Marijana Borić

ISSN 0353-295X (Tisak) 1849-0344 (Online)
Radovi - Zavod za hrvatsku povijest
Vol. 52, br. 1, Zagreb 2020

UDK: UDK 929-052Gataldić, M.
Izvorni znanstveni rad
Primljeno: 20. 10. 2020.
Prihvaćeno: 17. 11. 2020.
DOI: 10.17234/RadoviZHP.52.4

Antički korijeni Getaldićeva rada na razvoju matematičke analize i sinteze

Antika kao ključni period utemeljenja i oblikovanja zapadnoeuropske znanosti ostavila je dominantan trag u sveukupnom razvoju brojnih znanstvenih područja, pa tako i matematike. Gotovo je nemoguće istinsko razumijevanje povijesnih i današnjih dostignuća pojedinih područja bez poznavanja njihovih antičkih korijena. Antički pojmovi metoda analize i sinteze koji su nastali u grčkoj filozofiji, tijekom renesanse transformiraju se i razvijaju u području matematike, što možemo pratiti i u djelima Marina Getaldića koji se nadahnjivao antičkom matematičkom i filozofskom tradicijom. Njegove uspješne restauracije i rekonstrukcije zagubljenih djela Apolonija iz Perge, jednog od najvećih matematičara stare Grčke, primjer su transfera zagubljenih i u renesansi nepoznatih antičkih teorija i znanja te su imale bogatog odjeka u literaturi 17. i 18. stoljeća. Getaldić se također bavio najaktualnijim područjem renesansne matematike – simboličkom algebrom, preuzimajući Vièteov koncept rada s općim veličinama koji je razvijao i prenosio u elitnim kulturnim krugovima i europskim znanstvenim središtima. Getaldić nije samo preko granica epoha prenosio gotovo trinaest stoljeća zagubljene fragmente antičke matematike, preodijevajući ih u novo ruho nego, nego je i razvijao nove pristupe i metode. Savladavši u Parizu Vièteovu novu simboličku algebru, nakon povratka u rodni Dubrovnik, izoliran od glavnih tijekova novih teorija i ideja koje su se razvijale u znanstvenim središtima onodobne Europe, načinio je i svoje kapitalno djelo, prvi cjelovit priručnik simboličke algebre s primjenom nove algebarske analize na raznorodnoj građi. Spajajući tradicionalan pristup i ideje koje je usvojio u Europi, Getaldić je došao do novih znanja i teorija koje je objavljenim djelima i znanstvenom korespondencijom širio europskom znanstvenom zajednicom. Razvojem novih matematičkih metoda Getaldić se približio zasnivanju novog matematičkog područja, analitičkoj geometriji. Također, u području prirodne filozofije (fizike) plodonosno je spajao antičku tradiciju s novovjekovnim problemom metode te se u svojem prvijencu *Promotus Archimedes* (*Prošireni Arhimed*) koristio eksperimentalnom i matematičkom metodom, što je rani primjer novovjekovnog pristupa istraživanju prirodnih znanosti, ključnog čimbenika u izgradnji moderne znanosti.[1]

[1] Ovaj rad financirala je Hrvatska zaklada za znanost projektom „Hrvatska znanstvena i filozofska baština: transferi i aproprijacije znanja od srednjega vijeka do dvadesetoga stoljeća u europskome kontekstu" (IP-2016-06-6762).

Uvod

Marin Getaldić (Marino Ghetaldi, Marinus Ghetaldus) (2. listopada 1568. – 7. travnja 1626, Dubrovnik), još je za života slovio za jednog od najistaknutijih matematičara svoje epohe, a njegov opus[2] bio je predmetom brojnih istraživanja.[3] Najčešće se Getaldićev rad ocjenjuje u vezi s postignućima u afirmaciji simboličke algebre i prinosima u zasnivanju novog područja analitičke geometrije. Gledano iz perspektive razvoja znanosti te s povijesnoga, filozofskoga i osobito epistemološkoga aspekta, vrijedno je razmotriti i prikazati njegove antičke uzore i predloške na kojima je Getaldić temeljio svoj rad. Privrženost antičkoj znanstvenoj tradiciji Getaldić je usvojio još za vrijeme školovanja u rodnome gradu, kada u humanističkom ozračju Dubrovnika razvija svoje intelektualne interese te sklonost matematici i prirodnim znanostima. Odrazi raznolikih utjecaja proizišlih iz antičkog znanstvenog naslijeđa mogu se pratiti u čitavom Getaldićevu opusu od ranih radova utemeljenih isključivo na antičkoj matematičkoj tradiciji do zrelih

[2] Getaldić je objavio ukupno šest matematičkih i jedno fizikalno djelo: *Nonnullae propositiones de parabola nunc primum inuentae & in lucem editae* (*Neki stavci o paraboli sada prvi put otkriveni i na svjetlo izdani*), Romae: Apud Aloysium Zannettum, 1603; *Promotus Archimedes seu de variis corporum generibus gravitate et magnitudine comparatis* (*Prošireni Arhimed ili o uspoređivanju težine i obujma tijela različite vrste*), Romae: Apud Aloysium Zannettum, 1603; *Suplementum Apollonii Galli seu exsuscitata Apollonii Pergaei Tactionum geometriaepars reliqua* (*Dopuna Apoloniju Galskom ili Oživjeli preostali dio geometrije dodira Apolonija Pergejskog*), Venetiis: Apud Vincentium Fiorinam, 1607; *Variorum problematum collectio* (*Zbirka različitih problema*), Venetiis: Apud Vincentium Fiorinam, 1607; *Apollonius redivivus seu restituta Apollonii Pergaei Inclinationumgeometria* (*Oživljeni Apolonije ili Obnovljena geometrija nagiba Apolonija Pergejskog*), Venetiis: Apud Bernardum Iutam, 1607; *Apollonius redivivus seu restitutae Apollonii Pergaei De Inclinationibus geometriae*, Liber secundus (*Oživljeni Apolonije ili Obnovljena geometrija nagiba Apolonija Pergejskog*, knjiga druga), Venetiis: Apud Baretium Baretium, 1613; *De resolutione et compositione mathematica* (*O matematičkoj analizi i sintezi*); Romae: Ex Typographia Reurendae Camerae Apostolicae, 1630.

[3] Brojni su učenjaci s početka novovjekovlja kojima je u to vrijeme bio poznat Getaldićev rad te ga spominju u svojim djelima ili su s Getaldićem održavali znanstvenu korespondenciju. Prema sačuvanim izvorima, navodim sljedeće znanstvenike: Galileo Galilei, François Vietè, Christofor Clavius, Christofor Grienberger, Michel Coignet, Federico Sanminiati, Alexander Anderson, Michelangelo Ricci, Luca Valerie, Paolo Sarpi, Camillo Gloriosi, Gian Vincenzo Pinelli, Kaspar Schott, William Oughtred, Johan Lawson, Pierre Herigone. Popis njihovih djela ili znanstvene korespondencije u kojima se spominje Getaldić ili na bilo koji način koriste Getaldićeva djela i rezultati rada predugačak je za navođenje u bilješci i prelazio bi okvire ovog rada. Ponešto od tih djela, za potrebe ovog rada, navodi se u popisu literature. Osim njegovih suvremenika, stoljećima nakon Getaldića pa sve do danas njegovim životom i radom bavilo se više znanstvenika i povjesničara znanosti, među kojima su: Eugen Gelcich, Oton Kučera, Ivan Kazančić, Antonio Favaro, Juraj Majcen, Florio Banfi, Miroslav Vanino, Mirko Dražen Grmek, Ernest Stipanić, Žarko Dadić, Miho Carineo, Andrija Bonifačić, Nikola Čubranić, Jean Grisard, Pier Daniele Napolitani i drugi. Dio njihovih istraživanja Getaldićeva opusa relevantan za ovaj članak navodim u popisu literature.

radova u kojima antičkim matematičkim metodama suprotstavlja novovjekovne, iskušavajući njihovu moć na raznorodnoj građi.

