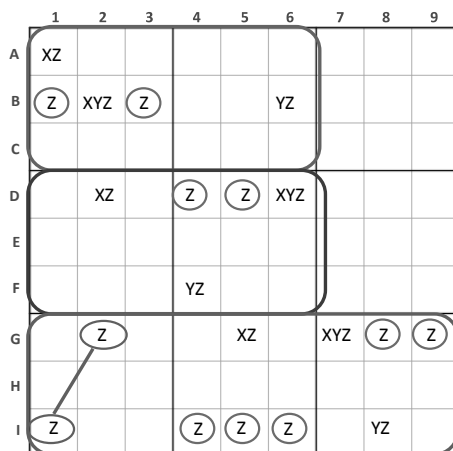


Sudoku – napredne metode rješavanja (11.2)

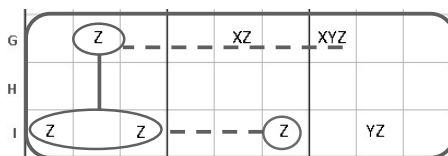
Žarko Čulić¹

U ovom nastavku bit će riječi o *nepravilnim XYZ-krilima* (*Irregular XYZ-Wings*), metodi koja predstavlja logičko proširenje standardne metode *XYZ-krila*. Prisjetimo se definicije *XYZ-krila*. Pogledajte sliku 1.



Slika 1.

Na slici 1 su u redcima A, B i C te D, E i F dva puta prikazana standardna *XYZ-krila*: imamo središnje polje koje sadrži kandidate X, Y i Z i povezano je s dva polja s parovima kandidata iz trojke brojeva $\{X, Y, Z\}$, konkretno u primjeru $\{Y, Z\}$ i $\{X, Z\}$. U tom slučaju možemo kandidata koji je zajednički u svim poljima krila (ovdje je to Z) eliminirati iz svih polja koja vide sva polja krila. Treći primjer u redcima G, H i I je proširenje standardnog *XYZ-krila* preko *prividnog pravokutnika (PP)*, odnosno ovdje konkretno jake veze u prvom kvadratu tog bloka. Kandidate Z iz polja G8 i G9 eliminiramo pomoću standardnog *XYZ krila* u poljima G7, G5 i I8. Preko jake veze G2 i I1 ostvarujemo proširenje krila kojim eliminiramo i kandidate u I456. Naime, ako je bilo koji Z točan u poljima I456, tada Z nije točan u I8 i I1, a zbog jake veze mora biti točan u G2, što ostavlja kvadrat IX bez kandidata Z. To je kontradikcija koja upućuje na pogrešnu početnu pretpostavku i stoga možemo eliminirati sve kandidate Z iz I456.



Slika 2.

¹ Autor je predavač na Matematičkom odsjeku PMF-a u Zagrebu; e-pošta: zculic@math.hr

Na slici 2 imamo drugi način proširenja *XYZ-krila*. Radi se *grupnom forsiranom lancu* (*Grouped Forcing Chain*) ili točnije *grupnom naizmjeničnom (sAIC) lancu* koji počinje i završava sa slabom vezom na istom kandidatu (za razliku od standardnog *AIC lanca* koji počinje i završava jakim vezom). Logika je ista: ako je točan Z u polju I6 tada Z nije točan u polju I8, kao i u grupi polja I13, pa zbog jake veze mora biti točan u polju G2, što ostavlja kvadrat IX bez broja Z. Zbog navedene kontradikcije, možemo eliminirati broj Z iz polja I6.

Upravo ove dvije metode: *prividni pravokutnik* i *grupni naizmjenični lanci* čine proširenje metode *XYZ-krila* i dobivanje tzv. *nepravilnog XYZ-krila* u kojem središnje polje ne “vidi” izravno polja s različitim kandidatima iz iste trojke brojeva, već to čini preko navedene dvije pomoćne metode, a njih možemo ujedno koristiti i kod eliminacije zajedničkog kandidata. Pogledajte primjer na slici 3.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9		
A	⁴ ₇	³ ₇	² ₇	³ ₇	⁴ ₇	² ₇	5	8	6	9	1
B	1	² ₇	⁴ ₅	9	6	⁴ ₇	³ ₇	² ₇	² ₃	8	⁴ ₅
C	6	² ₇	⁴ ₅	8	² ₃	⁴ ₇	1	9	² ₃	⁵ ₇	³ ₇
D	⁴ ₅	⁴ ₇	6	9	⁴ ₇	³ ₇	⁵ ₇	8	1	2	7
E	³ ₇	8	² ₃	² ₃	⁴ ₇	6	1	³ ₇	⁵ ₇	³ ₇	⁵ ₇
F	⁵ ₇	1	² ₃	8	³ ₇	² ₅	³ ₇	4	6	7	9
G	8	6	1	⁴ ₇	9	⁴ ₇	5	2	3	7	9
H	2	3	5	1	8	6	⁴ ₉	7	⁴ ₉	7	9
I	⁴ ₇	9	⁴ ₇	5	2	3	1	6	8	7	9

