

ANALIZA MEHANIČKIH KARAKTERISTIKA CIJEVNOG MATERIJALA UKOPANIH GLATKIH CIJEVI ZA POTREBE IZRADE TEHNIČKO–EKONOMSKE ANALIZE

Luka Zaharija, mag. ing. aedif.
Hidromodeling d.o.o.,
Radmile Matejčić 10,
Rijeka, Hrvatska
luka.zaharija@hidromodeling.hr

Davor Stipanić, mag. ing. aedif.
Hidromodeling d.o.o.,
Radmile Matejčić 10,
Rijeka, Hrvatska

**doc. dr. sc. Danko Holjević,
dipl. ing. građ.**
Hrvatske vode,
Verdijeva ul. 4,
Rijeka, Hrvatska

**izv. prof. dr. sc. Vanja Travaš,
dipl. ing. građ.**
Sveučilište u Rijeci,
Građevinski fakultet u Rijeci,
Radmile Matejčić 3, Rijeka

Sadržaj rada objedinjuje proračunske postupke i računalne algoritme namjenski izrađene u svrhu rješavanja optimizacijskog problema u okviru kojih je za relativno veliki broj zadanih ulaznih parametara potrebno odabrati optimalni materijal ukopanih cijevi obzirom na kriterije postavljene od strane tehničkih uvjeta, ali istovremeno i ekonomskih uvjeta koji se odnose na rentabilnost investicije sagledane u projektiranom periodu eksploatacije, odnosno vijeka građevine. U tu je svrhu u prvom redu potrebno problem postaviti u okvir stohastičke analize unutar koje se svi relevantni parametri zadaju u obliku funkcija gustoća vjerojatnosti. Navedeno vodi prema primjeni klasične Monte-Carlo metode, ali za razmatrani mehanički sustav ne smije ostati na tome, jer je razmatrani mehanički sustav u statističkom smislu okarakteriziran kao *sustav male vjerojatnosti otkazivanja*. Kako bi se pritom omogućila stohastička analiza ovakvog sustava, potrebno je primijeniti *Subset* metodu koja uvodi prijelazne kriterije otkazivanja i konačnu vjerojatnost otkazivanja kvantificira putem postupka u kojem se ulazne veličine sukcesivno adaptiraju putem Markovljevih lanaca i primjenom modificiranog Metropolis–Hastings algoritma. Kriteriji otkazivanja uključuju koroziju stijenske cijevi, defleksijski pomak tjemena cijevi, izvijanje stijenske cijevi, prekoračenje granice popuštanja cijevnog materijala te prekoračenje kritičnog naprezanja prilikom savijanja cijevi. Ekonomska analiza slijedi nakon analize vjerojatnosti otkazivanja te je sve navedeno na kraju rada primijenjeno na ilustrativnom primjeru.

Ključne riječi: Tehničko-ekonomska analiza, Monte-Carlo metoda, Subset metoda, Modificirani Metropolis–Hastings algoritam

1. UVOD

Za zadane hidrauličke zahtjeve tlačnih cjevovodnih sustava najčešće postoji veći raspon vrsta cijevnih materijala koje zadovoljavaju zadane tehničke specifikacije razmatranog sustava te se prikladan odabir cijevnih materijala u ovakvim slučajevima mora temeljiti na drugim kriterijima izbora. Osim ovog preliminarnog i esencijalnog tehničkog kriterija, drugi naredni kriterij se formulira u okvirima rentabilnosti investicije sustava (obzirom na planirani vijek građevine), te se kao drugi kriterij iz navedenog razloga definira u okviru ekonomskih veličina pojedinih razmatranih varijanti. Drugim riječima, za različite cijevi koje udovoljavaju tehničke uvjete, potrebno je izvršiti komparativnu analizu koja će putem ekonomskih indikatora rezultirati izborom optimalne vrste cijevi, odnosno cijevnog materijala (Moser i Folkman, 2008.). Navedeni problem nije specifičan za izbor cijevnog materijala ukopanih cijevi, već spada u poopćeno područje analize pouzdanosti konstrukcija (eng. *reliability analysis*) koja se u ovom radu primjenjuje na izbor cijevnog materijala ukopanih cijevi.

Inicijalna pretpostavka ovakve analize je definirani promjer cijevi kojim se osiguravaju potrebne hidrauličke karakteristike toka. U narednom koraku se definiraju vrste cijevi koje s istim poprečnim presjekom udovoljavaju ovakvim hidrauličkim karakteristikama i između kojih je potrebno definirati cijevni materijal koji obzirom na ekonomske parametre investicije ispunjava uvjet minimizacije ukupnih troškova u vremenu eksploatacije građevine. Komparacija samo inicijalnih troškova nabave i ugradnje cijevi nije dostatna, jer ne ukazuje na eventualne troškove održavanja i popravaka u predviđenom vijeku građevine. Iz tog je razloga neophodno provesti analizu vjerojatnosti otkazivanja tlačnog sustava koja se može manifestirati kao posljedica prekoračenja mehaničke otpornosti građevine. Drugim riječima, tehnički dio ovdje prikazane analize se odnosi na proračunski algoritam kojim se može prognozirati vjerojatnost otkazivanja cijevnog materijala te se kasnije ovaj podatak koristi u svrhu prognožiranja ukupnih troškova investicije u projektiranom vijeku građevine (Sivakumar et al. 2006.). Na taj se način rezultirajući algoritam može podijeliti u dvije faze: (I) prva faza u kojoj se određuje kumulativna vjerojatnost otkazivanja (definirana iz više različitih kriterija otkazivanja) te (II) druga faza u kojoj se vrši komparativa analiza kandidata cijevnih materijala obzirom na ekonomske parametre koji su uvjetovani rezultatima prve faze analize (Tee i Khan, 2012.). Obzirom na navedeno, treba primijetiti da je prvi dio analize posebno važan, te će se istom u nastavku rada predati više pažnje radi njegove kompleksnosti. Ekonomski dio se bazira na klasičnoj LCC analizi (eng. *Life-Cycle Cost analysis*).

Definiranje vjerojatnosti otkazivanja najčešće dovodi do primjene Monte-Carlo metode putem

koje se na efikasan način mogu provesti analize mehaničkih sustava u kojima se ulazni podatci ne definiraju specifičnim numeričkim vrijednostima, već se definiraju o obliku funkcije gustoće vjerojatnosti istih. Na taj način i rezultat ovakvih analiza definira statističke parametre razmatranog sustava koji se dovode u vezu s pouzdanosti istog. Stohastička analiza ovakvih sustava je neophodna iz razloga što su ulazni parametri analize već unaprijed okarakterizirani s određenim stupnjem nesigurnosti. Drugim riječima, svaki od ulaznih parametara koji se modelira Gaussovom razdiobom ima definiranu svoju srednju vrijednost μ i standardnu devijaciju σ . Obzirom na broj ulaznih parametara, ovakvi sustavi se mogu okarakterizirati i kao sustavi s velikim brojem stupnjeva slobode, što uvodi dodatnu kompleksnost na postavljeni zadatak.

Kriteriji otkazivanja za ukopane cijevi se mogu definirati kao prekoračenja mehaničkih karakteristika cijevi i cijevnog materijala u određenim okolnostima vanjskog opterećenja. Sukcesivnim uzorkovanjem ulaznih parametara iz definiranih funkcija gustoće vjerojatnosti ulaznih veličina se može aproksimirati vjerojatnost otkazivanja kao omjer ukupnog broja utvrđenih slučajeva otkazivanja i ukupnog broja ispitanih uzroka. Pritom je posebno važno naglasiti da sama primjena Monte-Carlo analize za ovdje razmatrani slučaj ukopanih cijevi nije opravdana iz razloga što je otkazivanje nosivosti cijevi u prvim godinama eksploatacije građevine okarakterizirano kao *pojava male vjerojatnosti* koja može poprimiti vrijednost manju od 10^{-4} . Iz tog je razloga potrebno Monte-Carlo metodu nadograditi *Subset* metodom u okviru koje se prostor ulaznih parametara modela ne uzorkuje nasumično, već uvjetovano u iterativnom postupku. Naime, *Subset* metoda, koja je originalno razvijena za prognozu vjerojatnosti otkazivanja objekata visokogradnje (Au i Beck, 2001; Au et al., 2007.), vjerojatnost otkazivanja definira u vidu produkta prijelazne vjerojatnosti otkazivanja za adaptivno usvojene prijelazne kriterije otkazivanja. Na taj se način određivanje otkazivanja događaja male vjerojatnosti računa kroz sekvencu mnogo češćih događaja s relaksiranim kriterijima otkazivanja u prostoru prijelaznih vjerojatnosti. Potrebni uvjetovani uzorci ulaznih podataka iz zadanih funkcija gustoća vjerojatnosti se u iterativnom postupku definiraju koristeći Markovljeve lance i modificirani Metropolis-Hastings algoritam putem kojih se izbor ulaznih podataka postepeno definira kroz prijelazne kriterije otkazivanja, dok isti ne dosegnu postavljeni kriterij otkazivanja. Prognoza vjerojatnosti otkazivanja ukopanih cijevi predstavlja izazovni znanstveni i inženjerski zadatak te će se u ovom radu prikazati proračunski algoritam implementiran u računalni program koristeći programski jezik FORTRAN90.