Razvijajući različite vrste matematičke analize i sinteze, čije korijene pronalazimo u antičkoj filozofiji i matematici, Getaldić je dao neke od najboljih i najutjecajnijih restauracija i rekonstrukcija zagubljenih antičkih matematičkih djela. Tim je radom sudjelovao u prijenosu matematičkih teorija i znanja iz važnih antičkih djela zagubljenih tijekom srednjeg vijeka i omogućio njihovu recepciju u europskoj znanstvenoj zajednici 17. i 18. stoljeća. Iz perspektive intelektualne historije i historije transfera znanja, također je značajno i Getaldićevo sudjelovanje u razvoju i afirmaciji algebarske analize i simboličke algebre – najaktualnijeg matematičkog područja njegova vremena, što će dovesti do utemeljenja analitičke geometrije – a zatim i niza drugih područja na temelju kojih se nastavila izgrađivati novovjekovna matematika. Stoga je predmet ovoga rada prikazati antičke uzore na kojima je stasao Getaldić jer su mu poslužili kao ishodište i okvir za stvaranje njegova cjelokupnog opsežnog opusa, kao i za rad na razvoju novih metoda, čime bi se jasnije razlučio i istaknuo njegov izvorni prinos razvoju matematike i procesu prijenosa znanja iz tih područja.

U elitnim znanstvenim krugovima Europe

Getaldić se do svoje dvadesete godine školovao u rodnome gradu,[4] a zatim stupa u službu Dubrovačke Republike.[5] Važan preokret u njegovu životu započinje 1595, kada s Marinom Gučetićem putuje u London kako bi pomogao u sređivanju ostavštine njegova strica, bogatoga dubrovačkoga trgovca Nikole Gučetića.[6] Ondje je imao prilike, uz posao koji je obavljao, u slobodno vrijeme posvetiti se dopunjavanju znanja u tada najaktualnijim područjima onodobne znanosti.[7] Osnovne podatke o svojem studijskom putovanju ostavio je sâm Getaldić u posveti Gučetiću na početku djela *Variorum problematum colectio* (*Zbirka različitih problema*), iz kojeg doznajemo kako je putovanje Europom trajalo punih šest godina te da je boravio u Rimu, Londonu, Antwerpenu, Parizu i Padovi.[8]

Presudne poticaje za bavljenje znanošću dobio je Getaldić u susretima s istaknutim znanstvenicima toga vremena kao što su Michel Coignet u Antwerpenu, François Viète i Alexandar Anderson u Parizu, Galileo Galilei u Padovi, Christofor Clavius i Christofor Grienberger u Rimu i drugi.[9] Posebno je značajan Getaldićev

[4] BORIĆ 2020: 9-16.

[5] Isto: 17-18, 61.

[6] KOSTIĆ 1972: 31, 41-43, 64.

[7] BORIĆ 2020: 22-26.

[8] Prijevod posvete objavljen je u: GETALDIĆ 1972: 109.

[9] BORIĆ 2020: 18-34.

susret s u Vièteom u Parizu 1600, kada se u njegovu znanstvenom krugu detaljno upoznaje s novom metodom algebarske analize i simboličkom algebrom[10], koje u potpunosti usvaja i dalje razvija te ih zatim kao najveća postignuća renesansne matematike prezentira u znanstvenom krugu koji se u Padovi okupljao oko Galilea Galileija, a potom i u Rimu, čime je u elitnim intelektualnim krugovima priskrbio ulogu prenositelja, tumača i sudionika u nastanku novih teorija i matematičkih znanja koja su imala snagu potaknuti konceptualne i epistemološke promjene u matematici. Nova matematika bila je jedna od ključnih poveznica utemeljenja moderne znanosti i njezine metodologije. Getaldić je, pridonoseći aktivno nastanku novih znanja, kao i njihovu širenju u znanstvenoj zajednici onodobne Europe, već kao mlad stekao ugled vrsnog matematičara[11] i prisno prijateljstvo s Galileijem s kojim će izmjenjivati objavljena djela i pisma sve do pred kraj života.

Nakon povratka u Dubrovnik 1601, Getaldić nastavlja s eksperimentalnim radom započetim u Europi. Tiska u Rimu 1603. prva djela: *Nonnullae propositiones de parabola* (*Neki stavci o paraboli*), gdje, potaknut optičkim pokusima, provodi matematičko istraživanje svojstava parabole i *Promotus Archimedes seu de variis corporum generibus gravitate et magnitudine comparatis* (*Prošireni Arhimed ili o uspoređivanju težine i obujma tijela različite vrste*), fizikalno djelo o relativnim omjerima težina, nadahnuto Arhimedom i Euklidovom metodologijom, sistematizirano u teoreme, probleme i tablice s rezultatima mjerenja vlastitom hidrostatskom vagom. Smatrao je matematiku znanošću koja najpreciznije opisuje svijet i vjerovao u primjenu pokusa, kao praktičnog aspekta znanosti, koji potom treba matematički provjeriti i dokazati.[12]

Getaldićeva matematička restauracija antičkih djela

Sva Getaldićeva djela povezana su na različite načine s antičkom tradicijom. Razmatrano unutar njegova cjelokupnog opusa, tri djela nastala kao matematičke restauracije čine posebnu cjelinu.[13] Ovim je važnim dijelom svojega opusa Getaldić ostvario značajan prijenos zagubljenih i u renesansi nepoznatih antičkih

10 Simboličku algebru i algebarsku analizu prvi put uvodi Viète u djelu *In artem analyticem isagoge* (*Uvod u analitičku vještinu*), objavljenom 1591. Pretisak je objavljen u sabranom djelu: VIÈTE 1970: 1-13. Pored toga, Vièteova simbolička algebra i algebarska analiza prikazane su i analizirane u: KLEIN 1966: 150-185, 315-353; BUSARD 1981: 18-25; DADIĆ 2017: 56-67.