Slika 3.

Vidimo da u poljima D2, D5 i F5 imamo standardno *XYZ-krilo* kojim možemo eliminirati broj 7 iz polja D6. Probajmo potražiti *nepravilno XYZ-krilo*. Pretražimo sva polja sa samo dva kandidata, odnosno samo s parovima kandidata: kada eliminiramo 7 iz D6 imamo {3, 5}, {4, 7}, {3, 7}, {4, 9} i {4, 5}. Od tih parova brojeva mogli bi napraviti samo sljedeće trojke s jednim zajedničkim brojem: {3, 5, 7}, {3, 4, 7}, {3, 4, 5}, {4, 5, 7}, {4, 5, 9} i {4, 7, 9}. Vidimo da polja s trojkom {3, 5, 7}, {3, 4, 5}, {4, 5, 9} i {4, 7, 9} nema, dok imamo četiri polja s trojkom {3, 4, 7}: polja A1, A3, B5 i D5 te dva polja s {4, 5, 7}: BC9. Dakle, možemo pronaći samo *nepravilno XYZ-krilo* s trojkom {3, 4, 7} i poljima {3, 7} i {4, 7} ili {4, 5, 7} i poljima {4, 5} i {4, 7}.

Kako imamo samo jedno polje {3, 7} najlogičnije je krenuti od tog polja i naći središnje polje {3, 4, 7} koji ima poveznicu na kandidatu 3 ili izravno (polja se vide) ili preko *PP* (jaka veza), odnosno *grupnih sAIC lanaca*.

Na slici 4 su označena polja standardnog *XYZ-krila* i eliminiran je broj 7 iz D6. Također su označena sva polja s kandidatima koji bi mogli činiti *nepravilno XYZ-krilo*. Zaključili smo da treba krenuti od jedinog polja F5 = {3, 7} i preko *PP* ili *sAIC* naći poveznicu do novog središnjeg polja koje je povezano s poljem {4, 7}. Polje F5 ima izravnu vezu do polja B5 = {3, 4, 7}, ali vidimo da ono nema nikakvu *PP* ili *sAIC* vezu do nijednog polja s kandidatima {4, 7}. Iz slike se vidi da polja A1 i A3 s kandidatima {3, 4, 7} imaju izravnu vezu s kandidatima {4, 7} u poljima I1 i I3. Dakle treba nam

neizravna veza od polja $F5 = \{3, 7\}$ preko broja 3 (jer je 7 zajednički broj) do polja A1 ili A3.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	347		347						
B				347					457
C								35	457
D		47		347	45				
E								35	
F				37					
G				47		47			
H							49		49
I	47		47						

Slika 4.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	4 7	3 4 7	2 4 7	3 4 7	2 4 7	5 8	6 9	1	
B	1	4 5 7	9	6	4 7	3 4 7	2 4 7	2 3 4 5 7	8
C	6	4 5 7	8	4 7	2 3 4 7	1	9	4 7	2 3 5 7
D	4 5 7	3 4 7	6	9	4 7	3 4 5 7	8	1	2
E	4 7	9	8	4 7	2 3 4 7	6	1	7 9	5 7 9
F	5 7	9	1	7	2 3 4 7	8	3	2 5 7	4 6
G	8	6	1	4 7	9	4 7	5	2	3
H	2	3	5	1	8	6	4 9	7	4 9
I	4 7	9	4 7	5	2	3	1	6	8

Slika 5.