2. KRITERIJI OTKAZIVANJA UKOPANIH CIJEVI

Polazna pretpostavka za definiranje vjerojatnosti otkazivanja ukopanih cijevi podrazumijeva kvantificiranje što većeg broja mogućih mehanizama sloma, odnosno mehaničkih uvjeta koji će ugroziti projektirane uvjete rada. U rigoroznoj matematičkoj formi se kriteriji otkazivanja definiraju putem graničnih funkcija koje poprimaju vrijednost razlike neke kritične vrijednosti određene mehaničke veličine i mobilizirane, odnosno ostvarene, vrijednosti iste. Na taj se način može definirati granična funkcija u generičkom obliku

$$F(x_i) = q_c - q_m \quad (1)$$

u kojoj x_i predstavlja vektor svih ulaznih veličina uzorkovanih iz pripadajućih funkcija gustoće vjerojatnosti, a na desnoj strani se nalazi razlika kritične vrijednosti (q_c) i mobilizirane vrijednosti (q_m). Za slučaj da granična funkcija $F(x_i)$ poprima negativnu vrijednost, registriran je slučaj otkazivanja za usvojene ulazne parametre x_i (indeks i se uvodi u svrhu prepoznavanja ulaznih veličina). Na taj način granična funkcija definira područje sloma u prostoru ulaznih varijabli x_i . Za svaki niz ulaznih podataka x_i se tako može definirati i pripadajuća indikator funkcija $I(x_i)$ koja se definira u obliku

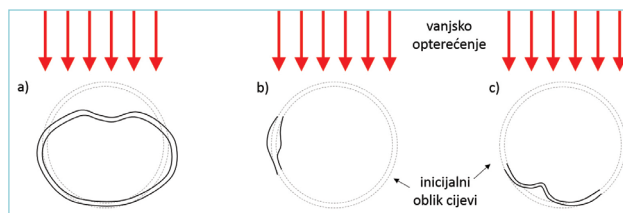
$$I(x_i) = \begin{cases} 1 & \text{ako } F(x_i) < 0 \\ 0 & \text{ako } F(x_i) \geq 0 \end{cases} \quad (2)$$

Na taj način problem definiranja vjerojatnosti otkazivanja nekog inženjerskog sustava se tako svodi na definiranje vrijednosti p_f

$$p_f = \int_{R^k} I(x_i) \pi(x_i) dx \quad (3)$$

gdje $\pi(x)$ predstavlja funkciju gustoće vjerojatnosti otkazivanja definirana u više dimenzionalnom prostoru R^k gdje k označava ukupni broj parametra x te vrijedi $i = 1..k$ (Schueller i Pradlwarter, 2007.). Direktna integracija ovog integrala nije moguća radi nepoznavanja podintegralne funkcije te je problem potrebno riješiti iterativnim putem.

Predloženi proračunski algoritam oslanja se na pet mehanizama prekoračenja mehaničkih karakteristika cijevi: (I) redukcija debljine stijenke cijevi uslijed djelovanja korozije, (II) prekomjerna defleksija tjemena cijevi, (III) prekomjerno izvijanje stijenke cijevi (IV) prekoračenje granice popuštanja cijevnog materijala te (V) prekoračenje kritične deformacije cijevnog materijala. Treba napomenuti da su navedeni uvjeti



Slika 1: Ilustracija tri karakteristična mehanizma otkazivanja ukopanih cijevi: a) otkazivanje uzrokovano prekomjernom defleksijom, b) otkazivanje uzrokovano prekoračenjem granice nosivosti cijevnog materijala te c) otkazivanje uzrokovano prekomjernim izvijanjem stijenke cijevi

funkcijski povezani za vremensku redukciju debljine stijenke cijevi. Ilustracija posljedica prekoračenja ovih uvjeta je prikazana na slici 1. Važno je napomenuti da su svi navedeni kriteriji otkazivanja opravdani za upotrebu za sve vrste cijevnog materijala koji će cijev svrstati u kategoriju fleksibilnih konstrukcija (što je u većem broju slučajeva opravdano). Na taj način kategorija fleksibilnih cijevi obuhvaća cijevi koje se mogu u nekom iznosu deformirati bez da se ugrozi funkcionalna namjena istih. U ovu kategoriju spada više vrsta cijevi od kojih se mogu izdvojiti one koje se u našem podneblju najviše koriste: čelične cijevi, lijevanoželjezne cijevi od nodularnog lijeva (tzv. DUKTIL cijevi), termoplastične cijevi (PVC i PEHD) te duroplastične cijevi, odnosno cijevi od staklenih vlakana (GRP cijevi).

2.1. Korozija cijevnog materijala

Korozija cijevnog materijala se prvenstveno odnosi na metalne cijevi, ali treba napomenuti da se isti model korozije može primijeniti i na druge ne-korozivne materijale prikladnom manipulacijom parametra usvojenog korozijskog modela. U općem slučaju ovakvi modeli moraju oslikavati kemijske uvjete tla, korozijski potencijal cijevnog materijala te prisustvo električnih naboja. U svrhu modeliranja progresivnog korozijskog djelovanja koristi se model (Ahammed i Melchers, 1997.)

$$w_c(t) = \beta t^\alpha \quad (4)$$

u kojem $w_c(t)$ označava dubinu penetriranja korozije u stijenku cijevi [mm] u vremenu t [godina], β multiplikacijski parametar modela [-] te α eksponencijalni parametar modela [-]. Kako bi se gore navedeni fizikalni uvjeti uveli u ovakav model, parametri modela β i α se mogu postaviti kao funkcije npr. razine podzemne vode koja pospješuje na formiranje korozije te se na sličan način može uključiti i blizina mora, odnosno klorida. Treba primijetiti da će korozija stijenke cijevi u prvom redu utjecati na moment inercije poprečnog profila cijevi na način da će se isti reducirati. Na taj način, moment inercije $I_m(t)$ se može u svakoj godini računalne simulacije vjerojatnosti otkazivanja kvantificirati putem jednadžbe

$$I_m(t) = \frac{(w_0 - w_c(t))^3}{12} \quad (5)$$

u kojoj w_0 predstavlja inicijalnu debljinu stijenke cijevi [m]. Na sličan način se može kvantificirati i redukcija poprečne površine cijevi. Posebno je važno napomenuti kako od ranije navedenih vrsta fleksibilnih cijevi, koje su predmet razmatranja u ovom radu, nisu sve cijevi jednako ugrožene od posljedica korozije. Naime, kao primjer se mogu navesti plastične cijevi koje su u tom smislu mnogo otpornije od npr. lijevano željeznih cijevi ili čeličnih cijevi, iako i cijevi otporne na koroziju trpe stanovitu redukciju krutosti cijevnog materijala kao posljedica proteklog vremena i drugih kemijskih procesa koji se odvijaju u okolnom području zasipa. Ova redukcija je daleko manja od redukcije krutosti koja nastaje kao posljedica korozije lijevano željeznih cijevi ili čeličnih cijevi te može iznositi do 10% inicijalne krutosti cijevi (ponekad i više obzirom na kemijsku aktivnost okruženja u kojem se cijev nalazi). Kako bi se ovaj proces redukcije krutosti s vremenom uključio u razmatranje i za cijevi koje imaju otpornost na koroziju, može se koristiti isti model definiran jednadžbom 4, s tim da se u tim slučajevima izbor parametara modela mora odabrati na način da prividni gubitak debljine stijenke cijevi rezultira ekvivalentnom redukcijom krutosti cijevi koja nastaje kao posljedica drugih procesa.

2.2. Defleksija tjemena cijevi

Vrlo važan kriterij prekoračenja dozvoljenih mehaničkih karakteristika ukopanih cijevi je defleksija cijevi koja nastaje kao posljedica djelovanja svih prisutnih sila. Uslijed djelovanja sudjelujućih sila se inicijalni kružni oblik cijevi deformira u eliptični oblik koji nastaje uslijed horizontalnog pomaka Δx i vertikalne redukcije promjera za iznos Δy (vertikalni pomak). Na taj se način defleksija cijevi može kvantificirati kao omjer horizontalnog pomaka stijenke cijevi i originalnog promjera cijevi D putem jednadžbe (De Leon i Macias, 2005.)

$$\frac{\Delta x}{D} = \frac{k_b \left((p_s + p_w) D_L + p_r \right)}{8 \frac{E_p I_m(t)}{D^3} + 0,061 E'_s} \quad (6)$$

u kojoj D predstavlja promjer cijevi [m], k_b koeficijent defleksije [-], p_s ukupni geostatički tlak [N/m^2], p_w hidrostatski tlak od podzemne vode iznad tjemena cijevi [N/m^2], p_r tlak prometnog opterećenja [N/m^2], D_L koeficijent vremenskog utjecaja [-] (eng. *time lag factor*), E_p modul elastičnosti cijevnog materijala [N/m^2], $I(t)$ modul inercije poprečnog presjeka cijevi u godini t [m^3] te E'_s modul reakcije tla [N/m^2]. Defleksijski model je originalno razvio Spangler (Spangler, 1941.) te je kasnije isti modificiran u oblik definiran jednadžbom 6

od strane Watkinsa (Watkins, 1998.). Dobro je primijetiti da se koeficijent D_L u ovom radu usvaja jednakim 1, jer se utjecaj vremena na redukciju krutosti eksplicitno uvodi modelom korozije cijevnog materijala (4). Za slučajeve u kojima se analiza defleksije provodi bez upotrebe statističkih metoda, odnosno samo za jedan niz ulaznih parametara, Spangler predlaže da se D_L usvoji u granicama od 1,25 do 1,5 kako bi se inicijalni pomak povećao i time dala ocjena pomaka za veći vremenski period eksploatacije cijevi.

Jednadžba (6) se bazira na nekoliko pretpostavki. Prva pretpostavka se odnosi na kvantifikaciju vertikalnog opterećenja na cijev i vrijedi za slučajeve kada je opravdano koristiti Marstonovu teoriju opterećenja na ukopane cijevi za koje vrijedi pretpostavka da se opterećenje jednoliko raspoređuje po površini cijevi. Druga hipoteza uvodi pretpostavku da je vertikalna reakcija tla na cijev jednaka vertikalnom opterećenju na cijev i isto tako se jednoliko raspoređuje po posteljici na koju naliježe cijev. Posljednja hipoteza uvodi radnu pretpostavku da se horizontalni tlak na bokovima cijevi raspoređuje parabolno i da je maksimalni tlak jednak modulu pasivnog tlaka tla pomnoženim s polovinom horizontalne defleksije cijevi.

U svrhu kvantificiranja pomaka Δx , koji će se koristiti u svrhu provjere kriterija prekomjerne defleksije tjemena cijevi, potrebno je u prvom redu kvantificirati opterećenja p_s i p_w , dok se p_r zadaje ovisno o lokaciji, odnosno prometnim karakteristikama lokacije na kojoj se cijev postavlja. Prikladno definiranje ovog podatka iziskuje definiranje većeg broja parametara modela koji se navode u nastavku: (I) modul elastičnosti cijevnog materijala E_p [N/m^2], (II) inicijalna debljina stijenke cijevi w_0 [m], (III) multiplikacijski koeficijent korozijskog modela β [-], (IV) eksponent korozijskog modela α [-], (V) kut trenja između materijala zasipa rova i ukopane cijevi f_p [°], (VI) modul elastičnosti tla E'_s [N/m^2], (VII) Poissonov broj tla ν_s [-], (VIII) gustoća tla ρ_s [kg/m^3], (IX) kut unutarnjeg trenja tla f_s [°], (X) koeficijent modula reakcije tla k_s [-], (XI) visina tla iznad tjemena cijevi h_s [m], (XII) visina podzemne vode iznad tjemena cijevi h_w [m], (XIII) koeficijent defleksije k_b [-] te (XIV) tlak vanjskog djelovanja p_r [N/m^2] na površini tla uslijed prometnog opterećenja. Taksativno izdvajanje parametara potrebnih za pojedini kriterij će se koristiti i u nastavku, i to sve u svrhu sistematičnog pregleda potrebnih podataka za slučaj implementacije predloženog algoritma u računalni program.

