Primljen / Received: 16.6.2019.
Ispravljen / Corrected: 9.12.2020.
Prihvaćen / Accepted: 19.12.2020.
Dostupno online / Available online: 10.2.2021.

Procjena troškova izgradnje AB i prednapetih betonskih mostova primjenom strojnog učenja

Autori:

Doc.dr.sc. **Miljan Kovačević**, dipl.ing.građ.
Sveučilište u Prištini
Fakultet tehničkih znanosti
miljan.kovacevic@pr.ac.rs
Autor za korespondenciju

Prof.dr.sc. **Nenad Ivanišević**, dipl.ing.građ.
Sveučilište u Beogradu, Srbija
Građevinski fakultet
nesa@grf.bg.ac.rs

Doc.dr.sc. **Predrag Petronijević**, dipl.ing.građ.
Sveučilište u Beogradu, Srbija
Građevinski fakultet
pecap@grf.bg.ac.rs

Dr.sc. **Vladimir Despotović**, dipl.ing.el.
Sveučilište u Luksemburgu
Odjel za računarstvo
vladimir.despotovic@uni.lu

Izvorni znanstveni rad

Miljan Kovačević, Nenad Ivanišević, Predrag Petronijević, Vladimir Despotović

Procjena troškova izgradnje AB i prednapetih betonskih mostova primjenom strojnog učenja

U ovom radu istraženo je sedam najnovijih postupaka strojnog učenja za procjenu troškova izgradnje armiranobetonskih i prednapetih betonskih mostova, uključujući umjetne neuronske mreže (ANN) i ansamble ANN, ansamble regresijskih stabala (eng. random forests, boosted and bagged regresijska stabla), metodu potpornih vektora za regresiju (SVR) i Gausov regresijski proces (GPR). Stvorena je i baza podataka o troškovima izgradnje i projektnim karakteristikama za 181 armiranobetonski i prednapeti betonski most za treniranje i ocjenu modela.

Ključne riječi:
armiranobetonski mostovi, prednapeti betonski mostovi, strojno učenje, troškovi izgradnje

Original scientific paper

Miljan Kovačević, Nenad Ivanišević, Predrag Petronijević, Vladimir Despotović

Construction cost estimation of reinforced and prestressed concrete bridges using machine learning

Seven state-of-the-art machine learning techniques for estimation of construction costs of reinforced-concrete and prestressed concrete bridges are investigated in this paper, including artificial neural networks (ANN) and ensembles of ANNs, regression tree ensembles (random forests, boosted and bagged regression trees), support vector regression (SVR) method, and Gaussian process regression (GPR). A database of construction costs and design characteristics for 181 reinforced-concrete and prestressed-concrete bridges is created for model training and evaluation.

Key words:
reinforced concrete bridges, prestressed concrete bridges, machine learning, construction costs

Wissenschaftlicher Originalbeitrag

Miljan Kovačević, Nenad Ivanišević, Predrag Petronijević, Vladimir Despotović

Schätzung der Baukosten für Stahlbeton- und Spannbetonbrücken durch maschinelles Lernen

In dieser Arbeit werden sieben kürzlich durchgeführte maschinelle Lernverfahren zur Schätzung der Kosten für den Bau von Stahlbeton- und Spannbetonbrücken untersucht, darunter künstliche neuronale Netze (ANN) und ANN-Ensembles, regressive Baumensembles (Random Forests, Bagging und Boosting bei Regressionsbäumen), die Methode der Support-Vektor-Maschine für Regression (SVM) und der Gaußsche Regressionsprozess (GPR). Außerdem wurde eine Datenbank zu Baukosten und Planungsmerkmalen für 181 Stahlbeton- und Spannbetonbrücken für die Modellschulung und -bewertung erstellt.

Schlüsselwörter:
Stahlbetonbrücken, Spannbetonbrücken, maschinelles Lernen, Baukosten

1. Uvod

U svijetu postoji više od dva milijuna mostova u funkciji, pri čemu je njihov broj u stalnom porastu [1]. Prema podacima Američke asocijacije izvođača prometne infrastrukture (American Road and Transportation Builders Association - ARTBA), ukupna vrijednost investicija za mostove je 2014. godine procijenjena na 27 milijardi dolara (U.S.) u SAD [2]. U okviru Europske unije planirano je 20,4 milijarde eura za izgradnju transeuropskih mreža (TENS) u okviru prometnog sektora (Connecting Europe Facility) za razdoblje od 2014. do 2020. godine [3]. Ovaj će se trend sigurno nastaviti i idućih godina, pa je procjena troškova izgradnje, koji su najznačajniji dio ukupnih investicijskih troškova, iznimno važna [4]. Predviđanje troškova izgradnje jedan je od najvažnijih preliminarnih koraka u bilo kojem građevinskom projektu, jer je to presudno da se izbjegnu kašnjenja izgradnje i osigura uspješni završetak projekta [5]. Glavni problem u procjeni troškova projekata prometne infrastrukture jest znatno odstupanje između procijenjenih troškova i stvarnih, aktualnih troškova izgradnje zbog namjernog podcenjivanja u početnim fazama projekta, kada se procjenjuju troškovi kako bi se odlučilo treba li prometna infrastruktura biti izgrađena. Na temelju 258 projekata prometne infrastrukture vrijednih 90 milijardi američkih dolara (SAD), utvrđeno je da su u velikoj većini projekata stvarni troškovi bili znatno veći od prvobitno procijenjenih, npr. 34 % više u prosjeku za troškove mostova i troškove tunela [6]. Ovo podcenjivanje očigledno nije pogreška, sklono je subjektivnosti i potencijalno može uvesti pristranost u proces donošenja odluka [6]. Stoga je vrlo poželjno moći objektivno predvidjeti ove troškove. Procjena troškova izgradnje u prometnoj infrastrukturi složen je proces na koji utječu različiti čimbenici, nesigurnost i nepreciznost. Metode temeljene na strojnom učenju pokazale su obećavajuće rezultate, omogućujući automatizaciju procjene troškova izgradnje i uklanjajući subjektivnost koju uvodi ljudski faktor. Hegazy i Ayed osmislili su model umjetne neuronske mreže (ANN) za procjenu troškova izgradnje autocesta [7]. Za treniranje mreže koristili su *backpropagation* algoritam, simpleks i genetski algoritam (GA). Mreža je trenirana korištenjem skupa od 18 projekata autocesta izgrađenih u Newfoundlandu u Kanadi. Marcous i sur. koristili su ANN s *backpropagation* algoritmom učenja za predviđanje volumena betona i masu čelika za prednapinjanje u rasponskom sklopu mosta [8]. Za treniranje mreže korišten je skup od 22 prednapeta betonska mosta preko Nila u Egiptu. Marinelli i sur. primijenili su ANN-ov model za predviđanje količine materijala za rasponski sklop (beton, čelik za prednapinjanje i armaturni čelik) koristeći podatke 68 izgrađenih mostova za autoceste u Grčkoj [9]. Mostafa je primijenio višestruku regresijsku analizu kako bi procijenio troškove za 54 mosta i 72 propusta [10]. Hollar i sur. procjenjuju troškove prethodnog inženjeringa mostova, određenih kao postotak troškova izgradnje, koristeći višestruku regresijsku analizu [11]. Skup podataka sastoji se od projekata mostova u Sjevernoj Karolini, SAD, između 2001. i 2009. godine. Cheng i Wu primjenjuju metodu potpornih vektora (SVM) za predviđanje troškova izgradnje koristeći skup od 29 građevinskih projekata za trening modela, s prosječnom pogreškom predviđanja manjom od 10 % [12]. Kim i Kim proučavali su inicijalnu procjenu troškova pomoću zaključivanja, zasnovano na slučajevima (CBR) i GA [13]. Fragkakis i sur. prezentiraju model predviđanja troškova temelja mosta koji predviđa količine materijala kod različitih tipova temeljenja i procjenjuju ukupne troškove temeljenja primjenom stupanjske regresije (eng. *backward stepwise regression*) [14]. Ćirilović i sur. proučavali su predikcijske modele koji su temeljeni na višestrukoj regresijskoj analizi i ANN-a za jedinične troškove radova na obnovi cesta, koristeći skup podataka od 200 ugovora iz 14 zemalja Europe i središnje Azije potpisanih između 2000. i 2010. godine [15]. Pesko i sur. proveli su slično istraživanje o procjeni troškova rekonstrukcije prometne infrastrukture u urbanim područjima pomoću ANN-a [16]. Elfaki i sur. analizirali su metode za procjenu troškova izgradnje, uključujući strojno učenje, sustave zasnovane na pravilima, evolucijske sustave, sustave zasnovane na agentima i hibridne sustave [5]. Chou i sur. proučavali su modele na temelju višestruke regresijske analize, CBR-a i ANN-a za predviđanje iznosa ponuda za projekte izgradnje mostova na Tajvanu [17]. Najbolje predviđanje dobiveno je pomoću ANN modela, a MAPE kao kriterij izvedbe jednak je 13,09 %.

Iz prethodnih istraživanja može se zaključiti da su upotrebljavani modeli za procjenu troškova, čija je prednost u tome što ih poznaje šira struka. Nedostatak je što se većina istraživača koristi ili linearnim regresijskim modelima koji se temelje na pretpostavci linearnosti, što čini cijeli postupak procjene pristranim, ili modelima neuronskih mreža koji su znatno složeniji za interpretaciju (modeli crnih kutija) i zahtijevaju opsežniju bazu podataka, ili koriste hibridne modele koji su još složeniji.