11 BORIĆ 2020: 58-61, 86-88.

12 Opširnije Getaldićev životopis vidi u: Isto: 3-65.

13 Matematička restauracija postupak je uspostavljanja cjelovitog teksta zagubljenog djela, ali nije samo puka rekonstrukcija i transfer zagubljenog antičkog znanja izloženog proizvoljnim pristupom i metodama, već restauracija podrazumijeva uspostavu zagubljenog matematičkog teksta i u njemu izložene teorije, uz upotrebu isključivo istovjetnog metodološkog postupka koji se koristio u antičkom izvorniku.

matematičkih teorija i znanja. Tim više što je u svojim matematičkim restauracijama iz zamršenih i nepotpunih fragmenata načinio prve formulacije nekoliko zagubljenih antičkih problema i teorema značajnih za daljnji razvoj matematike pa su njegove restauracije imale bogatog odjeka u literaturi 17. i 18. stoljeća, gdje su se njima na različite načine koristili mnogi matematičari, ugrađujući ih u cjelini ili u segmentima u vlastite teorije i djela.[14]

Školovan na antičkoj matematičkoj tradiciji, Getaldić se u svojim restauracijama koristio starogrčkim matematičkim metodama, geometrijskom analizom i

[14] Djelo *Apollonius redivivus seu restituta Apollonii Pergaei Inclinationumgeometria* (*Oživljeni Apolonije ili Obnovljena geometrija nagiba Apolonija Pergejskog*) imalo je širokog odjeka u matematičkoj literaturi svojeg vremena, pa i kasnije. Značajno djelo u kojem se prenose Getaldićeve restauracije Apolonijeva djela *O nagibima* jest knjiga francuskog matematičara Pierrea Herigonea *Cursus mathematicus* (Pariz 1644). U njoj se prenose Getaldićeve formulacije Apolonijevih problema (usporedno je tiskan izvorni latinski tekst i francuski prijevod), dok je sav ostali sadržaj koji uključuje rješenja, konstrukcije i dokaze problema prikazan specifičnom Herigonovom simbolikom. U tom djelu prikazane su, zajedno s Vièteovima, Getaldićeve restauracije Apolonijeva djela *O dodirima*, što je objavljeno pod naslovom *Apollonii Pergaei tactionum geometria* (sv. I, str. 915-934), ali su pripisane Vièteu, te Getaldićeve restauracije Apolonijeva djela *O nagibima* (str. 905-914). Kasnije, u 18. stoljeću, dvojica su se engleskih znanstvenika bavila Getaldićevom restauracijom Apolonijeva djela *O nagibima.* Getaldićeva restauracija još je za njegova života imala odjeka i na tlu Engleske, o čemu svjedoči zapis Thomasa Harriota (1560-1621), unutar njegova rukopisa čuvanog u *British museumu* (Add. MSS 6784. f. 229). Harriot, baveći se Apolonijevim djelom *O nagibima*, navodi Getaldićevu restauraciju (vidi GETALDIĆ 1972: 163). Analizirajući Andersonove restauracije, matematičar Samuel Horsly, autor djela *Apolonii Pergaei inclinationum libri duo* (Oxford 1770), spomenuo je Getaldića u svojem tekstu dva puta. Prvi put kada tvrdi da se Getaldić prije same konstrukcije u restauracijama služio algebarskom analizom koja je djelotvornija u traženju konstruktivnog rješenja (knj. II, str. 103). Drugi put kada spominje Getaldića, on obrazlaže okolnosti zbog kojih je njegova restauracija *Oživljeni Apolonije* ostala nedovršena te prikazuje i analizira Andersenovu dopunu *Supplementum Apollonii redivivi.* Budući da ne spominje Getaldićevu restauraciju *Oživljeni Apolonije* (knjiga druga), nameće se zaključak da mu to djelo vjerojatno nije bilo poznato. Horsly se i sâm bavio restauracijama Apolonijevih djela. Međutim, njegov je pristup sasvim drugačiji od prethodnika. U to je vrijeme algebarska metoda već afirmirana i ima velik broj pristaša. Horsly se u rješavanju problema oslanja na Getaldićeve formulacije, ali dalje radi s pomoću Vièteove algebarske metode, koristeći se algebarskom analizom i sintezom. Getaldića spominje u svojem djelu i Reuben Burrow, engleski matematičar koji se također bavio restauracijama Apolonijevih djela. O tome je u Londonu 1779. objavio knjigu naslova *A restitution of the geometrical treatise of Apollonius Pergaeus on inclinations*. U predgovoru knjige piše da se Apolonijevi problemi nigdje nisu razmatrali kao u Getaldića i Horsleyja. Za razliku od Horsleyja koji se uglavnom služio Getaldićevim formulacijama s neznatnim izmjenama, Burrow na temelju vlastitih istraživanja Papova djela *Mathematicae collectiones* samostalno formulira Apolonijeve probleme. Njegove se formulacije znatno razlikuju od Getaldićevih, stoga im se formulacije preklapaju svega u jednom problemu. To je u Getaldića problem II, a u Burrowa problem I. Getaldić i Burrow jedini su autori koji su zadovoljili kriterije potpune restauracije jer se ona, pored sadržaja, mora i metodološki približiti izvorniku. U tom smislu svi autori koji su odabrali metodu rekonstrukcije prema kriteriju učinkovitijeg puta do rješenja te ako metoda nije pripadala tradiciji antičke matematike i kao takva nije se dosljedno provodila, nisu u pravom smislu ostvarili restauraciju.

sintezom. Osobito je proučavao djela Arhimeda, Euklida i Apolonija iz Perge.[15] Do renesanse samo neka njihova djela sačuvala su se na grčkom jeziku, a dio na latinskom, što je prevedeno s arapskog prijevoda izvornika, dok su pojedina djela bila u potpunosti izgubljena. Na istraživanje i restauriranje Apolonijevih djela Getaldića je potaknuo Viète. Budući su izvorna djela bila rijetka ili potpuno zagubljena, pojedini matematičari nastojali su izgubljena djela rekonstruirati, koristeći se sačuvanim fragmentima i prenesenim navodima u djelima mlađih antičkih matematičara.[16] Sadržaj Apolonijevih djela *O dodirima* (περιεπαφων *De tactionibus*) i *O nagibima* (περινευσεων *De inclinationibus*) nalazio se opisan u predgovoru sedme knjige Papova (Pappos, Pappus) djela *Mathematicae collectiones* (3. stoljeće n. e.) te se on koristio kao izvor za restauraciju. Ondje su bili navedeni problemi koje se rješavalo i o kojima se raspravljalo te je iz tih zapisa vidljivo kako je Apolonije napisao po dvije knjige svakog od navedenih djela.[17]

Raspravu *O dodirima* restaurirao je Viète u djelu naslova *Apollonius Gallus seu exsuscitata Apollonii Pergaei* περιεπαφων *geometria* (Pariz 1600) Iste godine Getaldić susreće u Parizu Viètea i detaljno se upoznaje s njegovim radovima. Viète je u svojem djelu uspio rekonstruirati deset Apolonijevih problema iz spomenutog djela. Getaldić je potom samostalno analizirao predgovor Papove sedme knjige *Mathematicae collectiones* te uočio i rekonstruirao još šest problema iz Apolonijeva djela *O dodirima*, pored onog što je načinio Viète.[18] Njima dodaje još i svoje rješenje osmog poučka u Vièteovu djelu jer uočava neke manjkavosti Vièteova rješenja i svoju restauraciju objavljuje pod naslovom *Apollonius redivivus seu restituta Apollonii Pergaei Inclinationum geometria* (Venetiis: Apud Bernardum Iutam, 1607).[19]

[15] Apolonije iz Perge (3. stoljeće pr. n. e.) jedan je od najvećih matematičara antike. Studirao je matematiku u Aleksandriji, kod Euklidovih učenika. Autor je teorije konusnih presjeka, napisane u osam knjiga, što se smatra njegovim najznačajnijim djelom. Prve četiri knjige sačuvane su u izvornom izdanju, peta, šesta i sedma u prijevodu na arapski jezik, dok je osma knjiga izgubljena. Apolonije je autor i većeg broja drugih matematičkih i astronomskih djela koja su također izgubljena.