Ukupni tlak p_t dobiva se zbrojem doprinosa geomehaničkog tlaka p_s , tlaka podzemne vode p_w i tlaka vanjskog opterećenja na prometnoj površini p_r . U svrhu definiranja ukupnog opterećenja p_t [N/m^2] na ukopanu cijev, u prvom redu je potrebno uvažiti prisustvo podzemne vode, tj. njen utjecaj na geomehanički tlak na cijev. Za slučaj da vrijedi $0 < h_w < h_s$, navedeno se provodi tako da se u prvom redu kvantificira koeficijent uzgona R_w [-] putem empirijske jednadžbe

$$R_w = 1 - 0,33 \frac{h_w}{h_s} \quad (7)$$

U nastavku je potrebno kvantificirati koeficijent lateralnog tlaka tla k_0 koristeći Jakysonovu formulu

$$k_0 = 1 - \sin(f_s) \quad (8)$$

Tlak tla na površini cijevi se sada može odrediti iz jednadžbe

$$p_s = R_w \rho_s g h_s (1 + k_0) \tan(f_p) \quad (9)$$

gdje je g ubrzanje sile teže [m/s²]. Tlak podzemne vode p_w iznad tjemena cijevi slijedi iz umnoška $\rho_w g h_w$ [N/m²], u kojem je ρ_w gustoća vode [kg/m³]. Ukupni tlak p_t dobiva se zbrojem svih navedenih doprinosa te se po potrebi mogu dodati i druga prisutna opterećenja. Preostali podatak za kvantifikaciju defleksije Δy je modul reakcije tla E'_s koji se određuje putem jednadžbe

$$E'_s = \frac{k_s E_s (1 - \nu_s)}{(1 + \nu_s)(1 - 2\nu_s)} \quad (10)$$

Kriterij za definiranje otkazivanja uslijed prekomjerne defleksije tjemena cijevi se može formulirati putem granične funkcije $F_d(x)$ u obliku $F_d(x) = \Delta y_c - \Delta y(x) = 0$ u kojem Δy_c predstavlja kritičnu defleksiju koja se najčešće usvaja u postotku inicijalnog promjera cijevi. Kritična defleksija Δy_c se za slučaj fleksibilnih cijevi najčešće usvaja u rasponu od 2% do 7% inicijalnog promjera D . Otkazivanje nastupa za slučaj da je za zadane parametre x_r koji se u okviru provedene stohastičke analize uzorkuje iz propadajućih funkcija gustoće vjerojatnosti, granična funkcija $F_d(x)$ poprimi negativnu vrijednost.

2.3. Izvijanje stijenke cijevi

Izvijanje stijenke cijevi može nastati kao posljedica nestabilnosti stijenke kod naprezanja koja su manja od granice popuštanja cijevnog materijala. Kriteriji za otkazivanje na izvijanje stijenke cijevi se odnosi na ukupni tlak koji djeluje na cijev p_t [N/m²], koji mora biti manji od kritičnog tlaka p_c [N/m²] koji uzrokuje izvijanje. Na taj način granična funkcija ovog kriterija otkazivanja $F_b(x)$ poprima oblik $F_b(x) = p_c - p_t = 0$.

Parametri potrebni za definiranje kritičnog naprezanja p_c su navedeni u nastavku: (I) modul elastičnosti cijevnog materijala E_p [N/m²], (II) inicijalna debljina stijenke cijevi w_0 [m], (III) multiplikacijski koeficijent korozijskog modela β [-], (IV) eksponent korozijskog modela α [-], (V) modul elastičnosti tla E_s [N/m²], (vi) Poissonov broj tla ν_s [-], (VII) koeficijent modula

reakcije tla k_s [-], visina tla iznad tjemena cijevi h_s [m] te (VIII) visina podzemne vode iznad tjemena cijevi h_w [m]. Za niz navedenih ulaznih podataka u stohastičkoj analizi se kritično naprezanje izvijanja p_c može odrediti putem modificirane Timošenkovke jednadžbe kritičnog naprezanja u obliku (Carrier, 2005.)

$$p_c = \sqrt{32 R_w B' E'_s \frac{E_p I(t)}{D^3}} \quad (11)$$

u kojoj B' predstavlja empirijski koeficijent elastične podloge koji se određuje primjenom bezdimenzionalne empirijske jednadžbe

$$B' = \frac{1}{1 + 4 \exp(-0,213 h_s)} \quad (12)$$

u kojoj se visina tla iznad tjemena cijevi uvrštava u metrima. Dobro je primijetiti da za razliku od prethodnog uvjeta defleksije (6), kritična vrijednost ovog kriterija p_c je ovisna o vremenu putem redukcije momenta inercije profila cijevi $I(t)$ dok je mobilizirana vrijednost p_t neovisna o vremenu.

2.4. Prekoračenje granice popuštanja

Ukoliko dubina ukopavanja cijevi nije dovoljna, postoji mogućnost otkazivanja stijenke cijevi uslijed ukupnog opterećenja vanjskim tlakom p_e . Iz tog je razloga potrebno provjeriti kriterij otkazivanja koji se odnosi na prekoračenje granice popuštanja odabranog cijevnog materijala. U ovom slučaju granična funkcija $F_y(x)$ poprima oblik $F_y(x) = t_c - t_e = 0$ u kojoj se kritična vrijednost t_c može kvantificirati putem jednadžbe

$$t_c = f_y (w_0 - w_c(t)) \phi_t \quad (13)$$

u kojoj f_y predstavlja granicu popuštanja cijevnog materijala [N/m²], a ϕ_t redukcijski koeficijent nosivosti cijevnog materijala koji se uvodi u svrhu dodatne sigurnosti i najčešće poprima iznos od 0,9. S druge strane, mobilizirana vrijednost ovog kriterija t_e će zavisiti o sljedećim ulaznim veličinama: (I) modul elastičnosti cijevnog materijala E_p [N/m²], (II) inicijalna debljina stijenke cijevi w_0 [m], (III) multiplikacijski koeficijent korozijskog modela β [-], (IV) eksponent korozijskog modela α [-], (V) modul elastičnosti tla E_s [N/m²], (VI) Poissonov broj tla ν_s [-], (VII) gustoća tla ρ_s [kg/m³], (VIII) kut unutarnjeg trenja tla f_s [°], (IX) koeficijent modula reakcije tla k_s [-], (X) visina tla iznad tjemena cijevi h_s [m], (XI) visina podzemne vode iznad tjemena cijevi h_w [m] te (XII) tlak vanjskog djelovanja p_e [N/m²] na površini tla uslijed prometnog opterećenja. Koristeći navedene podatke mobilizirana vrijednost slijedi iz jednadžbe (Babu i Srivastava, 2010.)

$$t_i = 1,3 \left(1,5 p_s \phi_{\text{vaf}} + 1,67 p_r + p_w \right) \frac{D_p}{2} \quad (14)$$

u kojoj je ϕ_{vaf} vertikalni faktor luka [-] (eng. *vertical arching factor*) koji se uvodi u svrhu kvantifikacije redukcije geostatičkog tlaka uslijed ukrućenja vertikalne kolone tla iznad tjemena cijevi koja sama po sebi ima stanovitu krutost i preuzima dio opterećenja. Ovaj faktor se može definirati putem empirijske jednadžbe (Duncan, 2000.)

$$\phi_{\text{vaf}} = 0,76 - 0,71 \left(\frac{s_h - 1,17}{s_h + 2,92} \right) \quad (15)$$

u kojoj je s_h faktor krutosti obruča tla [-] koji preuzima dio opterećenja i definira se empirijskom jednadžbom

$$s_h = \phi_s \frac{E'_s \frac{D_p}{2}}{E_p (w_0 - w_c(t))} \quad (16)$$

u kojoj je ϕ_s faktor sigurnosti. Dobro je primijetiti da i u ovom kriteriju mobilizirana vrijednost t_i ne zavisi o proteklom vremenu već samo kritična vrijednost t_c koja se umanjuje redukcijom debljine stijenke cijevi uslijed korozije.

2.5. Prekoračenje kritičnog napreznja savijanja cijevi

Posljednji kriterij se odnosi na prekoračenje kritičnog napreznja cijevnog materijala pri savijanju koji je u direktnoj vezi s defleksijskim kriterijem (6). Ovim kriterijem se uvodi opisivanje redukcije nagiba radne krivulje materijala u naponskoj deformacijskoj ravni (Watkins i Anderson, 2000.). Naime, uslijed vanjskih opterećenja se ukopana cijev može saviti do te mjere da se premaši kritično dozvoljeno napreznje koje će rezultirati otkazivanjem. Granična funkcija ovog kriterija poprima oblik $F_\epsilon(x_i) = \sigma_c - \sigma_b = 0$, u kojoj se kritično napreznje savijanja zadaje ovisno o odabranom cijevnom materijalu, a mobilizirana vrijednost σ_b se može odrediti putem jednadžbe

$$\sigma_b = 2s_f \frac{\Delta y(t) E_p \frac{(w_0 - w_c(t))}{2}}{D^2} \quad (17)$$

u kojoj s_f predstavlja faktor oblika [-] koji za kružne cijevi poprima vrijednost 4. U ovom posljednjem kriteriju je kritična vrijednost konstantna σ_c , a mobilizirana vrijednost σ_b ovisna o proteklom vremenu radi vremenske redukcije debljine stijenke cijevi uslijed djelovanja korozije.