U ovom radu se daje detaljna usporedna analiza sedam najnovijih tehnika strojnog učenja za procjenu troškova izgradnje armiranobetonskih (RC) i prednapetih betonskih (PC) mostova. Neki od predloženih modela, poput GPR-a, do sada nisu prethodno korišteni za procjenu troškova izgradnje u prometnoj infrastrukturi.

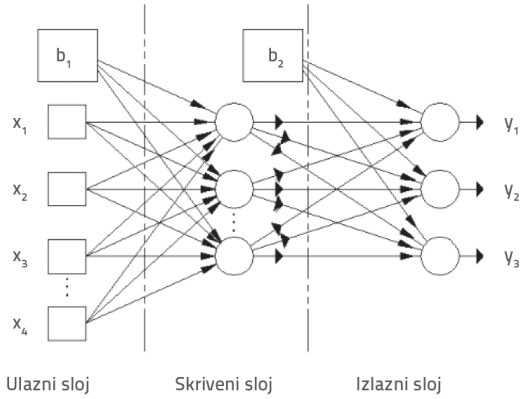
2. Metodologija

Najsuvremenije tehnike strojnog učenja za procjenu troškova izgradnje RC i PC mostova, uključujući ANN i ansamble ANN, ansamble regresijskih stabala, metodu potpornih vektora za regresiju i Gausov regresijski proces, u ovom su poglavlju kratko izložene s pojedinostima njihovih implementacija.

2.1. Višeslojna perceptron umjetna neuronska mreža (MLP- ANN)

Višeslojni perceptron (slika 1.) je neuronska mreža koja se sastoji od najmanje tri sloja: ulaznog, skrivenog i izlaznog.

Svaki se sloj sastoji od jedne ili više procesorskih jedinica koje se nazivaju neuroni, pri čemu je svaki neuron u jednom sloju povezan sa svakim neuronom sljedećeg sloja. Višestruki slojevi neurona s nelinearnim prijenosnim funkcijama omogućavaju mreži da nauči nelinearne odnose između ulaznih i izlaznih vektora [18]. MLP s jednim skrivenim slojem s bipolarnom sigmoidnom aktivacijskom funkcijom i izlaznim slojem s linearnom aktivacijskom funkcijom može aproksimirati proizvoljnu višedimenzijsku funkciju za zadani skup podataka, kada ima dovoljan broj neurona u skrivenom sloju [19].



Slika 1. Višeslojna perceptron neuronska mreža

Broj neurona u skrivenom sloju može se eksperimentalno odrediti za zadani skup podataka, s gornjom granicom koju izračunavamo pomoću izraza (1) i (2):

$$N_H \leq 2 \times N_i \tag{1}$$

$$N_H \leq \frac{N_S}{N_i + 1} \tag{2}$$

Gdje N_i broj ulaza u neuronsku mrežu, a N_s predstavlja broj instanci koje se koriste za trening. Preporuka je da se usvoji manja vrijednost za broj neurona u skrivenom sloju koju daju izrazi (1) i (2) [20, 21].

Da bi se poboljšala generalizacija ANN modela, mogu se primijeniti ansambli neuronskih mreža. Pri tome veći broj neuronskih mreža koristiti zajedno za predviđanje kod podataka koji nisu korišteni za treniranje. Pojedini modeli koji formiraju ansambl predstavljaju bazne modele ili podmodele, a svaki podmodel pojedinačno može imati različit broj neurona u skrivenom sloju. MLP model neuronske mreže s metodom ranog zaustavljanja kako bi se spriječilo pretreniranje primjenjen je kao podmodel u okviru ANN ansambla.

2.2. Ansambli regresijskih stabala

Linearna regresija predstavlja globalni model, gdje jedna formula opisuje odnose između ulaza i izlaza modela u cijelom prostoru podataka. Kada postoji puno atributa s nelinearnom interakcijom, vrlo je teško naći jedan globalni model. Alternativni pristup je dijeljenje prostora podataka na manje particije, gdje je modeliranje tih interakcija lakše postići. Te se particije mogu dalje dijeliti na još manja područja, dok se napokon ne dobiju dijelovi prostora podataka u kojima se mogu primijeniti jednostavni modeli. To nazivamo rekurzivno particioniranje.

Regresijska stabla se koriste za predstavljanje rekurzivne particije. Ona dijele prostor ulaznih podataka na particije i svakoj particiji dodjeljuju odgovarajuću vrijednost predviđanja. Završni čvorovi stabla, označeni kao lišće, predstavljaju ove particijske dijelove. Da bi se utvrdilo kojem listu pripadaju ulazni podaci i dodijelila vrijednost predviđanja, algoritam započinje od korjenskog čvora i postavlja uzastopna binarna pitanja. Zavisno od ishoda pitanja, odabire se podgrana stabla. Na kraju, algoritam dolazi do lisnog čvora, gdje se obavlja predviđanje. To predviđanje se dobiva kao srednja vrijednost svih instanci trening podataka koji dosegnu taj čvor lista.

Pretpostavimo da postoji skup podataka $D = \{(x_i, y_i) \in \mathbb{R}^n \cdot \mathbb{R}, i = 1, 2, \ldots, l\}$ koji se sastoji od l parova za trening (x_1, y_1), (x_2, y_2), …, (x_l, y_l) gdje je $x_i \in \mathbb{R}^n$ n-dimenzionalni vektor koji označava ulaze u model, a y_i su zapaženi izlazi sustava (izlazi modela). Pretpostavimo zatim daljnju podjelu ulaznog prostora na M particija R_m, $m = 1, 2, \ldots, M$, gdje je odgovor sustava modeliran sa c_i u svakoj particiji:

$$f(x) = \sum_{m=1}^{M} c_m I(x \in R_m) \tag{3}$$

U izrazu (3) $I\{x \in R_i\}$ predstavlja binarnu funkciju koja ima vrijednost 0 ili 1, ovisno od dobivene vrijednosti u čvoru dijeljenja stabla [22]. Konstanta c_i se može odrediti kao srednja vrijednost svih izlaza y_i u okviru regije R_i. Greedy algoritam je korišten za određivanje točke dijeljenja stabla [23, 24]. Regresijska stabla se mogu kombinirati u obliku ansambla, koji predstavlja predikcijski model sastavljen od multiplicirane kombinacije više regresijskih stabala. Mogu se koristiti različiti algorimi za obuku ansambla kao npr. bagging i boosting algoritam.

2.2.1. Bagging

Glavni problem regresijskih stabala je velika različitost (varijancija) koja se javlja zbog činjenice da samo manja promjena podataka može uzrokovati značajno različite strukture stabala. To se događa jer se pogreška u jednom od gornjih dijeljenja prenosi sve do lišća. Kod *bootstrap* agregacije (bagging) više podskupova podataka D_i oblikuje se iz skupa podataka za trening D, slučajnim uzorkovanjem sa zamjenom iz D [25]. Svaki od tih podskupova naziva se *bootstrap* uzorak (ili jednostavno bootstrap). Budući da je zamjena dopuštena, podskupovi mogu imati duplikate instanci podataka ili neke od njih mogu biti izostavljene, što omogućuje da se *bootstrap* podskupovi razlikuju od početnog skupa podataka. Svaki od tih bootstrapova koristi se za izgradnju jednog regresijskog stabla, koje može

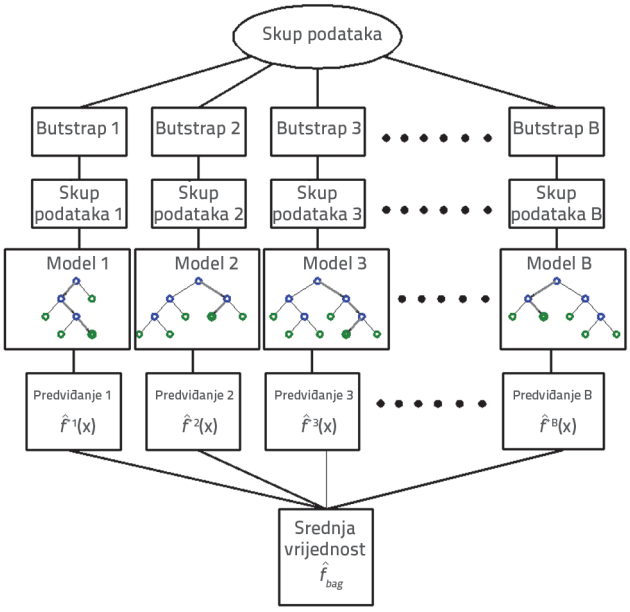
imati različit broj listova i različitu strukturu u usporedbi s originalnim stablom. Sva pojedinačna stabla nadalje se kombiniraju i čine ansambl (slika 2.). Predviđanja predstavljaju srednju vrijednost za sva stabla koja čine ansambl, čime se smanjuje varijancija i poboljšava predikcija.