[16] Brojni matematičari renesanse, pa i kasnije, nastojali su rekonstruirati Apolonijeva djela. Među njima se ističu mnoga velika imena kao Willebrord Snellius, pravim prezimenom Snell van Royen (1591-1626), Pierre de Fermat (1601-1655), Edmond Halley (1656-1724) i drugi.

[17] GETALDIĆ 1972: 179, 201-204.

[18] U predgovoru djela *Suplementum Apollonii Galli* (*Dopuna Apoloniju Galskom*) Getaldić kaže: „Prema tome, Apolonije Galski nije oživio svu geometriju dodira Apolonija Pergejskog jer je izostavio šest problema koji pripadaju toj geometriji. Ali mi ćemo to dopuniti i tako Apolonije Galski neće bez Apolonija Ilirskog oživjeti Apolonija Pergejskog, koji je ležao ugasnuvši nepravdom vremena ili pokopan od barbara".

[19] Ovo je djelo Getaldić započeo i gotovo dovršio tijekom svojeg studijskog putovanja po Europi jer u pismu matematičaru Christophu Grienbergeru od 4. rujna 1604., upućenom iz Dubrovnika u Rim, kaže kako ga je pripremio zajedno sa svojim djelima *Apollonius redivivus* (*Oživljeni Apolonije*) i *Variorum problematum collectio* (*Zbirka različitih problema*). Getaldićevo pismo objavljeno je u: VANINO 1941: 69-86.

Budući je za potrebe svoje prve restauracije Getaldić proučavao predgovor sedme knjige Papova djela *Mathematicae collectiones*, a u njemu se opisuje i drugo Apolonijevo djelo *O nagibima*, to ga je potaknulo da načini i njegovu restauraciju te da je objavi u dva dijela pod naslovima *Suplementum Apollonii Galli seu exsuscitata Apollonii Pergaei Tactionum geometriaepars reliqua* (Venetiis: Apud Vincentium Fiorinam, 1607) i *Apollonius redivivus seu restitutae Apollonii Pergaei De Inclinationibus geometriae*, Liber secundus (Venetiis: Apud Baretium Baretium, 1613). Getaldić je bio prvi matematičar koji je formulirao Apolonijeve probleme o nagibima iz vrlo zamršenih i iskrivljenih Papovih zapisa. Stoga su Getaldićeve formulacije poslužile kao podloga kasnijim restauracijama tog djela. Getaldić je u Papovu tekstu prepoznao pet problema iz Apolonijeva djela *O nagibima*. Budući da ti problemi tematski predstavljaju cjelinu, vjerojatno ih je namjeravao objaviti u jednom djelu. Međutim, intenzivno okupiran poslovima koje je obavljao za Dubrovačku Republiku,[20] tiskao je u prvoj knjizi prva četiri problema s rješenjima, a posljednji, peti problem, daje samo u obliku formulacije, premda ga je već tada imao uglavnom riješenog. Getaldićeva restauracija djela *O nagibima* bila je poticaj matematičaru Alexandru Andersonu da sâm istraži peti problem, što je načinio na temelju Getaldićeve formulacije i objavio u raspravi *Supplementum Apolloni redivivi* (Pariz 1612). Međutim, Anderson se služio metodom analize kojom se Apolonije nije koristio u izvornom djelu. Peti problem Getaldić u cjelini restaurira metodom geometrijske sinteze po uzoru na Apolonija i objavljuje u zasebnom djelu 1613. Peti je problem znatno složeniji od prethodnih te dopušta mnoštvo različitih slučajeva i međusobnih položaja razmatranih geometrijskih objekata.

Getaldićeve matematičke restauracije metodološki su vrlo značajne. Kao i u ranim radovima, on se u restauracijama koristio isključivo geometrijskim metodama preuzetima iz starogrčke matematičke tradicije. Antički matematičari starijeg perioda geometrijske su probleme rješavali konstrukcijom u kojoj se polazilo od zadanih veličina i dobivalo tražene, a zatim se ta konstrukcija dokazivala. Taj je postupak sintetički, a sama se konstrukcija nazivala sintezom. Apolonijeve traktate Getaldić restaurira upravo sintetičkom metodom, odnosno konstrukcijom. Sve formulacije, dokaze i rješenja napisao je u potpunosti po uzoru na antičku matematiku, stoga njegove rekonstrukcije nisu samo puko nadomještanje sadržaja zagubljenih djela, kao u nekih drugih autora, već prave restauracije jer Getaldić metodološki osviješteno i dosljedno rekonstruira matematičku građu upravo tako da metodološki u potpunosti slijedi Apolonijevu geometriju.

20 Getaldić je bio izabran da kao poklisar otputuje u Carigrad 1606. i preda godišnji danak sultanu. U Carigradu proveo je godinu dana obavljajući diplomatske poslove za potrebe Dubrovačke Republike. Boravak u Carigradu iskoristio je da izmjeri zemljopisnu širinu grada, a tražio je i arapski prijevod Apolonijeva djela. Premda se smatralo da je sačuvano u Carigradu, Getaldićeva potraga nije dala rezultata. Opširnije u: BORIĆ 2020: 50-55.

Razvoj matematike u duhu antičke tradicije

Kako bi se jasnije rastumačili raznoliki utjecaji i znanstvene prilike u kojima je Getaldić stvarao svoj opus i razvijao metode analize i sinteze, potrebno je razmotriti ključne faze dotadašnjeg razvoja matematičke znanosti u njezinoj interakciji s filozofijom, počevši od antike, u kojoj nalazimo korijene prvih metoda analize i sinteze. Te su se metode u antici razvijale u području geometrije, a nakon srednjega vijeka, u kojem su tijekom 11. i 12. stoljeća načinjeni prvi latinski prijevodi zagubljenih antičkih i arapskih izvornih matematičkih djela, dolazi tijekom stoljeća do akumulacije mnogih matematičkih znanja, što koncem renesanse kulminira konceptualnom promjenom matematike, nakon koje se metode analize i sinteze transformiraju i razvijaju u području algebre. Ta velika konceptualna promjena nastupa pojavom algebarske analize i Vièteove simboličke algebre koje su potaknule Getaldića na stvaranje glavnoga djela *De resolutione et compositione mathematica* (*O matematičkoj analizi i sintezi*, Rim 1630), prvoga cjelovitog priručnika nove algebarske analize. Getaldićev rad na matematičkim metodama potrebno je razmotriti u kontekstu renesansnoga mišljenja i problema metode kao karakterističnoga filozofskog problema novovjekovnoga mišljenja. Pisao je matematička djela tako što je potpuno osvijestio važnost metodološkoga pristupa građi. Kao i mnogi njegovi suvremenici, koristio se kao polazištem antičkim metodama analize i sinteze, a u zrelijoj fazi rada svoje najvažnije djelo posvetio je upravo iskušavanju i uspoređivanju dosega različitih metoda te na temelju njega afirmira i razvija novu simboličku algebru i njoj pripadajuću algebarsku analizu. Tim se djelom značajno približio utemeljenju analitičke geometrije, području koje je bilo važna karika u daljnjem razvoju, a njegovim utemeljiteljem smatra se René Descartes (1596-1650).