3. KVANTIFIKACIJA VJEROJATNOSTI OTKAZIVANJA

U prvom redu kvantifikacija vjerojatnosti otkazivanja zahtijeva definiranje ulaznih veličina modela u obliku pripadajuće funkcije gustoće vjerojatnosti (to su ranije navedeni parametri modela za svaki kriterij otkazivanja). U tu svrhu je opravdano koristi Gaussovu normalnu distribuciju $N(\mu, \sigma)$ koja će za veličinu x_j biti zadana pripadajućom srednjom vrijednosti μ_j i standardnom devijacijom σ_j (Phoon i Kulhawy, 1999.). Ukoliko bi se analiza provodila samo Monte-Carlo metodom, vjerojatnost otkazivanja bi se definirala putem nasumičnog uzorkovanja iz definiranih funkcija gustoće vjerojatnosti $N(\mu, \sigma)$ ulaznih veličina x_i te bi se ti ulazni podatci koristili u svrhu utvrđivanja broja slučajeva kod kojih je granična funkcija poprimila negativnu vrijednost za pojedini kriterij otkazivanja. Pritom, posebno je važno napomenuti da se prikupljeni podatci uzorkovanja iz funkcija N mogu okarakterizirati kao *i.i.d.* uzorci, odnosno vrijedi da su neovisni i jednako distribuirani (eng. *independent and identically distributed random variables*). Omjer broja otkazivanja i broja ukupno ispitanih uzorka na taj način definira vjerojatnost otkazivanja. Kako se radi o događajima male vjerojatnosti, ova metoda nije prikladna te ju treba nadopuniti *Subset* metodom.

3.1. Subset metoda

Subset metoda se koristi u svrhu konverzije rijetkog događaja u češći događaj putem uvođenja prijelaznih kriterija za detekciju otkazivanja koji su niži i podskup generalnog kriterija. Na taj način može se pisati (Fange et al., 2013.)

$$y_{c,1}^* < y_{c,2}^* < y_{c,3}^* \cdots < y_m = y_c \quad (18)$$

gdje su $y_{c,i}^*$ prijelazni kriterij otkazivanja u ukupnom broju koraka m , a y_c globalni kriterij otkazivanja koji je mjera otkazivanja. Obzirom na navedeno, vrijedit će i da su aproksimacije područja sloma F_i isto tako podskup područja sloma F koji je definiran kriterijem otkazivanja (19).

$$F = F_m \subset F_{m-1} \subset F_{m-2} \cdots \subset F_1 \quad (19)$$

Na taj način vjerojatnost otkazivanja P za koju vrijedi $P(y > y_c)$ može se rastaviti u oblik

$$P(y > y_c) = P(y > y_m | y > y_{m-1}) P(y > y_{m-1}) \quad (20)$$

gdje $P(y > y_m | y > y_{m-1})$ definira prijelaznu vjerojatnost, odnosno vjerojatnost prijelaza iz uvjeta $y > y_m$ u uvjet y

$> y_{m-1}$. Prethodna jednadžba se za čitav niz proračunskih koraka m može zapisati u obliku

$$\begin{aligned} P(y > y_c) &= \\ &= P(y > y_m | y > y_{m-1}) P(y > y_{m-1} | y > y_{m-2}) \quad (21) \\ &\dots P(y > y_2 | y > y_1) P(y > y_1) \end{aligned}$$

Na taj način se izračun vjerojatnosti $P(y > y_c)$ svodi na izračun prijelaznih vjerojatnosti $P(y > y_i | y > y_{i-1})$ za i od 2 do m . U prvom koraku se vjerojatnost otkazivanja računa po Monte-Carlo metodi. Dakle, *Subset* metoda počiva na rezultatima Monte-Carlo analize te tako započinje definiranjem ulazne matrice $\mathbf{x}_{j_i} = [x_{j_1} \ x_{j_2} \ x_{j_3} \ \dots \ x_{j_n}]$ u kojoj indeks j označava vrstu razmatrane varijable (npr. gustoća tla, modul elastičnosti cijevi, itd.), a indeks i se uvodi u svrhu prepoznavanja rednog broja uzorka iz ukupnog broja uzoraka n preuzetih iz pripadajuće funkcije gustoće vjerojatnosti. U prvom se koraku za određeni kriterij otkazivanja određuje odziv sustava (npr. defleksija tjemena cijevi) i definira izlazni vektor $\mathbf{y} = \{y_1 \ y_2 \ y_3 \ \dots \ y_n\}^T$. Pritom, za razliku Monte-Carlo metode, koja zahtjeva relativno veliki broj ulaznih veličina za aproksimaciju događaja male vjerojatnosti, *Subset* metoda uzorkuje prostor ulaznih veličina s relativno malim brojem *i.i.d.* uzorka. Pritom, ista koristi postupak u kojem se uzorci progresivno mijenjaju te je iz tog razloga potrebno uvesti oznaku proračunskog koraka $l = 2..m$ (prvi korak je definiran Monte-Carlo metodom). Na taj način se ulazna matrica može napisati u obliku ${}^{(l)}\mathbf{x}_{j_i} = [{}^{(l)}x_{j_1} \ {}^{(l)}x_{j_2} \ {}^{(l)}x_{j_3} \ \dots \ {}^{(l)}x_{j_n}]$ te pripadajući odziv sustava postaje ${}^{(l)}\mathbf{y} = \{{}^{(l)}y_1 \ {}^{(l)}y_2 \ {}^{(l)}y_3 \ \dots \ {}^{(l)}y_n\}^T$. Za inicijalizacijski korak $l=1$ se koristi Monte-Carlo metoda. Kako je kriterij definiran graničnom funkcijom $F(x)$ rijedak događaj i broj ispitanih uzoraka n relativno mali, vrlo je vjerojatno da niti jedan uzorak u proračunskom koraku $l=1$ ne dovodi do otkazivanja. Pritom, treba primijetiti da dobiveni odziv sustava sadrži korisne podatke koji se mogu iskoristiti za izbor drugih parametra iz prostora ulaznih veličina. U tu je svrhu prikladno poredati veličine odziva sustava na ${}^{(l)}\mathbf{y}$, počevši od najvećeg prema najmanjem, čime se dobiva ${}^{(l)}\mathbf{y} = \{{}^{(l)}y_1 > {}^{(l)}y_2 > {}^{(l)}y_3 \ \dots \ {}^{(l)}y_n\}^T$ te nakon toga poredati i veličine ulazne matrice ${}^{(l)}\mathbf{x}_{j_i}$ tako da odgovaraju novom redoslijedu odziva. Na ovaj način vrijednost ${}^{(l)}\mathbf{x}_{j_1}$ postaje veličina koja je najbliža uvjetu otkazivanja, a veličina ${}^{(l)}\mathbf{x}_{j_n}$ ona koja je najudaljenija od područja sloma, odnosno kriterija otkazivanja.

U narednom koraku se postavlja prijelazna vjerojatnost otkazivanja time što se definira parametar *Subset* metode $p_0 \in [0,1]$ na način da umnožak p_0 i ukupnog broja razmatranih uzorka n definira cijeli broj n_p . Na taj se način prva prijelazna vjerojatnost otkazivanja može definirati u obliku (Song i Qiao, 2009.)

$$F_1 = \left\{ {}^{(k)}x_{j_i} : y_i > y_c^* \right\} \quad (22)$$

u kojem je

$$y_c^* = \frac{{}^{(l)}y_{n_p} + {}^{(l)}y_{n_p+1}}{2} \quad (23)$$

Na ovaj način se implicira da su uzorci od 1 do n_p u uvjetovanom slomu te da je pripadajuća vjerojatnost otkazivanja u prijelaznoj vjerojatnosti jednaka p_0 . Drugim riječima, uzorci od 1 do n_p pripadaju području sloma F_1 , dok ostali uzorci ne pripadaju. Kako su u prvom koraku $l=1$ uzorci $[{}^{(1)}x_{j_1} \ \dots \ {}^{(1)}x_{j_{n_p}}]$ dobiveni Monte-Carlo metodom, vjerojatnost da su u području sloma F_1 je približno jednaka p_0

$$P(F_1) \approx \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n I_{F_1}({}^{(1)}\mathbf{x}) = p_0 \quad (24)$$

Treba napomenuti da su numeričke analize napravljene od strane mnogih istraživača pokazale kako vrijednost p_0 od 0,1 osigurava dobar kompromis između brzine konvergencije i kvalitete dobivenih rezultata (Au i Beck, 2001.; Song i Qiao, 2009.). Prva aproksimacija područja sloma se može tumačiti kao gruba i konzervativna aproksimacija definirana kriterijem otkazivanja. Kako vrijedi da je $F \subset F_1$, te koristeći jednakost (24), vjerojatnost otkazivanja p_f nakon koraka $l=1$ se može definirati u obliku

$$p_f = P(F_1) P(F | F_1) \quad (25)$$

gdje je $P(F | F_1)$ uvjetovana vjerojatnost otkazivanja F za danu vjerojatnost F_1 , ili drugim riječima vjerojatnost prijelaza iz stanja F u stanje F_1 . Na ovaj je način problem određivanja vjerojatnosti otkazivanja p_f preoblikovan u datiranje vjerojatnosti otkazivanja $P(F | F_1)$, jer je vrijednost $P(F_1)$ poznata iz nultog koraka, tj. iz rezultata primjene Monte-Carlo metode. U narednom koraku je potrebno odrediti uzorke iz prostora ulaznih veličina dimenzije k koji će nadomjestiti uzorke u matricu \mathbf{x}_{j_i} koji nisu pripali području sloma F_1 . Pritom, generiranje ovih uzoraka nije nasumično i nije trivijalno. U prvom redu treba primijetiti da uzorci koji pripadaju području sloma F_1 sadrže korisne informacije koje se mogu koristiti za generiranje novih uzoraka. U tu svrhu treba primijetiti da su uzorci koji pripadaju području sloma F_1 raspoređeni po nepoznatoj funkciji gustoće vjerojatnosti $\pi(x | F_1)$ iz koje bi bilo prikladno uzrokovati nove uzorke (nisu poznate normalizirane konstante funkcije). Kako bi se provelo uzorkovanje iz funkcije $\pi(x | F_1)$, i time generirao preostali dio uzorka $(n-n_p)$, treba primijetiti da ovaj zadatak nije trivijalan, jer sami parametri

funkcije π nisu unaprijed poznati. U tu se svrhu može koristiti modificirani Metropolis-Hastingsov algoritam koristeći pritom Markovljeve lance. Na ovaj se način omogućuje uzorkovanje iz kompleksnih funkcija gustoće vjerojatnosti iz kojih se ne može direktno generirati preostali niz ulaznih veličina.