2.2.2. Slučajne šume (*random forests*)

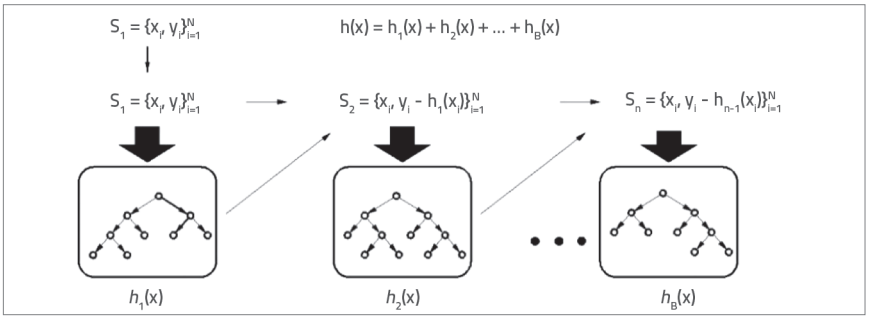
Metoda *random forests* (slučajne šume) predstavlja proširenje bagging metode kojom se smanjuje korelacija između pojedinih stabala, gradeći tako ansambl dekoreliranih stabala.

Pretpostavimo da se skup podataka *D* za trening sastoji od *l* zapažanja i *n* atributa. Najprije se slučajno uzima uzorak iz skupa podataka za trening sa zamjenom i stvara se *bootstrap*. Prije svakog dijeljenja, $m \leq n$ atributa se proizvoljno bira kao kandidat za dijeljenje. Najbolji atribut (točka dijeljenja) među *m* atributa koristi se za dijeljenje čvora iterativno [22, 26]. Po jedno stablo generira se za svaki *bootstrap*, a predviđanja predstavljaju srednje vrijednosti za sva stabla u šumi. Tipične vrijednosti za *m* su približno $\sqrt{n}$ [20, 24]. Smanjivanjem *m* smanjuje se korelacija između bilo kojeg para stabala u cjelini, čime se smanjuje varijancija srednje vrijednosti.

Dok se kod *bagging* metode uzorkuju slučajni podskupovi podataka iz početnog skupa podataka za svako stablo, kod *random forest* metode podskupovi atributa se također biraju proizvoljno, umjesto da se koriste svi atributi za stvaranje stabala. Više slučajnih stabala čini slučajnu šumu (*random forest*).



Slika 2. Bootstrap agregacija (bagging) kod ansambla regresijskih stabala



Slika 3. Gradijent boosting kod ansambla regresijskih stabala

2.2.3. *Boosting*

Boosting je ansambl tehnika gdje se prediktori stvaraju sekvencijalno, a ne nezavisno kao kod *bagging* tehnike. Razlog tome je da svaki sljedeći prediktor uči na pogreškama koje su počinili prethodni prediktori [22]. Kada se primjenjuje gradijent boosting na ansamble regresijskih stabala, prvo regresijsko stablo je ono koje maksimalno smanjuje funkciju pogreške za odabranu strukturu stabla i zadani trening skup podataka. Zatim se izračunava rezidual (pogreška predviđanja), što predstavlja pogrešku koju je počinio model prediktora (prvo regresijsko stablo). U sljedećem koraku se novim stablom modeliraju reziduali prvog stabla. Na svakom koraku modelu se dodaje novo stablo kojim se modeliraju reziduali prethodnog. Rezidualne vrijednosti obično se množe brzinom učenja (vrijednost manja od 1) kako bi se izbjeglo pre-treniranje (overfitting). Konačni model dobiven *boosting* tehnikom je linearna kombinacija svih stabala (obično stotina ili tisuća stabala), kao što je prikazano na slici 3.

Glavna ideja *boosting* tehnike je ta da se umjesto uporabe jednog složenog regresijskog stabla, koje se lako pretrenira, postigne mnogo bolji rezultat ako se više jednostavnih regresijskih stabala obučava iterativno, a svako od njih poboljšava karakteristike predviđanja prethodnih [22].

2.3. Metoda potpornih vektora za regresiju (SVR)

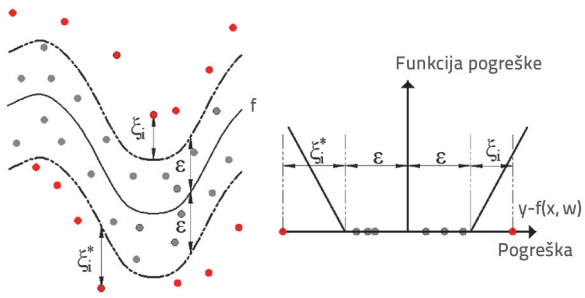
Pretpostavimo da je skup podataka za treniranje $\{(x_1,y_1), (x_2,y_2), ..., (x_l,y_l) \in \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}\}$, gdje $x_i \in \mathbb{R}^n$ predstavlja n-dimenzionalni vektor ulaza u model a y_i su zapaženi odgovori na te ulaze (izlazi modela). SVR nastoji pronaći aproksimacijsku funkciju $f(x)$ s odstupanjem ε od razmotrenih odgovora y_i za sve trening podatke *x* Aproksimacijska funkcija za nelinearni slučaj SVR [27] jednaka je

$$f(x) = \sum_{i=1}^{l} \left(\alpha_i^* - \alpha_i\right) \mathbf{K}\left(\mathbf{x_i}, \mathbf{x}\right) + b \tag{4}$$

U izrazu (4) **K** označava kernel funkciju, α_i^*, α_i i b su parametri izvedeni minimizacijom kriterijske funkcije

$$\|w\|^2 + C\left(\sum_{i=1}^{l}\xi_i + \sum_{i=1}^{l}\xi_i^*\right)$$

za zadana ograničenja (slika 4.). ξ_i i ξ_i^* označavaju dodatne varijable koje dopuštaju određenu mjeru regresijske pogreške, kod inače neizvodivih ograničenja optimizacijskog problema.



Slika 4. Nelinearni SVR

Konstanta $C > 0$ predstavlja parametar koji se odabire i označava iznos odstupanja veći od ε koji se može tolerirati. Povećanjem C kažnjavaju se veće pogreške. Drugi parametar koji se odabire je zahtijevana preciznost ε. U ovom radu koristi se RBF kernel funkcija [28].

$$K(x_i, x) = \exp\left(-\gamma\|x_i - x\|^2\right),\ \gamma > 0 \tag{5}$$

2.4. Gausov regresijski proces

GP metoda predstavlja neparametarsku metodu koja se definira kao beskonačni skup slučajnih varijabli takav da njegov svaki konačni podskup slijedi multivarijantnu Gausovu raspodjelu. Proširivanje multivarijantne Gaussove raspodjele na beskonačni skup slučajnih varijabli omogućava da se GP promatra kao posterior raspodjela slučajnih funkcija, a primjenjuje se Bayesovo pravilo za određivanje vjerojatnosti raspodjele iz trening podataka kod nadziranog strojnog učenja. Razmotrimo problem nelinearne regresije

$$y = f(x) + \varepsilon,\ \varepsilon \sim N(0,\sigma^2) \tag{6}$$

gdje je $f(\cdot) : R_n \rightarrow R$ nepoznata funkcija koju treba odrediti, y_i je ciljana varijabla, x su ulazne varijable i ε je normalno raspodjeljen aditivan šum. Gausov regresijski proces [29] pretpostavlja da Gausov proces ima funkciju srednje vrijednosti $\mu(\cdot)$ i funkciju kovarijancije $k(\cdot\ \cdot)$. Broj opservacija n u proizvoljnom skupu podataka $\mathbf{y} = \{y_1, \ldots, y_n\}$ može se promatrati kao uzorak određene multivarijantne (n varijantne) Gausove raspodjele

$$(y_1, \ldots, y_n)^T \sim N(\mu, K) \tag{7}$$

gdje $\boldsymbol{\mu} = (\mu(x_1), \ \mu(x_n))^T$ predstavlja vektor srednje vrijednosti, a K je n × n matrica kovarijancije čiji element (i, j) ima vrijednost $K_{ij} = k(x_i, x_j) + \sigma^2\delta_{ij}$. Ovdje δ_{ij} predstavlja Kronekerovu delta funkciju. Neka x^* predstavlja proizvoljnu test točku, a y^* odgovarajuću vrijednost odgovora. Zajednička raspodjela $(y_1, \ldots, y_n, y^*)$ je $(n + 1)$ varijantna normalna distribucija $(y_1, \ldots, y_n, y^*) \sim N(\mu^*, \Sigma)$, gdje je $\boldsymbol{\mu}^* = (\mu(x_1), \ldots, \mu(x_n), \mu(x^*))^T$, a matrica kovarijancije

$$\Sigma = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & \cdots & K_{1n} & K_{1*} \\ K_{21} & K_{22} & \cdots & K_{2n} & K_{2*} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ K_{n1} & K_{n2} & \cdots & K_{nn} & K_{n*} \\ K_{*1} & K_{*2} & \cdots & K_{*n} & K_{**} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K & K^* \\ K^{*T} & K^{**} \end{bmatrix} \tag{8}$$

gdje je $K^* = (K(x^*, x_1), \ldots, K(x^*, x_n))^T$ i $K^{**} = K(, x^*)$.
Uvjetna raspodjela y^*, za zadano $\mathbf{y} = (y_1, \ldots, y_n)^T$ je onda $N\left(\hat{y}^*, \hat{\sigma}^{*2}\right)$ gdje je

$$\hat{y}^* = \mu\left(x^*\right) + K^{*T} K^{-1}\left(y - \mu\right) \tag{9}$$

$$\hat{\sigma}^{*2} = K^{**} + \sigma^2 - K^{*T} K^{-1} K^* \tag{10}$$

Kovarijancija je najvažniji dio pri određivanju modela. U eksperimentima se primjenjuju različite funkcije kovarijancije. Svaka od tih funkcija kovarijancije ovisi o hiperparametaru koji treba podesiti. Za neke funkcije kovarijacije može se pomiću hiperparametara odrediti koji su ulazi relevantniji od ostalih, primjenjujući automatsko određivanje relevantnosti (eng. *automatic relevance determination* - ARD). Na primjer, razmotrimo kvadratnu eksponencijalnu funkciju kovarijancije s različitim parametrima razmjera dužine za svaki ulaz (ARD SE)

$$k\left(x_p, x_q\right) = v^2 exp\left[-\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{x_p^i - x_q^i}{r_i}\right)^2\right] \tag{11}$$

gdje r_i označava parametar razmjera dužine funkcije kovarijancije za dimenziju i. Ako je velika vrijednost, relativni značenje -tog ulaza je manja [29]. Hiperparametri $\{v, r_1, , r_n\}$ i varijancija šuma σ^2 mogu se ocijeniti metodom najveće vjerojatnosti. Vrijednost log-vjerojatnosti trening podataka dana je izrazom (12):

$$L\left(v, r_1, \ldots, r_n, \sigma^2\right) = -\frac{1}{2}\log\det K - \frac{1}{2}y^T K^{-1} y - \frac{n}{2}\log 2\pi \tag{12}$$

