dvorca, slikati ga sa svih strana i koristeći sličnost doći do potrebnih mjera. Ideja je bila uzeti veliki plastični metar koji bi prislonili uz dvorac, slikali metar i dvorac i koristili jednakost:

$$\frac{\text{visina dvorca u stvarnosti}}{\text{visina metra u stvarnosti}} = \frac{\text{visina dvorca na slici}}{\text{visina metra na slici}}$$

Došavši do dvorca odmah su uočili da će imati poteškoća s točnim izračunima.

Zbog neravnog terena i nemogućnosti fotografranja dvorca pod povoljnim kutom, dvorac su slikali iz različitih kutova pokušavajući dobiti najbolju sliku. Slike su međusobno podijelili i mjerili dogovorene elemente. Odmah su uočili da nisu svi jednako precizni u mjerenju pa su slike ubacili u *Geogebra* kako bi potvrdili svoja mjerenja. Nakon dobivenih mjera trebalo je izraditi mreže geometrijskih tijela.

Učenici su nacrtali potrebne mreže, nakon čega smo kontaktirali tiskaru Promo 21 koja je pomogla u printanju mreža na materijalu povoljnom za izradu makete.



Zaključak

Oba su projekta bila zahtjevnija od očekivanog. Najviše poteškoća imali smo s nedovoljnim poznavanjem alata u kojima smo odlučili raditi (npr. *Geogebra*) pa je postojala stalna potreba za popravcima onoga što smo već odradili. Kako naša škola ima dvosmjensku nastavu, bilo je zahtjevno pronaći termine za rad cijele ekipe. Vjerojatno najveću poteškoću predstavljala je velika količina istraženih podataka koju je trebalo sažeti za potrebe rada. Učenicima je sve bilo jednako važno pa su na tom polju trebali stalnu kontrolu i potporu nastavnica koje su ih usmjeravale na odabir najbitnijeg.

Bez obzira na zahtjevnost rada na ovim projektima, zaključujemo kako su učenici ipak imali puno koristi od zajedničkog rada. Susreli su se s radom na pravom projektu, suradničkim učenjem i podjelom poslova. Shvatili su kolika je odgovornost na svakome od njih da dobro odrade svoj dio posla i koliko ostatak ekipe ovisi o njima. Učenici su stekli veliko znanje o programu *Geogebra*, analizi podataka te izdvajanju bitnog. Odjednom su proširivali svoje znanje i jačali svoje kompetencije iz više predmeta, odgovorili su sami sebi na pitanje „Što će mi znanje povijesti, geografije i matematike trebati u životu?“. Vježbali su za javni nastup i promišljali o budućnosti svoga grada u tolikoj mjeri da su osmislili konkretan proizvod za njegovu promociju. S obzirom da su ove godine završili osmi razred, nadamo se da će i u srednjoj školi nastaviti raditi i na zahtjevnijim projektima od naših. Sigurne smo da s time neće imati problema.