3.2. Modificirani Metropolis-Hastingsov algoritam

U nastavku će se definirati proračunska procedura za uzorkovanje iz generičke funkcije gustoće vjerojatnosti $f(x)$ (koja je jednaka ranijem slučaju funkcije $\varpi(x | F_1)$ za koju nisu poznate normalizirane konstante) te koja se može klasificirati kao ciljna funkcija (eng. *target function*). U tu se svrhu konstruiraju Markovljevi lanci koji će biti stacionarni obzirom na funkciju f , što znači da ako je x_l uzorkovan iz funkcije f , tada će i x_{l+1} isto tako biti uzorkovan iz iste funkcije. Procedura se svodi na definiranje početne veličine $^{(0)}x$, koja se za ovdje ilustrirani algoritam uzima iz raspona veličina $[^{(1)}x_{f_1} \dots ^{(1)}x_{f_{np}}]$ koje pripadaju području sloma F_1 (za prvi korak $l=1$ te se analogna procedura usvaja i za preostale korake), te se kroz proračunski postupak prihvaćaju ili odbijaju kandidatne veličine. U tu je svrhu potrebno zadati statističku distribuciju (eng. *proposal distribution*) $q(x | ^{(0)}x)$ koja se može definirati normalnom Gaussovom distribucijom $N(^{(0)}x, \sigma)$ sa srednjom vrijednosti $^{(0)}x$, standardnom devijacijom σ_j pripadajuće varijable $^{(0)}x_j$. Postupak se sada svodi na uzorkovanje uzorka x^* iz funkcije $q(x | ^{(0)}x)$ te izračunavanja prijelazne vjerojatnosti $\rho(^{(0)}x | x^*)$ definirane u obliku (Zuev et al., 2012.)

$$\rho(^{(0)}x, x^*) = \min \left(1, \frac{f(x^*)q(^{(0)}x | x^*)}{f(^{(0)}x)q(x^* | ^{(0)}x)} \right) \quad (26)$$

U narednom koraku se generira slučajni broj u iz uniformne distribucije gustoće vjerojatnosti $Unif(0..1)$ te se primjenjuje kriterij prihvaćanja kandidatne veličine x^* ili odbijanja. Ukoliko vrijedi da je $u \leq \rho(^{(0)}x | x^*)$ prihvaća se kandidatna veličina x^* i ažurira se član Markovljevog lanca na način da $^{(l+1)}x = x^*$. S druge strane, tj. te za slučaj $u > \rho(^{(0)}x | x^*)$, odbacuje se ista te vrijedi $^{(l+1)}x = ^{(0)}x$. Obzirom da se postupak ponavlja m puta gdje je $m = (1 - p_0) / p_0$, te da se za početne veličine u $l=1$ uzimaju vrijednosti iz raspona varijabli $[^{(1)}x_{f_1} \dots ^{(1)}x_{f_{np}}]$, ovaj algoritam će definirati pripadajući broj uzorka za popunjavanje preostalog dijela $[^{(1)}x_{f_{np+1}} \dots ^{(1)}x_{f_m}]$ matrice x koji će biti stacionaran obzirom na funkciju $\varpi(x | F_1)$ u prvom proračunskom ciklusu, a vrijedi i analogna procedura za preostale cikluse. Na taj se način ostvaruje progresivno ažuriranje ulaznih varijabli x koje postepeno popunjavaju prijelazna područja sloma koje se progresivno približavaju globalnom području sloma definirano globalnim kriterijem otkazivanja.

4. PRORAČUNSKI ALGORITAM

U svrhu sistematičkog prikaza čitavog proračunskog algoritma, u ovom se poglavlju donosi jezgroviti prikaz istog. Koraci proračunskog algoritma će se taksativno navoditi s numeracijom redoslijeda izvođenja istog. Algoritam u nastavku se odnosi na jedan kriterij otkazivanja, ali se jednako može primijeniti na više njih. Isto tako, treba primijetiti da se algoritam odnosi na jedno vremensko razdoblje, odnosno godinu u kojoj se razmatra vjerojatnost otkazivanja. Za definiranje vjerojatnosti otkazivanja u vremenskom periodu eksploatacije građevine, isti algoritam se postavlja u vremensku petlju i ponavlja za svaku godinu zasebno.

1. Definiraj ulazne parametre modela x_j gdje j ima raspon od 1 do ukupnog broja parametra k , i definiraj pripadajuće funkcije gustoće vjerojatnosti $N(\mu_j, \sigma_j)$ gdje μ_j predstavlja srednju vrijednost varijable x_j , a σ_j njenu standardnu devijaciju. Ovaj korak predstavlja inicijalizaciju proračunskog algoritma.
2. Definiraj brojač koraka $l=1$.
3. Definiranjem ulazne veličine x potrebne za ispitivanje usvojenog kriterija otkazivanja. Iz svake od zadanih funkcija gustoće vjerojatnosti se tako provodi nasumično uzorkovanje od n veličina, čime se definira matrica $x = [^{(l)}x_{f_1} \dots ^{(l)}x_{f_m}]$ u proračunskom koraku l .
4. Po zadanom kriteriju otkazivanja definiraj odziv sustava, odnosno vektor $y = \{y_1, y_2, y_3 \dots y_n\}^T$.
5. Provedi renumeraciju članova vektora y tako da se isti poredaju on najvećeg prema najmanjem. Isto vrijedi i za ulazne veličine, tj. matricu x koja mora biti konzistentno renumerirana. Na taj je način lako prepoznati uzorke koji su najudaljeniji od područja sloma i najbliži istome.
6. Definiraj prijelaznu vjerojatnost otkazivanja $^{(l+1)}y_c$ koja definira prijelazno područje vjerojatnosti F_{l+1} , kao uzorak koji se nalazi na n_p mjestu vektora y_{np} , gdje je np cijeli broj definiran umnoškom parametra modela p_0 i ukupnog broja uzorka n . Na taj je način uvjetovano da parametri modela p_0 i n moraju biti tako odabrani da im umnožak bude jednak cijelom broju.
7. Definiraj prijelaznu vjerojatnost otkazivanja $P(F_{l+1})$ za koje je $y_j > ^{(l+1)}y_c$. U tu se svrhu za trenutni proračunski korak može napisati da je vjerojatnost otkazivanja $p_f = p_0^{(l-1)} n_f / n$, gdje je n_f ukupni broj uzorka za koje je utvrđeno otkazivanje. Ukoliko se u prvom koraku utvrdi konvergencija, vjerojatnost otkazivanja postaje jednaka onoj utvrđenoj Monte-Carlo metodi jer je $p_0^{(l-1)} = 1$.
8. Za slučaj da je $^{(l+1)}y_c < y_c$ gdje je y_c globalni kriterij otkazivanja, proračun se prekida.
9. Ukoliko vrijedi da je $^{(l+1)}y_c > y_c$ potrebno je definirati preostali dio uzorka matrice x koji ne pripadaju području sloma F_{l+1} te ih ukupno ima

$(1-p_0)$ n . Ove veličine je potrebno uzorkovati iz funkcije gustoće vjerojatnosti $\varpi(x | F_{l+1})$.

10. Počevši od svakog uzorka u matrici x koji leže u području otkazivanja F_{l+1} , odnosno za vrijednosti u rasponu od $[^{(l)}x_{j_1} \dots ^{(l)}x_{j_{np}}]$, generiraj preostale uzorke koristeći *Subset* metodu putem koje se mogu generirati Markovljevi lanci koji pripadaju funkciji gustoće vjerojatnosti $\varpi(x | F_{l+1})$.
11. Ažuriraj proračunski korak $l=l+1$ i vrati se na korak 4 s novom matricom x .

5. PRIMJER PRIMJENE OPISANOG POSTUPKA

Predstavljeni proračunski algoritam će se primijeniti na primjeru izrade tehničko-ekonomske analize dviju različitih cijevi i to u svrhu boljeg izbora cijevnog materijala. U tu će se svrhu analiza provesti za slučaj cijevi istog nominalnog profila DN 125, a za komparativnu analizu će se odabrati plastična cijev i lijevano željezna cijev. Ovakav izbor cijevnih materijala nije nasumičan te predstavlja najčešći slučaj odabira za vodoopskrbu.

Pritom, treba napomenuti kako razmatrane cijevi u prvom redu ispunjavaju hidrauličke uvjete eksploatacije, odnosno odabrane su s karakteristikama koje ispunjavaju uvjete očekivanih tlakova.

Razmatrani slučajevi cijevnih materijala će se postaviti u isto okruženje, odnosno u iste eksploatacijske uvjete koji se odnose na geometrijske karakteristike rova za polaganje, materijala zasipa, podzemne vode te prometnog opterećenja. Sve relevantne geometrijske i mehaničke veličine eksploatacijskog okruženja su navedene u [tablici 1](#).

Geometrijske i mehaničke veličine plastične cijevi su prikazane u [tablici 2](#), dok su u [tablici 3](#) prikazane veličine iz istih kategorija za slučaj lijevano željeznih cijevi. Sve navedene veličine su preuzete iz dostupnih kataloga, dok su parametri modela korozije za lijevano željeznu cijev usvojeni u standardnim veličinama. Pritom, u svrhu kvantificiranja redukcije krutosti plastične cijevi uslijed drugih kemijskih procesa u eksploatacijskom vremenu građevine, odabrani su parametri modela definiranog jednadžbom 4 na način da se ukupna krutost u konačnici reducira za 10%. Treba i primijetiti da je defleksijski

Tablica 1: Prikaz geometrijskih i mehaničkih karakteristika okruženja u kojem se nalaze ispitane vrste cijevi. Ove veličine se u algoritmu definiraju zadavanjem pripadajućih funkcija gustoće vjerojatnosti s pripadajućim parametrima srednje vrijednosti μ i standardne devijacije σ

tip parametra	oznaka	dimenzija	srednja vrijednost μ	standardna devijacija σ
visina zasipa	h_s	m	1,5	0,2
razina podzemne vode	h_w	m	0,5	0,1
gustoća tla	ρ_s	kg/m ³	1800	5
modul elastičnosti tla	E_s	MPa	1	0,05
Poissonov broj tla	ν_s	1	0,3	0,003
kut unutarnjeg trenja tla	f_s	°	30	1,5
koeficijent modula reakcije tla	k_s	1	1	0,01
koeficijent defleksije	k_b	1	0,11	0,001
prometno opterećenje	p_r	KPa	100	5

Tablica 2: Prikaz geometrijskih i mehaničkih karakteristika plastične cijevi DN 125. Ove veličine se u algoritmu definiraju zadavanjem pripadajućih funkcija gustoće vjerojatnosti s pripadajućim parametrima srednje vrijednosti μ i standardne devijacije σ

tip parametra	oznaka	dimenzija	srednja vrijednost μ	standardna devijacija σ
unutarnji promjer	D_i	mm	123,4	-
vanjski promjer	D_o	mm	140	-
debljina stijenke	t_p	mm	8,3	0,001
modul elastičnosti	E_p	GPa	1,1	0,01
granica popuštanja	f_y	MPa	25	1
kritično naprezanje savijanja	σ_c	MPa	20	1
kut trenja na dodiru s tlom	f_p	°	20	1
postotak kritične defleksije	γ_c	% promjera D	8	1
multiplikacijski koeficijent	β	1	0,1	0,01
eksponencijalni koeficijent	α	1	0,7	0,001