3. Skup podataka

Predložene metode za procjenu troškova oslanjaju se na skup podataka koji uključuje projektnu i ugovornu dokumentaciju za RC i PC izgrađene mostove na koridoru X, koji je jedan od najvažnijih paneuropskih prometnih koridora koji povezuju Austriju, Mađarsku, Sloveniju, Hrvatsku, Srbiju, Bugarsku, Republiku Sjevernu Makedoniju i Grčku (slika 5.).
Skup podataka o mostovima uključuje cjelokupne podatke o 181 izgrađenom mostu za autoceste, uključujući 104 mosta s armiranonetonskom (RC) nadgradnjom uobličenom na liu

mjestu građenja i 77 mostova s prednapetom betonskom (PC) nadgradnjom (montažni ili oblikovani na gradilištu), smještenih na istočnom i južnom kraku koridora X u Srbiji. Od ukupno 181 mosta, 148 je mostova na autocesti, a 33 su nadvožnjaci koji ne prelaze autocestu. Ukupna ugovorna vrijednost svih mostova uključenih u skup podataka veća je od 100 milijuna eura.

Analizirajući troškove projekta u osmišljenom skupu podataka može se zaključiti da su 77,41 % svih troškova izgradnje bili troškovi čelika i betona. Svi su mostovi ugovoreni između rujna 2009. i lipnja 2014. U tom su se periodu znatno povećali troškovi rada, materijala i agregata. Prosječna bruto zarada narasla je za približno 30 %, cijena kamenih agregata narasla je za 16 %, a cijena čelika za 27 % (maksimalne vrijednosti u odnosu na rujan 2009.).

U pregledu literature [7-17] može se primijetiti da znatan broj modela polazi od određene pretpostavke o modelu. U ovom radu pokušava se dobiti model iz eksperimentalnih podataka bez početnih pretpostavki o samom modelu, pomoću reduciranog skupa podataka koji su dostupni u ranim fazama projekta.

Na projekt mosta općenito utječu brojne varijable, te stoga odabir ulaznih varijabli ima presudnu ulogu u modeliranju troškova izgradnje RC i PC mostova. Kako su betonski i metalni radovi troškovno najznačajniji (u prosjeku gotovo 80 % svih troškova), varijable koje su direktno povezane s količinom betonskih radova i količinom metalnih radova uzimaju se kao ulazne varijable modela. S tim u vezi uzete su u obzir sljedeće varijable: *ukupna dužina raspona mosta*, *širina mosta*, *prosječna visina stupova*, *tip temeljenja*.

U slučajevima kada je *ukupna dužina raspona mosta* jednaka, nije svejedno je li sastavljena od malog broja dužih pojedinačnih raspona ili od većeg broja kraćih pojedinačnih raspona, te je uvedena nova varijabla *prosječni raspon mosta*, koja bolje karakterizira dužinu mosta. Ona se može dobiti dijeljenjem ukupne dužine raspona mosta s brojem raspona mosta.

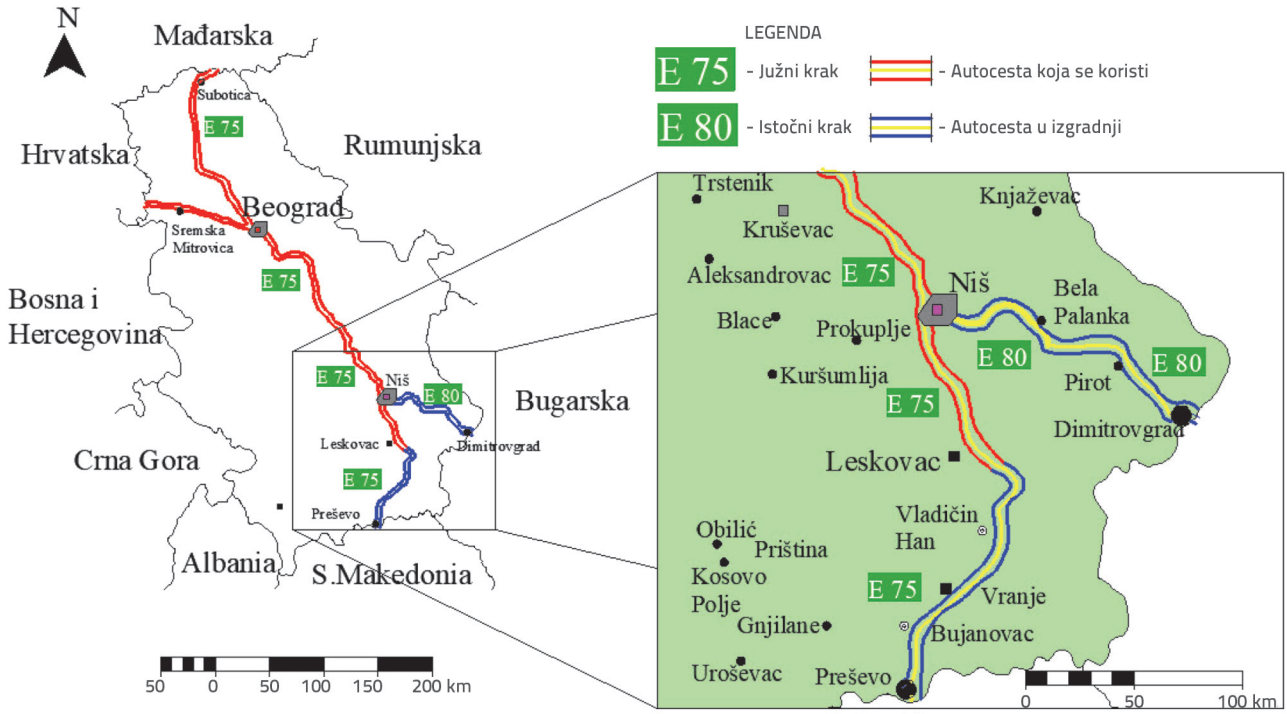
Prema [30], troškovi vezani za oplatu i skele mogu iznositi i do 20 % ukupnih troškova izgradnje. Kako bi se razmotrio potencijalni utjecaj tih troškova, u radu je uvedena varijabla *tip konstrukcije mosta*.

Varijable *bruto zarada*, *indeks cijene agregata* i *indeks cijene čelika* omogućuju komparaciju troškova izgradnje mostova koji su ugovoreni s drugim baznim datumom.

Tablica 1. Ulazne varijable korištene za modeliranje troškova izgradnje RC i PC mostova

Oznaka varijable	Naziv varijable
x_1	prosječni raspon mosta
x_2	ukupna dužina raspona mosta
x_3	širina mosta
x_4	tip konstrukcije mosta
x_5	prosječna visina stupova
x_6	tip temeljenja
x_7	bruto zarada*
x_8	indeks cijene agregata*
x_9	indeks cijene čelika*
*Zavod za statistiku Republike Srbije (http://www.stat.gov.rs/)	

U tablici 1. prikazano je devet ulaznih varijabli koje se primjenjuju za sve modele. Varijabla "tip konstrukcije mosta" je binarna i



Slika 5. Istočni i južni krak koridora X u Srbiji

Tablica 2. Prosječne, minimalne i maksimalne vrijednosti ulaznih i izlaznih varijabli za modeliranje troškova / cijena izgradnje RC i PC mostova

Varijabla	Srednja vrijednost	Minimalna vrijednost	Maksimalna vrijednost
Prosječni raspon mosta [m]	21,25	6,52	49,00
Ukupna dužina raspona mosta [m]	84,24	6,52	628,74
Širina mosta [m]	13,43	7,90	19,91
Prosječna visina stupova [m]	9,60	3,28	35,01
Bruto zarada	44608	38427	51248
Indeks cijene agregata	109,85	100	115,99
Indeks cijene čelika	123,37	100	127,58
Cijena izgradnje [EUR/m^2]	593,65	310,83	1335,39

uzima vrijednost 1 za PC nadgradnju (montažna ili oblikovana na gradilištu) ili vrijednost 0 za oblikovana na gradilištu RC nadgradnju. Varijabla "tip temeljenja" također je binarna i uzima vrijednost 1 za duboko temeljenje ili vrijednost 0 za plitko temeljenje. Cijene agregata i čelika pretvorene su u indekse, koristeći cijene u rujnu 2009. kao bazne. Varijabla "bruto zarada" označava prosječnu bruto zaradu u građevinskoj industriji definiranu u ugovornoj dokumentaciji (bruto zarada značtno varira od rujna 2009. do lipnja 2014.).