Matematika koju je Getaldić izučavao tijekom školovanja bila je još od antike strogo razdijeljena na dva područja – aritmetiku i geometriju – ponajviše pod utjecajem Aristotela[21], te joj je u ranoj fazi rada tako pristupao i Getaldić. Stari se Grci

21 Starogrčka aritmetika i geometrija bavile su se objektima potpuno različitih svojstava. Aritmetika se bavila diskretnim veličinama, dakle cijelim brojevima koji se potencijalno mogu beskonačno nastavljati, ali se, prema antičkoj matematičkoj tradiciji, ne mogu beskonačno dijeliti, nego samo do jedinice. Starogrčka geometrija se, pak, bavila neprekinutim geometrijskim veličinama (crte, površine i tijela) koje su imale obrnuto svojstvo od aritmetičkih veličina te su se mogle dijeliti beskonačno. Strogo razdvajanje aritmetike i geometrije vjerojatno je bilo potaknuto otkrićem nesumjerljivosti i teškoćama koje se javljaju u vezi s rješavanjem triju velikih problema matematike stare Grčke. To su problemi kvadrature kruga, duplikacije kocke i trisekcije kuta, s kojima koncepcije pitagorovske matematike zapadaju u teškoće. Smatralo se da je sve te probleme moguće riješiti elementarnom konstrukcijom s pomoću šestara i ravnala. Usprkos činjenici da su to pokušavali geometrijski riješiti brojni vrsni matematičari gotovo punih 20 stoljeća nakon njihova otkrića, nijedan nije uspio jer su sva tri problema sadržavala i skrivenu iracionalnost, kao i problem nesumjerljivosti.

nisu bavili algebrom kao zasebnim matematičkim područjem, već su algebarski problemi bili neizravno zastupljeni u sklopu geometrije kao geometrijski problemi koji bi se, osim geometrijski, po svojoj prirodi mogli interpretirati i u algebarskom obliku. Stoga je i Getaldić, koji je u ranoj fazi svojega rada bio u potpunosti pod utjecajem antičke matematike, a osobito Euklidovih *Elemenata* (4. stoljeće pr. Kr.), kao i gotovo svi matematičari do početka 17. stoljeća, razmatrao algebarske probleme u sklopu geometrije i rješavao ih geometrijskim metodama te u geometrijskoj formulaciji. Izučavajući matematiku 1597. u Antwerpenu kod Michaela Coigneta, Getaldić je savladao deduktivnu metodu i aksiomatiku po uzoru na metodologiju Euklidovih *Elemenata*, prvoga djela u povijesti matematike koje se u potpunosti oslanja i gradi na Aristotelovim stavovima o aksiomima, postulatima, matematičkim pojmovima i definicijama, zahvaljujući kojima je omogućeno postavljanje strogog aksiomatskog deduktivnog matematičkog sustava.[22] Ta visoka razina poznavanja i ovladavanja znanjima i metodikom antičke matematike koju je usvojio Getaldić, bila je polazište na kojem je renesansna znanost tražila temelje nove metode sigurne spoznaje i ishodište za zasnivanje nove znanosti. Tijekom čitavog razdoblja renesanse prevodila su se fundamentalna djela antičke matematičke i filozofske tradicije, što rezultira novom ulogom i značenjem matematike na prijelazu iz 16. u 17. stoljeće, u vrijeme kada je Getaldić stvarao svoj opus. Znanost je težila biti voditeljicom ljudskog duha, a njezina otkrića trebala su u potpunosti preoblikovati ljudski život, što je rezultiralo pojačanim interesom za razvojem matematike ne samo u sklopu znanosti, već i za njezinom širom primjenom. Rastuće značenje matematike ujedno se temeljilo i na njezinim glavnim obilježjima, izvjesnosti i sigurnosti. To je bio značajan povratak matematičkih vrijednosti i znanja koja se nakon antike nisu na visokoj razini održala u Europi tijekom srednjega vijeka.[23] Ipak, kontinuitet znanja koji se održao u srednjem vijeku bio je dovoljan kao temelj za značajne promjene koje će se u matematici događati od 12. stoljeća pa nadalje pod utjecajem plodonosnog spajanja zapadnoeuropske s istočnjačkim matematikama, u prvom redu s arapskom matematičkom tradicijom.[24]

22 DADIĆ 1992: 38-45.

23 O tome svjedoči primjer najutjecajnijeg matematičara srednjega vijeka, Severina Boetija (480-524), koji je djelovao na prostoru današnje Italije i bio uzor svim matematičkim istraživačima sve do početka 12. stoljeća. Pisao je po uzoru na antičku matematičku tradiciju, koristeći se različitim izvorima: Nikomahovom aritmetikom, Euklidovim *Elementima*, Ptolemejevim *Almagestom* i drugim antičkim djelima. Međutim, u svojem radu Boetije nije dosegnuo razinu djela kojima se koristio. Tako je u vezi s Euklidovom geometrijom donosio samo formulacije poučaka, ali bez dokaznog postupka, što je bit matematičke metodologije i temelj novovjekovne matematike te prirodnih znanosti općenito. Usprkos tome, njegov rad smatra se dragocjenim jer je tijekom srednjeg vijeka održao određen kontinuitet te prenio i širio matematička znanja antike. Opširnije u: Isto: 59.

24 Kontakt Zapadne Europe s arapskim filozofskim i znanstvenim djelima bio je bitan za dalji razvitak matematike i fizike. Matematika se dotad obrađivala po Boetijevim djelima, a izvorna

Karakter arapske matematike koja je dopirala u tom periodu proizlazi iz činjenice da je ona izrasla na spajanju strogih starogrčkih metoda s izvornim istočnjačkim matematikama, naročito indijskom. Unatoč tome što su Arapi preuzeli pojedine elemente koji, općenito gledajući, nisu vodili daljnjem napretku[25], oni su, spajajući indijsku aritmetizaciju matematike i starogrčku strogost, ostvarili nove rezultate i utemeljili nova područja matematike, što će se početkom novovjekovlja presudno odraziti na razvoj matematike u Europi.