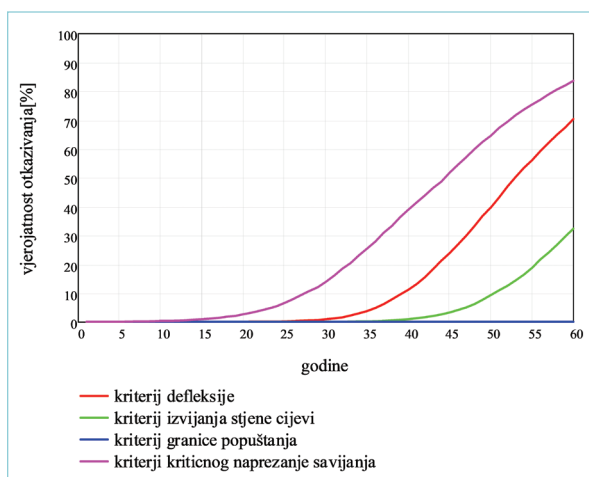
Tablica 3: Prikaz geometrijskih i mehaničkih karakteristika lijevano željezne cijevi DN 125. Ove veličine se u algoritmu definiraju zadavanjem pripadajućih funkcija gustoće vjerojatnosti s pripadajućim parametrima srednje vrijednosti μ i standardne devijacije σ

tip parametra	oznaka	dimenzija	srednja vrijednost μ	standardna devijacija σ
unutarnji promjer	D_i	mm	125	-
vanjski promjer	D_o	mm	144	-
debljina stijenke	t_p	mm	9,5	0,001
modul elastičnosti	E_p	GPa	170	5
granica popuštanja	f_y	MPa	275	2
kritično naprezanje savijanja	σ_c	MPa	500	3
kut trenja na dodiru s tlom	f_p	°	22	1
postotak kritične defleksije	y_c	% promjera D	3	1
multiplikacijski koeficijent	β	1	2,1	0,005
eksponencijalni koeficijent	α	1	0,229	0,0015

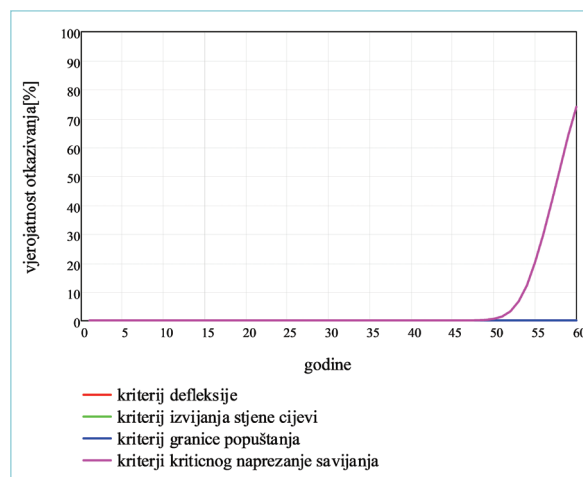
kriterij otkazivanja, koji je zadan kao postotak inicijalnog promjera cijevi D za slučaj lijevano željezne cijevi, puno stroži od onog definiranog za plastičnu cijev i to iz razloga što je plastična cijev značajno fleksibilnija. Tehničko-ekonomska analiza je provedena za vremenski period od 60 godina, što odgovara dvostrukom vijeku ovakvih građevina. S navedenim parametrima su definirane funkcije gustoće vjerojatnosti svih ulaznih parametara te su iz istih nasumično uzorkovane vrijednosti s kojima se u svakoj godini definirao niz od n , uzorka svakog parametra. Ukupni broj uzoraka u svakoj godini je za svaki parametar iznosio 2000 te je *Subset* metoda provedena za parametar $p_0 = 0,1$. Prije aktivacije prethodno izloženog algoritma, u svakoj se godini u prvom redu određuje redukcija krutosti stijenke cijevi putem korozijskog modela te se potom ulazi u iteracijski postupak Monte-Carlo metode i potom, ako nije premašena vrijednost vjerojatnosti otkazivanja od p_0 , se poziva algoritam *Subset* metode. Primjeri su provedeni za sva 4 mehanizma otkazivanja:

(I) defleksijski pomak tjemena cijevi, (II) izvijanje stijenke cijevi, (III) prekoračenje granice popuštanja cijevnog materijala te (IV) prekoračenje kritičnog naprezanja prilikom savijanja cijevi.

Vremenska promjena vjerojatnosti otkazivanja za navedene mehanizme sloma je prikazana na slici 2 za ispitani plastičnu cijev i na slici 3 za lijevano željeznu cijev. Sgledavajući ove rezultate analize otkazivanja moglo bi se doći do preuranjenog zaključka da je izbor lijevano željezne cijevi prikladniji te će kompletnom analizom dokazati upravo suprotno. Naime, za slučaj lijevano željezne cijevi je ustanovljena stanovita vjerojatnost otkazivanja samo po kriteriju kritičnog naprezanja na savijanje, dok su drugi kriteriji u potpunosti ispunjeni u čitavom vijeku građevine, a i nakon njega, tj. u čitavoj vremenskoj domeni provedene analize. S druge strane, za plastičnu cijev se može ustanoviti prisutnost prekoračenja većeg broja razmatranih kriterija, što se najviše odnosi na porast vjerojatnosti otkazivanja na



Slika 2: Vremenska promjena vjerojatnosti otkazivanja plastične cijevi za 4 različita mehanizma otkazivanja. Dominantni mehanizmi otkazivanja za ovaj primjer cijevi i eksploatacijskog okruženja su defleksija i izvijanje stijenke cijevi



Slika 3: Vremenska promjena vjerojatnosti otkazivanja lijevano željezne cijevi za 4 različita mehanizma otkazivanja od kojih je mehanizam otkazivanja uslijed prekomjernog naprezanja pri savijanju jedino prisutan u razmatranoj vremenskoj domeni

defleksiju i kriterije izvijanja stijenke cijevi. Za prvi od navedenih kriterija već nakon 5 godina eksploatacije se ukazuje neznatna, ali prisutna vjerojatnost otkazivanja radi prekomjerne defleksije. Nešto kasnije u vremenu se pojavljuje i vjerojatnost otkazivanja po kriteriju izvijanja stijenke cijevi.

Utvrđivanje prikladnog izbora između ispitanih cijevi se ipak mora bazirati na minimizaciji ukupnih troškova građevine, što ne uključuje samo troškove materijala i ugradnje vodovodnog materijala, već i troškove saniranja eventualnih popravaka u vremenskom periodu vijeka građevine, a i nakon, za slučaj da se zamjena ne dogodi u planiranom vremenu. Dakle, prognoziranje ukupnih troškova građevine mora biti bazirano na analizama koje uključuju vijek građevine i vjerojatnost otkazivanja, jer će eventualne sanacije građevine poskupiti čitavu investiciju. Iz tog je razloga potrebno izraditi prognozu ukupnih troškova koja se temelji na provedenoj analizi otkazivanja. U tu se svrhu koristi LCC model definiran jednadžbom

$$C_{LCC}(t) = C_i + \sum_{j=1}^t C_o(j) + \sum_{j=1}^t C_f(j) P_{f,j} \quad (27)$$

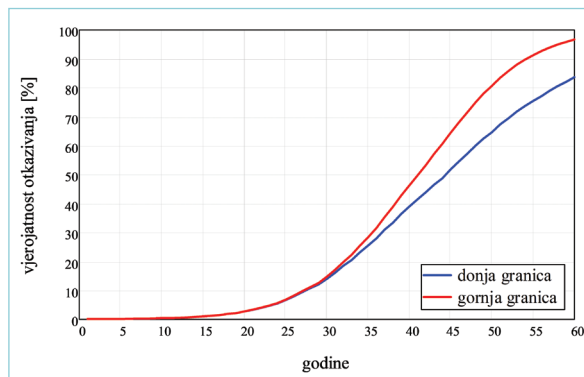
u kojoj C_i definira koeficijent inicijalnog troška građevine, C_o koeficijent troška održavanja građevine, C_f koeficijent troška popravka građevine (koji uključuje i zbrinjavanje cijevi koje više nisu u upotrebi) te p_{fj} komplementarnu vjerojatnost otkazivanja koja nastaje prikladnom kombinacijom vjerojatnosti otkazivanja svih ispitanih mehanizama otkazivanja. Na taj način relativni troškovi građevine u godini t rezultiraju iznosom $C_{LCC}(t)$. Ishod jednadžbe 27 dovodi do optimalnog izbora cijevnog materijala na način da manji trošak u vijeku građevine definira i optimalan izbor cijevnog materijala. Pritom, treba primijetiti da se u svrhu izrade komparativne analize između izabranih vrsta cijevi ovdje uvode relativni troškovi koji su definirani bez valute i ukazuju na relativni odnos troškova za uspoređene cijevi. Dakle, ako je trošak materijala jedne cijevi 2, a druge 1, prva cijev ima dvostruku veći trošak materijala. Obzirom da su apsolutni troškovi materijala i ugradnje za navedene cijevi poznati, koeficijent C_i se može normirati da za jeftiniju cijev iznosi 1, a za skuplju će tada definirati koeficijent veći od jedan koji ukazuje na relativno veću cijenu inicijalnog troška. S druge strane, koeficijenti C_o i C_f imaju jaku korelaciju s koeficijentom C_i te se tako određuju u postotku koeficijenta C_i . Za ispitane slučajeve cijevi se može pretpostaviti kako je inicijalni trošak materijala i ugradnje u relativnom odnosu 1,8 puta skuplji od plastične cijevi. Preostali koeficijenti će se usvojiti u iznosu od 10% inicijalnih troškova za pojedinu cijev. Potrebno je napomenuti kako ispravo kvantificiranje parametara C_o i C_f iziskuje složeniju ekonomsku analizu koja će uvažiti uvjete u kojima se provode aktivnosti održavanja i popravka građevine, ali i uvjete definirane

očuvanjem okoliša te mogućnosti recikliranja i ponovne upotrebe materijala. Predmetna tematika prelazi okvire ovog rada, a u svrhu izrade numeričkog primjera su usvojene teorijske vrijednosti ovih koeficijenata koje se odnose na fiktivni vodoopskrbni sustav i služe u svrhu ilustriranja primjene prikazanog proračunskog algoritma.