Prosječne, minimalne i maksimalne vrijednosti ulaznih varijabli (isključujući binarne varijable) prikazane su u tablici 2. Binarna varijabla *tip konstrukcije mosta* ima vrijednost 1 za 77 mostova s PC nadgradnjom (montažni ili oblikovani na gradilištu) i 0 za 104 mosta oblikovani na gradilištu RC nadgradnjom. Binarna varijabla *tip temeljenja* ima vrijednost 1 za 136 mostova i 0 za 45 mostova. Varijabla *cijena izgradnje* je izlazna varijabla izražena u EUR / m^2.

4. Ocjenjivanje i kriteriji kvalitete

Ocjenjivanje kvalitete modela u ovom istraživanju provedeno je primjenom apsolutnih i relativnih kriterija kvalitete, kao što sugeriraju Legates i McCabe [31]. Razmatrani su sljedeći statistički kriteriji, korijen srednje kvadratne pogreške (eng. *root mean square error* - RMSE) i srednja apsolutna pogreška (eng. *mean absolute error* - MAE) kao apsolutni kriteriji te Pearsonov koeficijent linearne korelacije (R) i srednja apsolutna pogreška u postotcima (eng. *mean absolute percentage error* - MAPE) kao relativni kriteriji.

RMSE je mjera razlike između vrijednosti koju predviđa model o_k i stvarne (izmjerene) vrijednosti d_k. Predstavljaju mjeru opće točnosti modela.

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}\left(d_k - o_k\right)^2} \tag{13}$$

MAE predstavlja srednju apsolutnu pogrešku modela, a računa se prema izrazu (14):

$$MAE = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}\left|d_k - o_k\right| \tag{14}$$

R je mjera linearne korelacije između vrijednosti koju daje model o_k i stvarne zapažene (izmjerene) vrijednosti d_k:

$$R = \sqrt{\left[\sum_{k=1}^{N}(d_k - \bar{d})(o_k - \bar{o})\right]^2 \cdot \left[\sum_{k=1}^{N}\left(d_k - \bar{d}\right)^2\left(o_k - \bar{o}\right)^2\right]^{-1}} \tag{15}$$

Gdje $\bar{d}$ predstavlja srednju vrijednost d_k, a $\bar{o}$ predstavlja srednju vrijednost o_k, k = 1, 2, ..., N, gdje N predstavlja broj instanci u skupu podataka.

MAPE je mjera točnosti predviđanja koja se temelji na postotku. Izračunava se kao prosječna apsolutna pogreška u postotcima:

$$MAPE = \frac{100}{N}\sum_{k=1}^{N}\left|\frac{d_k - o_k}{d_k}\right| \tag{16}$$

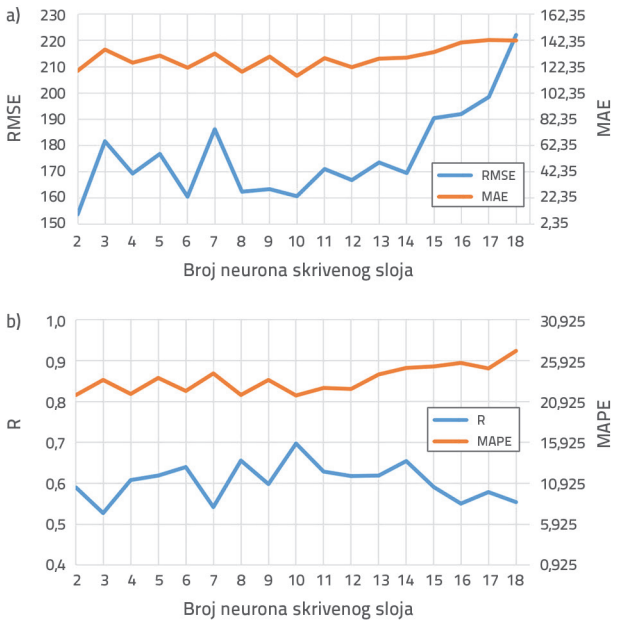
Metode strojnog učenja primijenjene u ovom radu ocijenjene su pomoću deseterostruke unakrsne validacije, gdje je skup podataka slučajno podijeljen u 10 podskupova, od kojih se 9 koristi za treniranje modela, a preostali za ocjenu točnosti (testiranje) modela. Postupak unakrsne validacije ponavlja se deset puta, pri čemu se svaki od podskupova koristi točno jedanput za provjeru točnosti, a zatim se nalazi srednja vrijednost deset dobijenih rezultata kako bi se dobila konačna ocjena.

5. Rezultati i rasprava

U ovom poglavlju uspoređuju se najnovije tehnike strojnog učenja za procjenu troškova izgradnje RC i PC mostova, uključujući ANN modele i ansamble ANN, ansamble regresijskih stabala (*random forests, boosted and bagged regression trees*), SVR i GPR. Rezultati su dobiveni pomoću skupa podataka razvijenog za tu namjenu, koji sadrži troškove izgradnje i projektne karakteristike za 181 RC i PC most na paneuropskom koridoru X. Korijen srednje kvadratne pogreške (RMSE), srednja apsolutna pogreška (MAE), Pearsonov koeficijent linearne korelacije (R) i srednja apsolutna pogreška u postotcima (MAPE) korišteni su kao kriteriji ocjenjivanja točnosti . Za sve metode strojnog učenja korištene su sve ulazne varijable kao atributi za

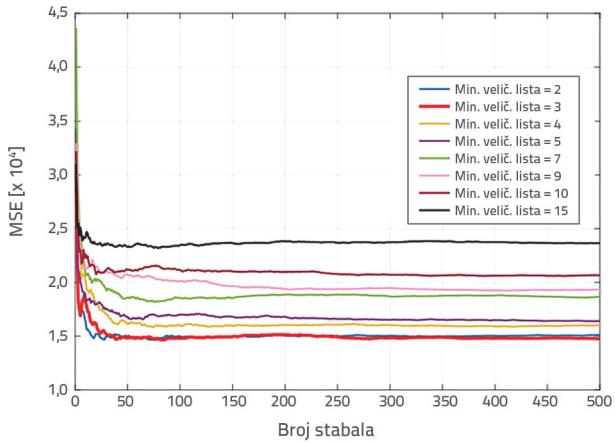
modeliranje troškova izgradnje, kao što je prikazano u tablici 2. Cijena izgradnje izražena u EUR/m^2 izlazna je varijabla koju treba predvidjeti.

MLP-ANN s jednim skrivenim slojem treniran je pomoću Levenberg-Marquardova algoritma [32]. Kriterij za zaustavljanje treninga bio je ili maksimalni broj epoha (postavljen na 1000), minimalna veličina gradijenta (postavljena na to) ili karakteristike mreže (mjereno kao srednja kvadratna pogreška i postavljeno na 0). Svi se ulazni podaci normaliziraju u rasponu [-1,1] prije treninga. Broj neurona u ulaznom sloju određen je brojem ulaznih varijabli, tj. sastoji se od 9 neurona, a u izlaznom sloju samo je jedan neuron. Maksimalni broj neurona u skrivenom sloju određen je eksperimentalno pomoću matematičkog izraza (1) i (2) i jednak je 18.

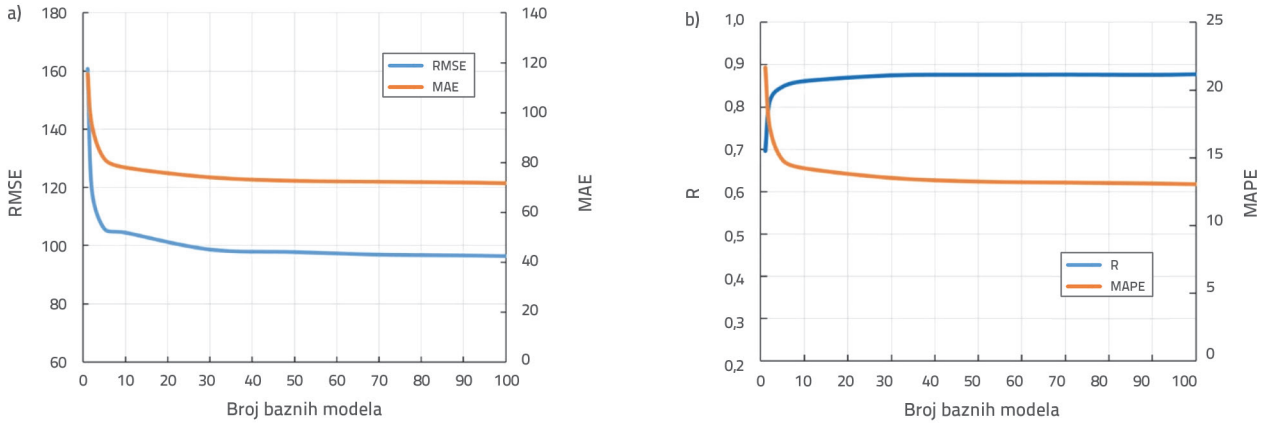


Slika 6. Usporedba kriterija za ocjenu točnosti modela kojim se predviđaju troškovi izgradnje primjenom MLP-ANNs s različitim oblicima: a) RMSE i MAE, b) R i MAPE