Problem metode

Prijevodi na latinski jezik izvornih arapskih djela i zagubljenih antičkih matematičkih, prirodoznanstvenih i filozofskih djela koja su ostala sačuvana u prijevodima i interpretacijama arapskih učenjaka doveli su postupno od 12. do 16. stoljeća do akumulacije mnogih novih znanja i promjena u poimanju matematike[26] pa je na

se Euklidova djela nisu koristila. Prvi prijevod Euklidovih *Elemenata* s arapskog na latinski jezik napravio je Adelard iz Batha 1130, a prvu reviziju Adelardova prijevoda Euklidovih *Elemenata* načinio je desetak godina kasnije Herman Dalmatin. Kasnije su s arapskog prevedena i mnoga matematička djela arapskih autora. Ona su kao temelj imala arapski tip matematike koji je nastao kao spoj starogrčkoga i indijskog shvaćanja matematike, što je znatno utjecalo na znanstvenike renesanse i njihovo poimanje matematike. Indijska matematika, za razliku od grčke, zadržala je iskustveno značenje, ali je zato razvila aritmetičke i računske aspekte u okviru znanosti o računanju sa specifičnim matematičkim procedurama. Prioritet su davali brojčanom aspektu problema, na koji su svodili i različite geometrijske objekte i veličine, pa su oslobođeni strogih formalnih uvjeta koji su bili utkani u antičku matematiku, u sklopu svojih shvaćanja postizali korisne rezultate te unaprijedili aritmetiku i algebru. Razvili su pozicijski sustav u numeraciji, radili s razlomcima, negativnim brojevima i priznavali postojanje nule te se koristili kraticama. Arapi su ujedinjujući ta dva pristupom potpuno različita izvora načinili uspješan spoj i dali nov poticaj razvitku matematike. Preuzeli su indijski račun i pozicijski sustav, izračunavanje sinusa i kosinusa u brojčanom smislu. Arapi su od Grka preuzeli u geometriji strogi deduktivni sustav, a u algebri strogi geometrijski dokaz. Opširnije u: Isto: 55, 56, 63.

25 Arapska matematika vraća se grčkom retoričkom izlaganju i diofantovskom izbjegavanju negativnih brojeva.

26 Značajan učinak nastalih prijevoda jest proširivanje popisa knjiga kvadrivija kršćanske latinske Europe i dovršenje ukupnog niza matematičkih predmeta koji su, uz geometriju, astronomiju i teoriju glazbe, uključivali i algebru, algorizam (*algorismus* – naziv za račun s indijskim brojevima) te komercijalni račun. Popisi djela svjedoče kako je matematika zauzimala važnu ulogu, posebno ako se ne ograničimo na strogo matematička djela nego i na ona iz drugih područja koja se obilato koriste matematikom. Javlja se širi interes za teoretsku matematiku i astronomiju na visokoj razini, što je očito rezultat ukupnih intelektualnih afiniteta renesanse. Ispod te visoke razine, potaknut društvenim razvojem i novim stilovima življenja, rastao je još širi interes za manje zahtjevne matematičke predmete. Utjecaj arapske matematike obogaćivao je zapadnoeuropsku matematiku kontinuirano od 12. do 16. stoljeća. Za razliku od antičke znanstvene tradicije, pored cijelih brojeva koriste se i razlomci, upotrebljavaju aproksimativne vrijednosti, računaju površine i obujmovi geometrijskih tijela, usavršavaju novi matematički postupci i akumuliraju mnoga znanja, ali još nije postignuto odvajanje matematičkih operacija od njihova objekta i veći stupanj općenitosti.

tim temeljima Getaldić gradio svoj znanstveni opus, razvijajući ga između tradicionalnog pristupa, oslonjenog na antičko nasljeđe, i novovjekovnog pristupa istraživanju prirodnih znanosti. Početkom renesanse javljaju se prve naznake velike konceptualne promjene koja će u matematici nastupiti upravo na prijelazu iz 16. u 17. stoljeće, u čemu je zasluge imao i Getaldić radom na usavršavanju matematičkih metoda, a osobito afirmacijom metode algebarske analize i razvijanjem novog matematičkog područja – simboličke algebre, kojim se u matematiku uvode opće veličine *speciesi*[27], koje se podjednako mogu primijeniti i na brojeve i na geometrijske objekte, te uvodi simbolički jezik umjesto dotadašnjeg retoričkog zapisa.

Getaldić je djelovao koncem dugog razdoblja renesansnog metodičkog osvještavanja kao temeljne filozofske karakterizacije i u vrijeme početaka metodičke izgradnje novovjekovne prirodne znanosti. U toj renesansnoj aktualizaciji problema metode, kada dolazi do bitne promjene na planu metode, potaknute sveopćom renesansnom voljom za promjenom i novom spoznajom zbilje, Getaldić se u svojem znanstvenom radu usredotočuje upravo na afirmaciju i razvoj različitih matematičkih metoda te njihovu primjenu u matematici, kao i istraživanju i spoznaji prirode. Svojim radom u matematici i fizici Getaldić se pridružuje nizu učenjaka koji su pridonijeli utemeljenju novovjekovne znanosti (Galilei, Kepler, Descartes i dr.). Njegov rad na razvoju metoda, premda se odvija unutar različitih matematičkih disciplina, po svojem značenju prelazi uže područje matematike i može se razmatrati u širem kontekstu renesansnog problema metode. Renesansna usredotočenost na problem metode nastaje propitivanjem najboljeg, najprimjerenijeg i najsigurnijeg puta dosezanja istine i u konačnici je motivirana željom za što boljim i učinkovitijem razumijevanjem i ovladavanjem prirode. Stoga je i Getaldić, nadahnut duhom epohe, matematička znanja koja je školovanjem usvojio iz antičke tradicije nastojao dalje razvijati i transformirati u nove instrumente spoznaje. Potaknut metodskim osvještavanjem, Getaldić nastoji matematičkim istraživanjem raznolike građe razviti nove metode za obradu teorijskih i praktičnih problema. Svijet iskustva kao predmet znanosti, poduprt matematičkom provjerom i dokazom, analizira se u Getaldićevu ranom i jedinom fizikalnom djelu *Promotus Archimedes*, u potpunosti novovjekovnim pristupom istraživanjima, s pripadajućom matematičkom metodologijom, koji se suprotstavlja dotadašnjoj medievalnoj

27 Pojmom se koristio Viète, a preuzima ga iz prijevoda Diofantove *Aritmetike*, objavljenog na latinskom jeziku u Baselu 1575. Platonova je filozofija jako utjecala na renesansnu, pa tako i na Vièteovu interpretaciju matematike, osobito u shvaćanju pojma broja koje označava pojmom *eidos*, koji u Platonovoj izvornoj filozofiji znači *ideju*. U Diofantovoj *Aritmetici* prevladava grčko shvaćanje o cijelim brojevima pa se u djelu koristi i računanjem s razlomcima. Za daljnji razvoj općenitosti bilo je potrebno u Diofantovu logistiku uvesti formalni jezik, odnosno simboličke brojeve umjesto određenih vrijednosti. Tek je 1585. Simon Stevin (1548-1620) uveo novi pojam općeg broja, a transformaciju je dovršio 1591. Viète uvođenjem općeg matematičkog simbolizma. Opširnije u: KLEIN 1968: 132-149.

tradiciji. Takvim pristupom koji primjenjuje već u svojem prvijencu Getaldić daje rani nagovještaj novovjekovnog pristupa istraživanju prirodnih znanosti koji će Galileo Galilei, utemeljitelj novovjekovne fizike, tek dvadesetak godina kasnije postulirati. Getaldić se svojim pristupom, u suprotnosti s dotadašnjom metodologijom naslijeđenom iz srednjovjekovnog skolastičkog sustava, pridružuje pokretačima i sudionicima nove renesansne znanosti i filozofije koji, idući preko metodologijskih i spoznajnoteorijskih pitanja, pronalaze put problemima zbilje, stvarajući nova gledišta i teorije. Matematika i empirizam, na kojima Getaldić zasniva svoja istraživanja, u tom procesu nastanka novovjekovne znanosti imaju ključnu ulogu. Egzistiraju i međusobno konvergiraju kao renesansna filozofijska mišljenja u razvoju prirodoznanstvene metode. Iskustvo postaje izvorištem spoznaje, njezin prvi korak koji potom treba primjerenim matematičkim postupkom i metodama dokazati. Iskustvo se stavlja ciljano u određenu funkciju, u interakciji s matematičkom interpretacijom, i postupno prelazi u metodu te dobiva znanstveno tumačenje.