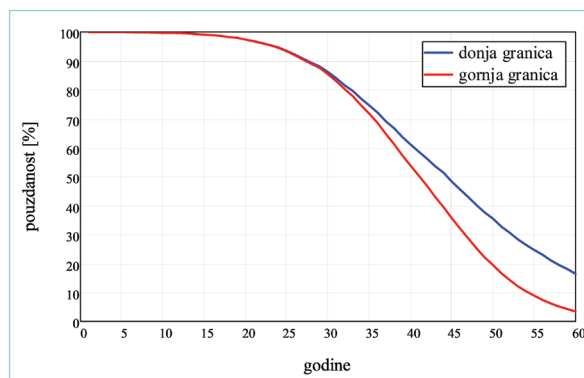
Preostali dio analize se sada svodi na kvantifikaciju komplementarne vjerojatnosti otkazivanja koja mora objediniti sve ispitane mehanizme. Ove analize će rezultirati s dvije krivulje koje će ukazivati na povoljniji i nepovoljniji scenarij otkazivanja. Na taj se način krivulje definiraju u rasponu

$$\max(p_{f,j}) \leq P_{f,j} \leq 1 - \prod_{j=1}^r (1 - p_{f,j}) \quad (28)$$

gdje je p_{fj} vjerojatnost otkazivanja za kriterij j , a r ukupni broj ispitanih kriterija otkazivanja (za ovdje prikazan primjer 4). Pouzdanost građevine se sada može definirati na način da se od 1 oduzme komplementarna vjerojatnost otkazivanja. Dijagram komplementarne vjerojatnosti otkazivanja plastične cijevi je prikazan na slici 4, a dijagram opadanja pouzdanosti za istu cijev je prikazan na slici 5. Dijagram komplementarne vjerojatnosti otkazivanja za lijevano željeznu cijev nije prikazan iz razloga što je isti dijagram vjerojatnosti



Slika 4: Vremenska promjena komplementarne vjerojatnosti otkazivanja plastične cijevi

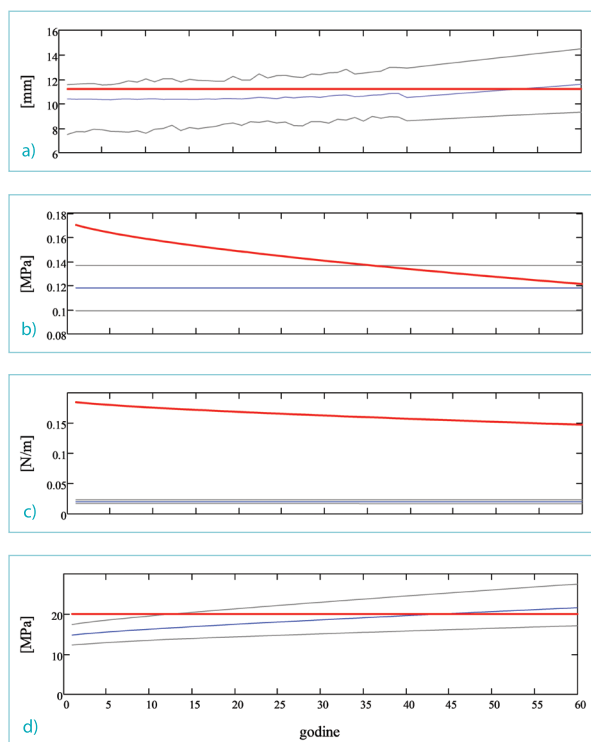


Slika 5: Za slučaj plastične cijevi dijagram prikazuje vremensko opadanje pouzdanosti građevine

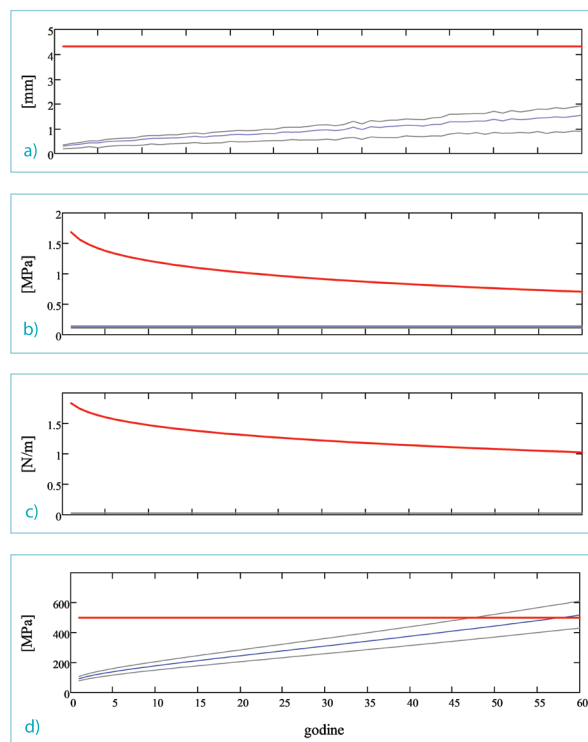
otkazivanja po ispitanim mehanizmima. Za ispitane slučajeve se mogu pokazati i dijagrami u kojima su prikazane kritične vrijednosti pojedinog mehanizma otkazivanja i mobilizirane vrijednosti u svakoj godini analize. Na taj način [slike 6 i 7](#) prikazuju dijagrame u kojima se može pratiti vremenska promjena mobiliziranih vrijednosti ispitanih mehanizma sloma i pripadajuće kritične vrijednosti. Kritična vrijednost je za pojedini mehanizam sloma označena crvenom linijom, dok je srednja vrijednost mobilizirane veličine prikazana plavom bojom, a ostale linije prikazuju maksimume i minimume mobiliziranih veličina. [Slika 6](#) tako prikazuje navedeno za slučaj plastične cijevi, a [slika 7](#) za slučaj lijevano željezne cijevi. Za plastičnu cijev je vidljivo da mobilizirana vrijednost tlaka koji uzrokuje izvijanje stijenke cijevi je u ispitanoj periodu ispod kritične veličine, što je vidljivo i u prognozi vjerojatnosti otkazivanja po tom mehanizmu sloma. S druge strane, u ostalim dijagramima plava linija koja prikazuje srednju vrijednost mobilizirane veličine pripadajućeg mehanizma sloma prelazi ispod crvene linije, odnosno definiranog kriterija sloma. Na [slici 7](#) je vidljivo da za slučaj lijevano željeznih cijevi se kritična veličina premašuje samo za slučaj dopuštenog naprezanja na savijanje. Interesantno je za primijetiti kako se na istom dijagramu može vidjeti uzorkovanje prostora ulaznih veličina putem *Subset* metode, što se manifestiralo odstupanjima u maksimalnim i

minimalnim vrijednostima mobiliziranih veličina za kriterij otkazivanja na defleksiju cijevi.

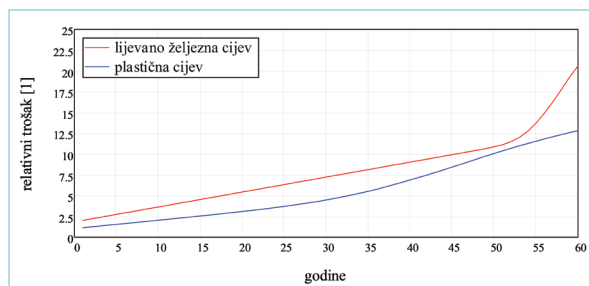
Završno je potrebno primijeniti LCC model u svrhu definiranja ukupnih troškova. U tu je svrhu posebno važno ispravno definirati inicijalni relativni trošak svake od ispitanih cijevi. Obzirom na cijene materijala i ugradnje ispitanih cijevi, relativni inicijalni trošak C_i plastične cijevi se usvojio kao normalizacijska vrijednost te se tako za plastičnu cijev isti definirao u iznosu od 1, dok je za lijevano željeznu cijev isti usvojen s iznosom od 1,8, jer je ujedno i toliko skuplji apsolutni trošak. Pritom, važno je napomenuti da se ovaj trošak odnosi na odabrani profil cijevi te da se izborom drugih profila i navedeni omjer mijenja. Troškovi održavanja i popravka se usvajaju u postotku inicijalnog troška koje je za ovaj primjer osvojen u iznosu od 10%. U svrhu izračuna posljednjeg člana jednadžbe 27, dobro je primijetiti da se vjerojatnost otkazivanja definira slučajnim uzorkovanjem u prostoru između komplementarnih krivulja vjerojatnosti otkazivanja. Obzirom na sve navedeno, za provedeni primjer se može prikazati dinamika relativnih troškova ispitanih cijevi za vremenski period od 60 godina ([slika 8](#)). Analiza pokazuje da je neovisno o većoj vjerojatnosti otkazivanja, koja je utvrđena za plastičnu cijev, ista ipak isplativija za ugradnju. Navedeno se ne odnosi samo na vijek građevine, već je i u kasnijim godinama ovaj cijevni materijal rentabilniji.