Slika 6.a prikazuje dobivene karakteristike primjenom RMSE i MAE kao apsolutnih kriterija, a slika 6.b prikazuje rezultate primjenom R i MAPE kao relativnih kriterija. Najtočniji model po kriterijima MAE, R i MAPE za ocjenu kvalitete je MLP-ANN s deset neurona u skrivenom sloju. Kako bi se dodatno poboljšale karakteristike modela, analizirani su ansambli MLP-ANN-a s ranim zaustavljanjem, a osnovni modeli imali su do 18 neurona u skrivenom sloju. Svaki osnovni model može imati različit broj neurona u skrivenom sloju. Optimalni bazni modeli koji čine ansambl određuju se na temelju minimalnog RMSE-a. Testirani su ansambli s 1 do 100 osnovnih modela, kao što je prikazano na slici 7. Krivulje učenja koje predstavljaju RMSE i MAE u odnosu na broj osnovnih modela u ansamblu (slika 7.a) pokazuju da se točnost poboljšava povećanjem broja baznih modela, ali se krivulje zasićuju na približno 40 baznih modela; stoga nema smisla dodatno dodavati bazne modele u ansambl, jer bi to povećalo složenost modela bez značajnog poboljšanja točnosti. Slično ponašanje može se primijetiti na slici 7.b, gdje se R i MAPE koriste kao kriteriji točnosti.



Slika 8. Zavisnost vrijednosti MSE od broja stabala s različitim minimalnim brojem listova kod ansambla regresijskih stabala realiziranih primjenom *bootstrap* agregacije (*bagging*)



Slika 7. Usporedba kriterija za ocjenu točnosti modela kojim se predviđaju troškovi izgradnje primjenom MLP-ANNs s različitim brojem baznih modela: a) RMSE i MAE, b) R i MAPE

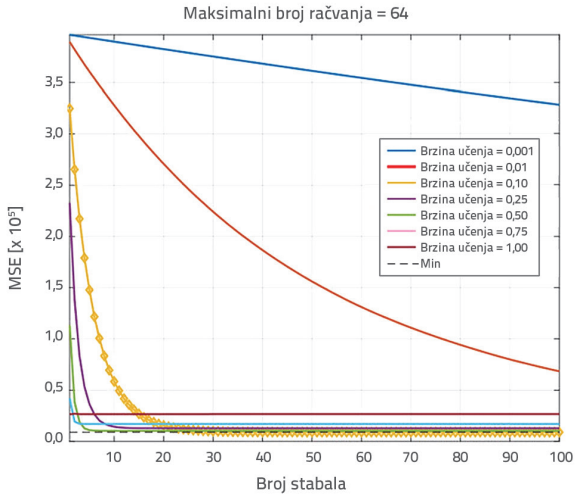
Tablica 3. Točnost GPR s različitim funkcijama kovarijancije za predviđanje troškova izgradnje RC i PC primjenom RMSE, MAE, R i MAPE kriterija

Funkcija kovarijance \ Kriteriji	RMSE	MAE	R	MAPE
Eksponencijalna	117,91	75,89	0,83	13,97
ARD-eksponencijalna	**95,98**	**63,25**	**0,89**	**11,60**
Kvadratna eksponencijalna	121,85	80,02	0,82	14,94
ARD-Kvadr,eksponencijalna	108,75	69,23	0,86	12,25
Matern 3/2	119,99	77,25	0,83	14,27
ARD-MATERN 3/2	105,46	67,72	0,87	12,62
Matern 5/2	120,36	78,03	0,82	14,47
ARD-Matern 5/2	99,40	64,81	0,88	11,83
Racionalna kvadratna	118,54	76,42	0,83	14,09
ARD Racionalna kvadratna	122,68	76,88	0,82	14,22

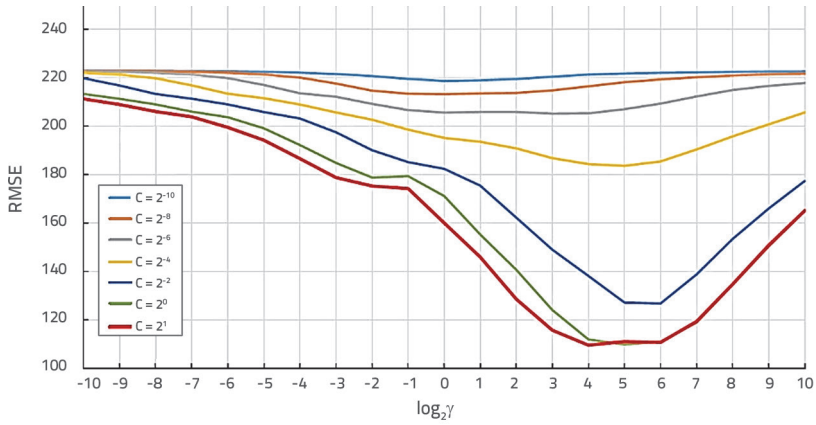
Ansambli regresijskih stabala realizirani upotrebom *bootstrap* agregacije (*bagging*) optimizirani su za različite parametre modela, uključujući broj stabala u ansamblu koji je ograničen na 500 i minimalnu veličinu lista između 2 i 15. Za optimizaciju se koristi pretraga po mreži. Krivulje učenja koje prikazuju MSE u odnosu na broj stabala u cjelini za različite minimalne veličine podataka po listu prikazane su na slici 8. Minimalna veličina lista 2 i 3 daje najbolje karakteristike izmjerene pomoću MSE. U ansamblu nije potrebno koristiti više od 50 stabala, jer nije zabilježeno poboljšanje daljnjim povećanjem broja stabala.

Slučajne šume analiziraju se za različite parametre modela, uključujući broj stabala u ansamblu koji je ograničen na 500, minimalnu veličinu lista u rasponu između 2 i 10 i broj slučajno odabranih atributa kao kandidata za dijeljenje. Osnovno je pravilo da se m = n / 3 atributa trebaju koristiti kao kandidati tijekom dijeljenje za probleme regresije [24]. Vrijednosti m = 2, m = 3 i m = 4 razmatrane su u ovom radu. Pretraga po mreži koristi se za optimizaciju.

Ansambli regresijskih stabala realizirani pomoću boosting tehnike optimizirani su za različite parametre modela, uključujući broj stabala u ansamblu, brzinu učenja, broj dijeljenja i broj opservacija po roditeljskom čvoru. Brzina učenja određuje brzinu treninga. Brzine učenja jednake 0,001; 0,01; 0,1; 0,5; 0,75 i 1,0 analizirane su u ovom radu. Broj dijeljenja se eksponencijalno povećava, počevši od 2^0 = 1 do 2^7 = 128. Broj opservacija po roditeljskom čvoru mijenja se između 5 i 20. Optimalni model dobiva se pomoću 64 dijeljenja i 11 opservacija po roditeljskom čvoru. Pretraživanje po mreži koristi se za optimizaciju. Krivulje učenja koje predstavljaju MSE u odnosu na broj stabala u ansamblu za različite brzine učenja prikazane su na slici 9. Brzina učenja jednaka 0,1 daje najbolje karakteristike izmjerene MSE-om. U ansamblu nije potrebno koristiti više od 30 stabala, jer nije zabilježeno poboljšanje daljnjim povećanjem broja stabala.



Slika 9. Zavisnost vrijednosti MSE od broja stabala u ansamblu za različite brzine učenja primjenom ansambla regresijskih stabala pomoću *boosting* tehnike (maks. 64 dijeljenja i 11 podataka po roditeljskom čvoru)



Slika 10. Zavisnost RMSE od hiperparametara C i γ za ε = 2^{-6} korištenjem SVR sa RBF kernelom

Tablica 4. Točnost različitih metoda strojnog učenja kod predviđanja cijena izgradnje RC i PC mostova primjenom RMSE, MAE, R i MAPE kao kriterija točnosti

Model \ Kriteriji	RMSE	MAE	R	MAPE
MLP-ANN-9-10-1	160,75	115,48	0,7	21,66
MLP-ANN ansambl	96,45	71,71	0,88	13,04
Bagging	121,50	88,72	0,80	15,76
Random Forest	129,05	93,53	0,79	16,58
Gradient Boosting	96,03	67,15	**0,89**	12,03
SVR-RBF	109,32	68,25	0,86	12,03
GPR ARD-Eksponecijalni	**95,98**	**63,25**	**0,89**	**11,60**

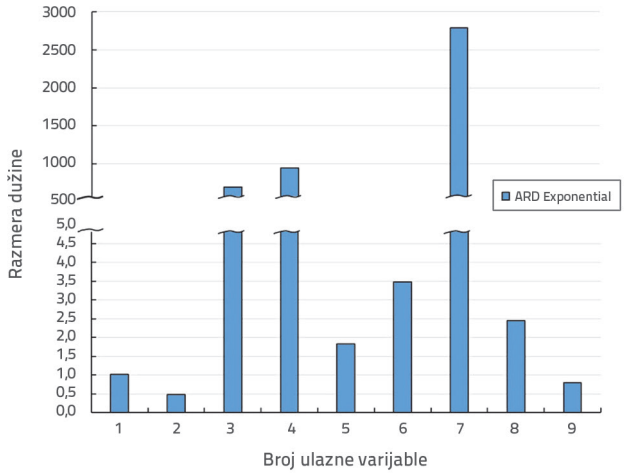
SVR je analiziran pomoću RBF kernel funkcije. Za implementaciju SVR-a korištena je biblioteka LIBSVM [33]. Normalizacija, koja sve ulazne podatke skalira u raspon [0,1], izvršena je prije treninga i testiranja. Hiperparametri modela C, γ i ε najprije su grubo pretraživani pretragom po mreži, kao što je prikazano na slici 10. SVR model se zatim fino podešava u precizniji položaj iterativnim sužavanjem područja pretraživanja, što dovodi do optimalnih hiperparametara C = 1.7271 , γ = 18,7334 i ε = 0,0157. Broj ponavljanja ograničen je na 100.