Metode analize i sinteze

U razdoblju nastanka Getaldićeva opusa, na prijelazu iz 16. stoljeća u 17., nastavlja se i intenzivira potraga za novim metodama sigurne spoznaje. Uz naglašavanje problema metode, jako je izraženo traženje puta koji bi doveo do pojedinačnih metodskih postupaka, odnosno, u konačnici, do jedne metode koja bi bila univerzalna za sve znanosti. Uzor nove metode sve se više tražio u matematici koja postaje ideal dokazne znanosti. Unutar širokog područja matematike posebno se metodološki uzor pronalazio u Euklidovoj geometriji. Ta tendencija nastavlja se u čitavom 17. stoljeću, pa i kasnije, stoga je i Getaldić u znatnom broju svojih djela pisao oslanjajući se upravo na Euklidovu metodologiju kao vrstan primjer antičke tradicije, koju je slijedio ne samo pristupom i oblikom već i izborom građe, tema i matematičkih problema. Euklid, koji je bio pod Aristotelovim utjecajem u poimanju matematike i u mnogim pitanjima matematičke filozofije, koristio se u rješavanju geometrijskih problema postupcima geometrijske sinteze (konstrukcija) i analize. Analizu u svojim ranim djelima nije naznačavao, ali je u onim kasnijim zapisivao po uzoru na Aristotela.[28]

[28] Opširnije u: DADIĆ 1992: 46-47, 63-64. U staroj su se Grčkoj u okvirima geometrije i geometrijskim metodama rješavali geometrijski zadaci i problemi koji su po svojoj prirodi vodili u geometrijsku algebru. Postupne promjene nastaju kada jedan od najznačajnijih matematičara i fizičara kasne antike, Heron (1. stoljeće), uvodi u geometrijska razmatranja brojčani aspekt i geometrijske probleme rješava numerički. Uvodeći u geometriju brojčana rješenja, Heron se približio algebri, a Diofant (3. stoljeće) proveo je i metodološku transformaciju Heronova numeričkog pristupa. Diofant je izučavao jednadžbe i rješavao brojčane probleme koji su vodili u algebru te je retoričko izlaganje starogrčke matematike preobrazio uvodeći kratice za matematičke pojmove, a same rečenice reducirao na kraći oblik i tako u starogrčku retoričku

Pojmovi analiza i sinteza nastali su u antičkoj filozofiji.[29] Svoju primjenu našli su u starogrčkoj matematici, gdje su se kao geometrijska sinteza i analiza razvijali u području geometrije.[30] Koristili su se u rješavanju geometrijskih problema, stoga je geometrijska konstrukcija u kojoj se polazi od zadanih veličina i dobiva tražene veličine shvaćena kao sinteza. Taj sintetički postupak u složenijim slučajevima mogao se lakše pronaći ako bi se prethodno razmotrio odnos između traženih i zadanih veličina. Postupak analiziranja problema i pronalaženje veza između zadanih i traženih veličina davali su zaključak koji se potom koristi u sintezi, odnosno u sintetičkom postupku geometrijske konstrukcije. Razlikujemo dvije vrste analize, teorijsku i problemsku. Teorijska analiza ima za krajnji cilj otkriti matematički zaključak koji se formulira u obliku poučka ili teorema, dok problemska analiza uči kako se pronalazi način konstruiranja u pojedinim problemima i određuje put dokazivanja konstrukcije. Analiza se provodi i teče suprotnim putem od sinteze. Započinje tako da se pretpostavlja kao da su tražene veličine poznate, da bi se slijedom zaključivanja moglo doći do zaključka o postojećim odnosima između zadanih i traženih veličina. Pojam geometrijske analize bio je prvi pojam analize u matematici uopće iz kojeg su se kasnije razvile sve druge vrste matematičke analize.[31]

Između antičke tradicije i novovjekovne metodologije

Getaldićeva rana djela i njegove matematičke restauracije nastali su korištenjem antičkih metoda geometrijske sinteze i analize. Rani radovi pridružuju ga korpusu renesansnih učenjaka koji divljenjem prema antičkom nasljeđu nastoje oživjeti vrhunska dostignuća starogrčke znanosti. Tijekom te prve faze rada Getaldić je

---

tradiciju uveo sinkopatsku algebru. Ipak, algebru kao posebnu matematičku disciplinu razvili su tek arapski matematičari. Premda su rješavali kvadratne jednadžbe na vrlo općenit način te uveli i klasifikaciju jednadžbi prvog i drugog stupnja, kao i općenite procedure rješavanja (*al-džabr*, *al-mukabala*), nisu se koristili simboličkim predočavanjem jednadžbi, već retoričkim izlaganjem.

[29] Viète je tvrdio da Platon prvi u matematici otkrio put kojim se traži istina, a potom ga je Theon nazvao analizom. Vjerojatno razmatrajući Platonovu dijalektiku koja uvijek počinje „mišljenjem“ u kojem se pretpostavlja ono što se traži kao da je poznato, a zatim se mišljenje pobija kao pogrešno, te se na temelju toga zaključuje što je istinito. KLEIN 1968: 260.

[30] Pap u sedmoj knjizi svojega glavnog djela koje se najčešće navodi kao *Matematički zbornik* opisuje analizu kao metodu u kojoj se uzima ono što je traženo kao poznato i polazeći od toga preko posljedica, odnosno niza zaključaka, dobiva se nešto što se potvrđuje kao rezultat sinteze. Pap opisuje analizu kao „obrnuto rješenje“, tj. korake kojima se mora ići obrnutim redom da bi se našao valjan dokaz. Slično je o analizi pisao i njegov mlađi suvremenik Theon iz Aleksandrije.