Slika 6: Dijagrami srednjih vrijednosti mobiliziranih veličina i kritične veličine za kriterije otkazivanja plastične cijevi: **a)** defleksijski pomak tjemena cijevi, **b)** izvijanje stijenke cijevi, **c)** prekoračenje granice popuštanja cijevnog materijala te **d)** prekoračenje kritičnog naprezanja prilikom savijanja cijevi. Crvena linija prikazuje kritičnu veličinu pojedinog kriterija, plava linija srednju vrijednost pripadajuće mobilizirane veličine te ostale krivulje prikazuju maksimume i minimume u svakoj godini analize



Slika 7: Dijagrami srednjih vrijednosti mobiliziranih veličina i kritične veličine za kriterije otkazivanja lijevano željezne cijevi: **a)** defleksijski pomak tjemena cijevi, **b)** izvijanje stijenke cijevi, **c)** prekoračenje granice popuštanja cijevnog materijala te **d)** prekoračenje kritičnog naprezanja prilikom savijanja cijevi. Crvena linija prikazuje kritičnu veličinu pojedinog kriterija, plava linija srednju vrijednost pripadajuće mobilizirane veličine te ostale krivulje prikazuju maksimume i minimume u svakoj godini analize



Slika 8: Dijagram relativnih troškova u ispitanoj vremenskoj domeni za slučaj ugradnje plastične cijevi i lijevano željezne cijevi. Za provedeni numerički primjer plastična cijev, koja ima veću vjerojatnost otkazivanja, se još uvijek može smatrati kao povoljnijom opcijom izbora cijevnog materijala, jer definira manje troškove građevine u eksploatacijskom periodu od 30 godina, a i kasnije

6. ZAKLJUČAK

U radu je prikazan algoritam za izbor cijevnog materijala ukopanih cijevi putem izrade tehničko-ekonomske analize koja u prvom redu uključuje definiranje vjerojatnosti otkazivanja cijevi za različite kriterije otkazivanja. U radu se pažnja predala narednim mehanizmima otkazivanja: (I) redukcija debljine stijenke cijevi uslijed djelovanja korozije, (II) prekomjerna defleksija tjemena cijevi, (III) prekomjerno izvijanje stijenke cijevi (IV) prekoračenje granice popuštanja cijevnog materijala te (V) prekoračenje kritične deformacije cijevnog materijala. Kako se razmatrani inženjerski sustav može svrstati u kategoriju malih vjerojatnosti otkazivanja, barem u prvom dijelu vremena eksploatacije istoga, potrebno je klasičnu primjenu Monte-Carlo metode nadopuniti sa Subset metodom putem koje se prostor ulaznih veličina sukcesivno uzorkuje na temelju prijelaznih kriterija otkazivanja. U tu se svrhu koristi modificirani

Metropolis–Hastings algoritam i formiranje Markovljevihi lanaca iz serije uzoraka ulaznih veličina koji su pripali području otkazivanja prijelaznih kriterija. U sukcesivnim proračunskim koracima se prijelazni kriteriji ažuriraju sve dok se ne dosegne postavljeni kriterij otkazivanja i to za svaki od korištenih mehanizama sloma. Krivulja vjerojatnosti otkazivanja se potom koristi u kontekstu klasične LCC analize (eng. *Life-Cycle Cost analysis*) putem koje se mogu definirati ukupni troškovi izgradnje, održavanja te sanacije razmatrane građevine. U svrhu ilustracije primjene prikazanog algoritma proveden je numerički primjer u kojem su komparirane dvije različite cijevi istog profila. Ispitane su varijante plastične cijevi i lijevano željezne cijevi. Proračun je pokazao kako je po pitanju vjerojatnosti otkazivanja lijevano željezna cijev prikladniji izbor. Pritom, ekonomski dio analize je doveo do drugog zaključka iz razloga što su ukupni troškovi građevine u predviđenom vijeku ipak manji za slučaj izbora plastične cijevi. Komparativna analiza između ukupnih troškova, koji su relativno definirani, pokazala je prikladan izbor cijevnog materijala. Prikazani numerički algoritam predstavlja osnovu za svaku tehničko-ekonomsku analizu te se predlaže za korištenje u praktičnom radu. Isto tako, treba primijetiti da se isti može koristiti u svrhu analize i drugih hidrotehničkih građevina (kao npr. crpnih stanica) te se pritom u algoritmu mijenjaju kriteriji otkazivanja i funkcije gustoće vjerojatnosti ulaznih veličina. Dobro je i napomenuti kako se u narednim razvojnim aktivnostima namjerava uključiti i teorija korisnosti (Neumann i Morgenstern, 1953.) koja će omogućiti da se kvantificiranje ukupnih troškova detaljnije razradi i definira. ■

LITERATURA

- Ahamed, M.; Melchers, R. E. (1997.): Probabilistic analysis of pipelines subject to combined stresses and corrosion, *Engineering Structure*, Vol. 19, No. 12, pp. 988–994.
- Au, S.K.; Beck, J.L. (2001.): Estimation of small failure probabilities in high dimensions by subset simulation, *Journal of Probabilistic Engineering Mechanics*, 16, pp. 263 – 277.
- Au, S.K.; Ching, J.; Beck, J.L. (2007.): Application of subset simulation methods to reliability benchmark problems, *Structural Safety*, 29, pp. 183–193.
- Babu, S.G.L.; Srivastava, A. (2010.): Reliability analysis of buried flexible pipe-soil systems, *Journal of Pipeline Systems, Engineering and Practice*, ASCE, 1(1), pp. 33–41.
- Carrier, W.D. (2005.): Buckling versus deflection of buried flexible pipe, *J. Geotech. Geoenviron. Eng. - ASCE*, 131(6), pp. 804–807.
- De Leon, D.; Macias, O.F. (2005.): Effect of spatial correlation on the failure probability of pipelines under corrosion, *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, 82, pp. 123–128.
- Duncan, J.M. (2000.): Factors of safety and reliability in geotechnical engineering, *J. Geotech. Geoenviron. Eng. - ASCE*, 126(4), pp. 307–316.
- Fang, Y.; Chen, J.; Tee, K.F. (2013–): Analysis of structural dynamic reliability based on the probability density evolution method, *Structural Engineering and Mechanics*, 45(2), pp. 201–209.
- Moser, A.P.; Folkman, S. (2008.): *Buried pipe design*. New York, NY: McGrawHill Professional Pub.
- Neumann, J.; Morgenstern, O. (1953.): *Theory of Games and Economic Behavior*, Princeton, NJ. Princeton University Press.
- Phoon, K.K.; Kulhawy, F.H. (1999.): Characterization of geotechnical variability, *Can. Geotech. J.*, 36, pp. 612–624.
- Schueller, G.I.; Pradlwarter, H.J. (2007.): Benchmark study on reliability estimation in higher dimensions of structural systems – An overview, *Structural Safety*, pp. 167–182.
- Sivakumar, G.L.; Srinivasa, B.R.; Seshagiri, R. (2006.): Reliability analysis of deflection of buried flexible

- pipes, *J. Transp. Eng.* – ASCE, 132(10), pp.829–836.
- Song, Z.L.; Qiao, H. (2009.): Subset simulation for structural reliability sensitivity analysis, *Journal of reliability engineering and system safety*, pp. 658 – 665, Elsevier Ltd.
- Spangler, M.G. (1941.): The structural design of flexible pipe culverts, Iowa State Coll. Bull. XL(30).
- Tee; K.F.; Khan, L.R. (2012): Risk-Cost Optimization and Reliability Analysis of Underground Pipelines, *Proc. of the 6th International ASRANet Conference, London, UK*, July 2–4, Paper 49.
- Watkins, A.P. (1998.): The saga of buried pipe, *Proc. 3rd Nat. Conf. On Struct. Perf. Of Pipe*, Ohio Research Institute for Transportation and Environmental in cooperation with the Ohio Department of Transportation, PP. 1–9.
- Watkins, R.K.; Anderson, L.R. (2000.): *Structural Mechanics of buried pipes*. CRC Press, LLC, Washington, D.C. USA.
- Zuev, K.M.; Beck, J.L.; Au, S.K.; Katafygiotis, L.S. (2012.): Bayesian post-processor and other enhancements of subset simulation for estimating failure probabilities in high dimensions, *Computers and Structures*, pp. 283–296.

Analysis of mechanical characteristics of pipe material in embedded smooth pipes for purposes of developing technical and economic analyses

Abstract. The content of the paper integrates the calculation procedures and computer algorithms that are purpose-built to solve and optimise a problem where, for a relatively large number of default input parameters, the optimal material for embedded pipes should be selected on the basis of criteria determined not only by technical conditions but also by economic conditions related to the return on investment in the designed exploitation period, i.e. life of a structure. To this end, it was primarily necessary to set the problem within a stochastic analysis where all relevant parameters were given in the form of probability density functions. This led to the application of the classical Monte-Carlo method. However, this was insufficient for the analysed mechanical system since the analysed mechanical system was characterized, in the statistical sense, as a *system with a small failure probability*. In order to facilitate a stochastic analysis of such system, it was necessary to implement the *Subset* method, which introduced the transitional criteria of failure and the final probability of failure quantified by a procedure where input values were successively adapted through the Markov chains and modified Metropolis–Hastings algorithm. The criteria of failure included pipe wall corrosion, change in deflection of the pipe top, buckling of the pipe wall, exceedance of the pipe material yield point and critical stress exceedance during pipe bending. The probability of failure analysis was followed by economic analysis. It is all listed at the end of the paper and applied to an illustrative example.

Key words: Technical and economic analysis, Monte-Carlo method, Subset method, Modified Metropolis–Hastings algorithm

Die Analyse der mechanischen Eigenschaften des Materials für unterirdisch verlegte Glattröhre als Teil einer technisch-wirtschaftlichen Analyse

Zusammenfassung. Die Arbeit befasst sich mit Berechnungsverfahren und Rechneralgorithmen, die mit dem Ziel entworfen wurden, ein Optimierungsproblem zu lösen. Im Rahmen dieser Verfahren und Algorithmen soll für eine relativ große Zahl von definierten Eingabeparametern das optimale Material für unterirdisch verlegte Glattröhren bezüglich der technischen und wirtschaftlichen Bedingungen gewählt werden. Die wirtschaftlichen Bedingungen begreifen die Kapitalrentabilität und Konstruktionslebensdauer ein. Zu diesem Zwecke soll das Problem vor allem im Rahmen einer stochastischen Analyse definiert werden, in der alle relevanten Parameter in Form von Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen eingegeben werden. Dies führt zur Anwendung der klassischen Monte-Carlo-Methode. Allerdings reicht das für das berücksichtigte mechanische System nicht, weil dieses System im statistischen Sinne als System mit niedriger Versagenswahrscheinlichkeit charakterisiert wird. Damit ein solches System auch einer stochastisch Analyse unterworfen werden kann, soll die Subset-Methode angewandt werden, die Versagensübergangskriterien einführt und die Gesamt-Versagenswahrscheinlichkeit quantifiziert anhand des Verfahrens, in dem die Eingabegrößen sukzessiv durch die Anwendung von Markow-Ketten und vom modifizierten Metropolis–Hastings-Algorithmus angepasst werden. Die Versagenskriterien schließen Rohrwandkorrosion, Verschiebung der Spitze des Rohres, Knicken der Rohrwand, Überschreiten der Streckgrenze des Rohrmaterials und Überschreiten der Zugfestigkeit beim Biegen von Röhren ein. Schließlich wird die wirtschaftliche Analyse anhand eines illustrativen Beispiels gezeigt.

Schlüsselwörter: technisch-wirtschaftliche Analyse, Monte-Carlo-Methode, Subset-Methode, modifizierter Metropolis–Hastings-Algorithmus