Na slici 5 krećemo od broja 3 u F5 i nastojimo doći do polja A1. Tamnije linije prikazuju prvi *sAIC lanac*: $F5-3-F7=3=E78-3-E13=3=DF1-3-A1$, no vidimo da nam ostaje nepokriveni broj 3 u polju F3, pa nam metoda ne daje rješenje preko ovog lanca. Stoga ćemo probati drugi lanac (na slici 6): $F3-3-D5=3=D1-3-A1$ i vidimo da imamo ispravni *sAIC lanac* s kojim smo dobili *nepravilno XYZ-krilo*: središnje polje $A1 = \{3, 4, 7\}$ “vidi” polje $I1 = \{4, 7\}$ izravno i polje $F5 = \{3, 7\}$ preko *sAIC lanca*.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	4 7	3 4 7	2 4 7	3 4 7	2 4 7	5 8	6 9	1	
B	1	4 5 7	9	6	4 7	3 4 7	2 4 7	2 3 4 5 7	8
C	6	4 5 7	8	4 7	2 3 4 7	1	9	4 7	2 3 5 7
D	4 5 7	3 4 7	6	9	4 7	3 4 5 7	8	1	2
E	4 7	9	8	4 7	2 3 4 7	6	1	7 9	5 7 9
F	5 7	9	1	7	2 3 4 7	8	3	2 5 7	4 6
G	8	6	1	4 7	9	4 7	5	2	3
H	2	3	5	1	8	6	4 9	7	4 9
I	4 7	9	4 7	5	2	3	1	6	8

Slika 6.

Pogledajte sliku 6. Zajednički kandidat krila je broj 7 i možemo ga eliminirati iz svih polja koja vide sva polja krila ili su s njima povezana preko *PP* ili *sAIC*. Dakle, možemo odmah eliminirati broj 7 iz F1, a nakon kraće analize: $F5-7-F7=7=E79-7-E1$ (*grupni sAIC* na broju 7) zaključujemo da ga možemo eliminirati i iz polja E1. Analiza: Ako je točan 7 u I1 tada možemo eliminirati 7 iz EF1, a ako nije točan 7 u I1 tada je

točan 7 u A1 ili u F5 (provjerite sami) i stoga opet možemo eliminirati 7 iz EF1 izravno ili iz F1 izravno i iz E1 preko *sAIC lanca*.

Na slici 7 vidimo uz standardno *XYZ-krilo* ucrtano i *nepravilno XYZ-krilo*. Također precrtana su preostala polja s trojkama kandidata koji su teoretski mogli imati *nepravilno XYZ-krilo*, ali je analiza pokazala da ne postoje *PP/sAIC* proširenja koja bi do njih dovela. Provjerite sami.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	347		347						
B				347					457
C								35	457
D		47		347	45				
E								35	
F				37					
G				47		47			
H							49		49
I	47		47						

Slika 7.

Ista metodologija se može primijeniti i kod *nepravilnog WXYZ-krila*.

U sljedećem nastavku bit će govora o *3D Meduzi*, metodi koja proširuje jednostavno bojanje i može pomoći pri rješavanju teških sudokua.

U zadatku za vježbu probajte naći *nepravilno XYZ-krilo* (postoji i jedno *WXYZ-krilo* bez eliminacije):

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	4	³ 8 9	⁵ 3	2	³ 9	6	1	7	⁵ 8
B	¹ 5 9	³ 1 2 3	6	7	³ 9	4	² 8 9	² 3 8	² 5
C	7	² 3 9	² 3	8	5	1	⁴ 9	⁴ 2 3	6
D	2	5	9	4	8	7	3	6	1
E	³ 6	³ 7	³ 7	9	1	5	⁴ 8	² 4	² 8
F	8	¹ 4	¹ 4	6	2	3	5	9	7
G	¹ 6 4	¹ 2 6 4		5	7	9	² 8	¹ 2 8	3
H	³ 5	² 3 7	² 3 5	1	4	8	6	² 5	9
I	¹ 5 9		8	3	6	2	7	¹ 5	4

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	4	9	5	2	3	6	1	7	8
B	1	8	6	7	9	4	2	3	5
C	7	3	2	8	5	1	9	4	6
D	2	5	9	4	8	7	3	6	1
E	3	6	7	9	1	5	4	8	2
F	8	4	1	6	2	3	5	9	7
G	6	2	4	5	7	9	8	1	3
H	5	7	3	1	4	8	6	2	9
I	9	1	8	3	6	2	7	5	4