Gausov proces u potpunosti je definiran funkcijom srednje vrijednosti i funkcijom kovarijancije, pa zbog toga ispitujemo GPR algoritam koristeći različite funkcije kovarijancije, poput eksponencijalne, kvadratne eksponencijalne, Maternove i racionalne kvadratne, kao i njihove ekvivalentne ARD kovarijancijske funkcije koje imaju posebne parametre razmjere dužine za svaku ulaznu varijablu (tablica 3.). Svi ulazi i izlazi su normalizirani tako da imaju nultu srednju vrijednost i jediničnu varijanciju. Srednja vrijednost Gausovog procesa postavljena je na nulu, a parametri funkcije kovarijancije određeni su maksimiziranjem log-marginalne vjerojatnosti.

U tablici 4. prikazani su sažeti rezultati predviđanja troškova izgradnje RC i PC mostova primjenom svih algoritama strojnog učenja razmatranih u ovom radu. Istaknut je model s najboljim rezultatima. Najlošije predviđanje dobiva se primjenom jednog MLP-ANN modela, a kao što je i očekivano, najkonkurentniji modeli su ansambl modeli. S druge strane, ansambl MLP-ANN-a ima jednu od najboljih točnosti i prema apsolutnim i prema relativnim kriterijima. Slika 7 pokazuje da je potrebno barem 10 osnovnih modela kako bi se postigla dovoljna generalizacija, međutim ansambl sa 100 osnovnih modela prihvaćen je kao reprezentativan i korišten u daljnjim eksperimentima.

Ansambli regresijskih stabala koji koriste *bagging*, kao i *random forest*, pokazali su se nešto lošijim prognozirane za zadani skup podataka, nasuprot ansamblima regresivnih stabala koji koriste *boosting*, a koji imaju znatno veću točnost. SVR koji koristi RBF kernel funkciju pokazao je solidne karakteristike sa R = 0,86 i MAPE = 12,03 %. Također smo testirali linearne i sigmoidne kernel funkcije, ali predviđanje je bilo loše. Napokon, najveća točnost predviđanja postiže se primjenom GPR-a s ARD-eksponencijalnom funkcijom kovarijancije, sa R = 0,89 i MAPE = 11,60 %.

Dodatna prednost GPR modela je činjenica da je njihovo vrijeme treninga znatno manje u usporedbi s bilo kojom metodom ansambla. Kako GPR s ARD eksponencijalnom funkcijom kovarijancije ima najveću točnost po svim kriterijima točnosti, on će se primijenjivati za buduće usporedbe.



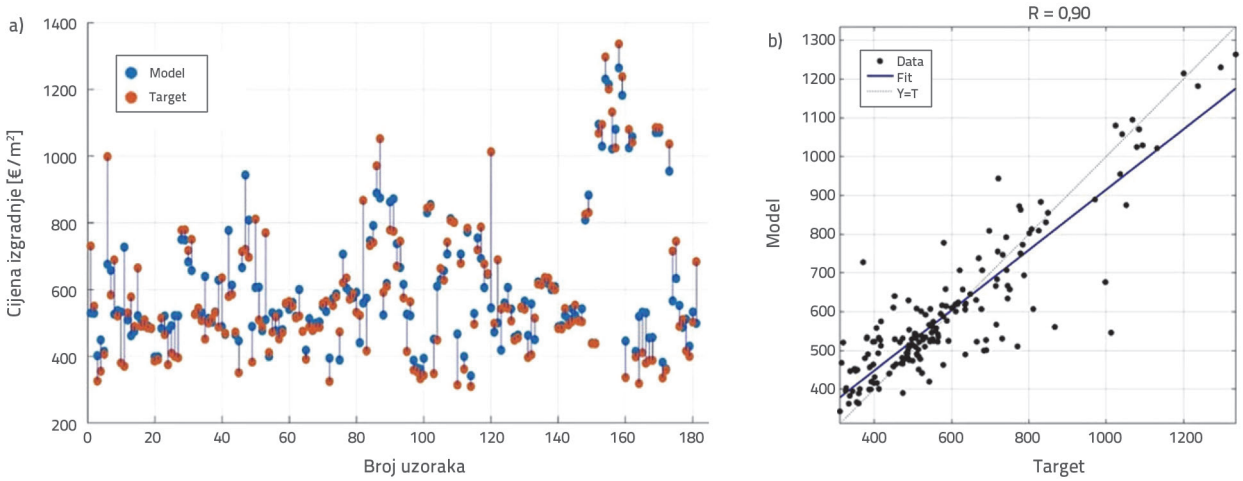
Slika 11. Selekcija varijabli primjenom ARD eksponencijalne funkcije kovarijancije

Parametri ARD funkcija kovarijancije mogu se koristiti za odlučivanje o tome koje su varijable ulaza (atributi) relevantne za predviđanje određenog rezultata i za uklanjanje manje relevantnih ulaza. Analiza relevantnosti ulaza primjenom ARD eksponencijalne funkcije kovarijacije prikazana je na slici 11. koristeći parametar razmjera dužine funkcije kovarijancije kao kriterij. Kada su vrijednosti hiperparametra razmjera dužine veće, određeni ulaz postaje manje relevantan. Treba imati na umu da ulazi 3 (širina mosta), 4 (tip konstrukcije mosta) i 7 (bruto zarada) imaju znatno veće vrijednosti parametra razmjere dužine; stoga se mogu smatrati manje relevantnima.

To se može objasniti činjenicom da cijena agregata zavisi od bruto zarade i može sadržati više informativnih podataka od same bruto zarade. Stoga je bruto zarada implicitno predstavljena cijenom agregata. Što se tiče širine mosta, izlazna varijabla "cijena gradnje" definirana je kao euro po četvornom

Tablica 5. Predviđanje troškova izgradnje RC i PC mostova pomoću GPR s ARD eksponencijalnom funkcijom kovarijancije

Model	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	RMSE	MAE	R	MAPE
1.	1	1	0	0	1	1	0	1	1	93,55	61,62	**0,90**	11,38
2.	1	1	1	0	1	1	0	1	1	**92,51**	**59,59**	**0,90**	**10,86**
3.	1	1	1	1	1	1	0	1	1	95,21	62,63	0,89	11,53
4.	1	1	1	1	1	1	1	1	1	95,58	63,25	0,89	11,60



Slika12. a) Modelirane i ciljne vrijednosti za optimalni model s ARD eksponencijalnom funkcijom kovarijancije; b) Regresijski dijagram za modelirane i ciljne vrijednosti

metru nadgradnje mosta, što bi moglo utjecati na manju važnost širine mosta kao atributa. Numeričke vrijednosti varijable širine mostova u razmatranom skupu podataka nalaze se u užem opsegu, jer mostovi na autocesti dominiraju (148), dok je broj nadvožnjaka manji (33). To je jedan od razloga zašto varijabla širina *mosta* ima manje značenje za model. Proširivanjem skupa podataka u budućnosti znatnijim brojem mostova različitih širina, utjecaj ove varijable mogao bi se preciznije utvrditi. Manje značenje varijable *tip konstrukcije mosta* može se objasniti nešto višim troškovima izrade nadgradnje PC raspona, iako postoje potencijalne uštede na montaži. Izgradnja RC mostova je jeftinija, ali su skele skuplje. U oba slučaja utjecaj vremenskog okvira realizacije projekta na troškove nije analiziran. Primjenom predloženog modela nije uočena značajna razlika između ove dvije metode gradnje.

Tablica 5. prikazuje rezultate dobivene za različite kombinacije ulaza (atributa) korištenih za modeliranje. Binarna vrijednost 0 ili 1 označava je li određena varijabla izostavljena iz modela ili nije. Treba uočiti da svi modeli sa smanjenim brojem varijabli nadmašuju model s punim skupom varijabli. Prednost nije samo u povećanju točnosti, već i u manjoj složenosti i bržem treningu modela.

Model s najboljim performansama je model 2 u tablici 5. (pogledati regresijski grafikon modeliranih i ciljnih vrijednosti na slici 12.), koji zavisi od sljedećih ulaznih varijabli: prosječnog raspona mosta, ukupne dužine raspona mosta, širine mosta, prosječne visine stupova, tipa temelja , indeksa cijene agregata, indeksa cijena čelika. Točnost se poboljšava za 0,8 % kad se usporedi modelom s cjelokupnim skupom varijabli, izražen pomoću MAPE, što dovodi do MAPE vrijednosti jednake 10,86 %. Poboljšanje se može uočiti i za sve ostale kriterije točnosti.

6. Zaključak

Da bismo donijeli odluku treba li graditi prometnu infrastrukturu koja uključuje RC ili PC mostove, potrebno je što točnije procijeniti troškove izgradnje u ranoj fazi implementacije. Procjena troškova izgradnje RC ili PC mostova složen je proces na koji utječu različiti čimbenici. Ovaj rad daje sveobuhvatan pregled najnovijih metoda strojnog učenja koje se mogu primijeniti za procjenu tih troškova, uključujući MLP-ANN, ansamble MLP-ANN, ansamble regresijskih stabala (*random forests, boosted and bagged regression trees*), SVR sa RBF kernel funkcijom i GPR s eksponencijalnom, kvadratnom eksponencijalnom, matern i racionalnom kvadratnom funkcijom kovarijancije.

Kako bi se trenirali i ocijenili modeli, osmišljen je skup podataka koji uključuje projektnu i ugovornu dokumentaciju za 181 RC i PC most na paneuropskom koridoru X. Svi su modeli trenirani i testirani pod jednakim uvjetima koristeći desetostruku unakrsnu validaciju. Prema relevantnim kriterijima točnosti, većina testiranih modela može vrlo dobro uhvatiti složene međusobne odnose između ulaznih varijabli i pokazati snažnu generalizacijsku sposobnost, Iako se ansambl metode, poput ansambala ANN, ansambli regresijskih stabala koji koriste

boosting i SVR s RBF kernel funkcijom imaju dobru točnost, zahtijevaju znatnu količinu vremena za treniranje modela, posebno ako je broj osnovnih modela u ansamblu velik. S druge strane, modeli koji se temelje na Gausovim procesima imaju znatno nižu složenost; ali nasuprot tome, sposobni su nadmašiti ansambl modele. Štoviše, smanjenje broja varijabli lako se može kombinirati s Gausovim regresijskim procesima pomoću ARD-a, što dovodi do modela s boljim karakteristikama i još nižom složenošću. Dvije od devet ulaznih varijabli mogu se eliminirati bez ikakvog negativnog utjecaja na točnost modela. Prema saznanju autora, do sada nisu prijavljeni rezultati implementacije Gausovog regresijskog procesa u procjeni troškova izgradnje.

Istraživanje provedeno u ovom radu potvrdilo je da metode temeljene na strojnom učenju eliminiraju subjektivnost koju unosi ljudski faktor te pružaju brz i pouzdan alat građevinskoj industriji za procjenu troškova izgradnje betonskih mostova, čak i u ranim fazama implementacije, kada su dostupne samo osnovne tehničke i ekonomske karakteristike. Daljnja istraživanja mogla bi biti usmjerena na poboljšanje skupa podataka koji se koriste za učenje i evaluaciju modela, uključujući dodatne relevantne podatke o postojećim, kao i novim mostovima. Problem procjene troškova izgradnje razmatran je kao problem regresije. Međutim, to se može promatrati i kao problem klasifikacije ako se troškovi podijele u klase, U tom se slučaju mogu primijeniti klasifikacijski algoritmi. Razvijeni modeli mogli bi se primijeniti, uz određene izmjene, i na druge troškove tijekom trajanja projekta.

LITERATURA

[1] Pržulj, M.: Mostovi, Udruženje "Izgradnja", Beograd, 2014.

[2] Antoniou, F., Konsantinidis, D., Aretoulis, G.: Analytical formulation for early cost estimation and material consumption of road overpass bridges, Research Journal of Applied Sciences, Engineering and Tehnology, 12 (2016) 7, pp. 716-725.

[3] Financing the Trans-european networks, https://www.europarl.europa.eu/factsheets/en/sheet/136/financing-the-trans-european-networks

[4] Locatelli, G., Mikic, M., Kovacevic, M., Brookes, N., Ivanisevic, N.: The Successful Delivery of Megaprojects: A Novel Research Method, Project Management Journal, 48 (2017) 5, pp. 78-94.

[5] Elfaki, A.O., Alatawi, S., Abushandi, E.: Using Intelligent Techniques in Construction Project Cost Estimation: 10-Year Survey, Advances in Civil Engineering, 2014.

[6] Flyvbjerg, B., Skamris, H., Buhl, S.: Underestimating Costs in Public Works Projects: Error or Lie?, Journal of the American Planning Association, 68 (2002) 3, pp. 279-295.

[7] Hegazy, T., Ayed, A.: Neural Network Model for Parametric Cost Estimation of Highway Projects, Journal of Construction Engineering and Management, 124 (1998) 3 , pp. 210-218.

[8] Marcous, G., Bakhoum, M.M., Taha, M.A., El-Said, M.: Preliminary quantity estimate of highway bridges using neural networks, Procedings of the Sixth International Conference on the Application of Artificial Inteligence to Civil and Structural engineering, Stirling, Scotland, 2001.

[9] Marinelli, M., Dimitriou, L., Fragkakis, N., Lambropoulos, S.: Non-parametric bill of quantities estimation of concrete road bridges' superstructure: an artificial neural networks approach, Proceedings 31st Annual ARCOM Conference, Lincoln, United Kingdom, 2015.

[10] Mostafa, E.M.: Cost analysis for bridge and culvert, Seventh International Water Technology Conference IWTC7, Cairo, 2003.

[11] Hollar, D.A., Rasdorf, W., Liu, M., Hummer, J.E., Arocho, I.M.: Preliminary Engineering Cost Estimation Model for Bridge Projects, Journal of Construction Engineering and Management, 139 (2013) 9, pp. 1259-1267.

[12] Cheng, M.Y., Wu, Y.W.: Construction Conceptual Cost Estimates Using Support Vector Machine, 22nd International Symposium on Automation and Robotics in Construction ISARC 2005, Ferrara, Italy, 2005.

[13] Kim, K.Y., Kim, K.: Preliminary Cost Estimation Model Using Case-Based Reasoning and Genetic Algorithms, Journal of Computing in Civil Engineering, 24 (2010) 6, pp. 499-505.

[14] Fragkakis, N., Lambropoulos, S., Tsiambaos, G.: Parametric Model for Conceptual Cost Estimation of Concrete Bridge Foundations, Journal of Infrastructure Systems, 17 (2011) 2, pp. 66-74.

[15] Cirilovic, J., Vajdic, N., Mladenovic, G., Queiroz, C.: Developing Cost Estimation Models for Road Rehabilitation and Reconstruction: Case Study of Projects in Europe and Central Asia, Journal of Construction Engineering and Management, 140 (2013) 3.

[16] Pesko, I., Trivunic, M., Cirovic, G., Mucenski, V.: A preliminary estimate of time and cost in urban road construction using neural networks, Technical Gazette, 20 (2013) 3, pp. 563–570.

[17] Chou, J.S., Lin, C.W., Pham, A.D., Shao, J.Y.: Optimized artificial intelligence models for predicting project Automation in Construction, 54 (2015), pp. 106-115.

[18] Kovacevic, M., Ivanisevic, N., Dasic, T., Markovic, L.: Application of artificial neural networks for hydrological modelling in karst, Građevinar, 70 (2018) 1, pp. 1-10, https://doi.org/10.14256/JCE.1594.2016

[19] Beale, M.H., Hagan, M.T., Demuth, H.B.: Neural network toolbox, The Mathworks Inc., 2010.

[20] Kingston, G.B.: Bayesian Artificial Neural Networks in Water Resources Engineering, doctoral dissertation, University of Adelaide, Australia: School of Civil and Environmental Engineering, Faculty of Engineering, 2006.

[21] Matić, P.: Short-term forecasting of hydrological inflow by use of the artificial neural networks [Ph.D. thesis], Split: University of Split, Faculty of Electrical Engineering, Mechanical Engineering And Naval Architecture, Split, Croatia, 2014.

[22] Hastie, T., Tibsirani, R., Friedman, J.: The Elements of Statistical Learning, Springer, 2009.

[23] Black, P.E.: Dictionary of Algorithms and Data Structures, U.S. National Institute of Standards and Tecnology (NIST), 2012.

[24] Cormen, T.H., Leiserson, C.E., Rivest, R.L., Stein, C.: Introduction to Algorithms, London: The MIT Press, 2009.

[25] Breiman, L.: Bagging Predictors, Machine Learning, 24 (1996) 2, pp. 123-140.

[26] Breiman, L.: Random Forests, Machine Learning, 45 (2001), pp. 5-32.

[27] Kecman, V.: Learning and Soft Computing: Support Vector Machines, Neural Networks, and Fuzzy Logic Models, Cambridge, Masachusetts: MIT Press, 2001.

[28] Smola, A.J., Sholkopf, B.: A tutorial on support vector regression, NeuroCOLT Techincal Report TR-98-030, 2003.

[29] Rasmussen, C.E., Williams, C.K.: Gaussian Processes for Machine Learning, Cambridge, Massachusetts: The MIT Press, 2006.

[30] Menn, C.: Prestressed concrete bridges, Basel-Boston-Berlin, Birkhauser Verlag, 1990.

[31] Legates, D., McCabe, J.: Evaluating the use of goodnes-of-fit measures in hydrlologic and hydroclimatic model validation, Water Resources Research, 35 (1999) 1, pp. 233-241.

[32] Hagan, M.T., Demuth, H.B., Beale, M.H., Jesus, O.D.: Neural network design, Martin T. Hagan, 2014.

[33] Chang, C.C., Lin, C.J.: LIBSVM : a library for support vector machines, ACM Transactions on Intelligent Systems and Technology, 2 (2011) 3.