[31] Iz metode geometrijske analize uvođenjem općih veličina razvila se algebarska analiza u sklopu opće algebre, zatim analitičko promatranje krivulja i matematička analiza u najširem smislu riječi.

dozrijevao kao produktivni matematičar i pripremao se za pisanje glavnoga djela *De resolutione et compositione mathematica*, koje je stvarao gotovo dvadesetak godina. U njemu iskušava snagu i mogućnosti nove algebarske metode u odnosu na geometrijsku analizu i sintezu iz antičke tradicije. Dio problema koje nalazimo u njegovim ranim djelima Getaldić ponovno razmatra u tom djelu, ali sada s potpuno drugačijim metodološkim pristupom, gdje te probleme rješava u sklopu algebarske metode.[32] Getaldić je težište svojih matematičkih istraživanja temeljio upravo na razvoju i afirmaciji različitih matematičkih metoda, o čemu svjedoči i činjenica kako je svoja dva najznačajnija djela, metodološki različitih koncepcija, *Variorum problematum collectio* i *De resolutione et compositione mathematica*, započeo pisati u isto vrijeme i u njima rješavao iste matematičke probleme, demonstrirajući na putu pronalaska rješenja raznolikost pristupa i dosega razmatranih matematičkih metoda.[33]

Getaldić u potpunosti uviđa koje će dalekosežne posljedice imati primjena općih veličina u matematici i znanosti uopće. Naime, pokazalo se da je uvođenje općih veličina oslobodilo matematičke rezultate njihova dotadašnjeg oblika. Snaga nove metode, koju je tek trebalo razviti i afirmirati, u čemu je velikoga udjela imao upravo Getaldić, dovela je u razvoju matematike do epohalne promjene. Da se Getaldić i nije bavio razvojem novog područja, njegov rad na području matematike u okvirima antičke tradicije sâm je po sebi dovoljno visoke razine i bogat izvornim rješenjima, kako starogrčkih matematičkih problema tako i u području primjene na fizikalne probleme (parabolična zrcala[34] i određivanje specifičnih težina[35]), da bi već time priskrbio mjesto među istaknutim matematičarima kasne renesanse. Međutim, neosporno je vrhunac rada postigao upravo otklonom od antičke tradicije i njezina čisto geometrijskoga shvaćanja problema, u okviru kojega je geometrijskim metodama (analizom i sintezom) načinio rana djela. Upravo mu je njegovo odlično poznavanje antičke matematičke tradicije i geometrijske analize i sinteze omogućilo izvrstan uvid u dosege antičkih metoda te je bilo ključno kako bi među prvima uvidio vrijednost Vièteove *logistice speciose*.[36] Getaldić je u potpunosti

32 Ponavljaju se pojedini problemi iz djela *Variorum problematum collectio* i njegovih restauracija izgubljenih spisa *O nagibima* i *O dodirima* Apolonija iz Perge.

33 U zbirci različitih matematičkih problema *Variorum problematum collectio* (Venezia 1607) rješava različitim geometrijskim metodama probleme četvorice autora: istaknutoga astronoma i matematičara Johannesa Müllera Regiomontanusa (15. stoljeće) te svojih suvremenika, uglednih matematičara, rimskih isusovaca Christopha Claviusa i Christopha Grienberga, s kojima se dopisivao, i Dubrovčanina Jakova Restića.

34 Vidi u: MAJCEN 1920: 1-43.

35 NAPOLITANI 1988: 139-236.

36 Viète, polazeći od Diofantove procedure, dolazi do pojma računa s općim brojevima koji naziva *logistica speciosa*, za razliku od onog s određenim brojevima koji naziva *logistica numerosa*. KLEIN 1968: 165.

prihvaća te se po uzoru na Viètea koristi općim veličinama, ali razvijajući dalje algebarsku metodu, to mu je samo polazište jer u svojem postupku jasnije od Viètea razdvaja metode analize od sinteze.

Konceptualna promjena koja se tada događa u matematici dijelom se temelji na transformacijama započetima u načinu zapisa matematičkih tekstova nakon što su nastali latinski prijevodi arapskih izvornih matematičkih djela u 12. i 13. stoljeću. Tada su postupno u upotrebu ušle arapske brojke, s pomoću kojih su se u pojedinim tekstovima, inače retoričkim, zapisivale određene sheme koje su omogućavale jednostavniji prikaz matematičkih izraza i operacija. Tijekom 14., 15. i 16. stoljeća postupno su se usavršavala matematička znanja, stvarali i neki novi matematički simboli, što je sve zajedno prethodilo nastajanju simboličke algebre i bilo temeljem velikih promjena u matematičkim shvaćanjima koncem 16. stoljeća. Ono što je potrebno naglasiti za matematiku 16. stoljeća jest činjenica da prije nastanka simboličke algebre, usprkos ubrzanu i snažnu stvaranju mnogih novih algebarskih znanja (nova pravila i primjeri kako treba raditi, nove kratice koje su olakšale matematičko izražavanje), ona i dalje ostaje konkretna jer matematičari toga doba razmišljaju u sklopu pojedinoga problema i konkretnoga objekta. Kratice sinkopatske algebre usavršavaju se i ustaljuju, ali još uvijek algebarske operacije nisu bile apstrahirane i odvojene od njihovih konkretnih objekata na koje se primjenjuju. Smatralo se da operacije i objekt čine nedjeljivu cjelinu, razmišljalo se u okviru pojedinog (konkretnog) problema pa stoga u tom razdoblju još nije došlo do pojma formule.[37] Simbolička algebra u tom smislu donosi ključni preokret. U njezinoj izgradnji koristila se grčka geometrijska analiza i sinteza, ali tako da se uvođenjem općih veličina, nazvanih *species*, preinačuje i provodi algebarski u sklopu opće algebre. Uvedene opće veličine se u sklopu simboličke algebre mogu ravnopravno i jednako primjenjivati i na brojeve i na geometrijske objekte.[38] Stoga je ta nova algebra, koja operira općim veličinama umjesto samo brojevima ili geometrijskim objektima, čista i opća algebra, različita od dotadašnjih.[39]

---

37 DADIĆ 1992: 77, 88-90.

38 Prvi opći broj u matematičku praksu uveo je Jordanus de Nemore u 13. stoljeću, koristeći se oznakom slova da bi prikazao bilo koji broj, ali njegov se opći broj odnosio samo na brojeve, a ne i na geometrijske objekte. Stoga se takvi opći brojevi nisu mogli koristiti za računanje geometrijskih veličina kao što su, primjerice, dužina, površina ili obujam. *Speciesi* predstavljaju u tom smislu veći stupanj općenitosti jer se računanje s njima jednako može primijeniti i na brojeve i na geometrijske objekte. Operiraju oblikom stvari (npr. slovima abecede). Upravo je zato njihovo uvođenje imalo velike posljedice na interpretaciju dotadašnjih matematičkih rezultata i omogućilo daljnji razvoj matematike.

39 U staroj Grčkoj razvijala se algebra unutar područja geometrijskih problema, dok je u Arapa i Diofanta algebra imala numerički karakter. Grci su se bavili geometrijom i aritmetikom, a algebrom tek neizravno u okviru geometrijskih problema koji su bili takva karaktera da su se mogli interpretirati algebarski.

Getaldić, shvativši smisao i važnost koju u svojoj općenitosti donosi Viètova metoda, glavno je djelo osmislio kao njezin prvi, cjelovit i opsežan priručnik. To je metodička zbirka problema i teorema koji su se rješavali primjenom nove algebarske metode na raznorodnoj građi. Analizom djela *De resolutione et compositione mathematica* pokazuje se da je glavni doprinos djela upravo u samom razvoju algebarske metode, premda ono sadrži brojne nove izvorne matematičke rezultate, što se naročito vidi u primjerima problema koje ponavlja iz starijih djela antičke tradicije, gdje obrađuje geometrijske probleme iz ranijih djela te probleme i teoreme Euklida, Apolonija iz Perge, Viètea, Regiomontanusa i drugih. Računanje s općim veličinama omogućilo mu je novu interpretaciju dotadašnjih matematičkih rezultata. Getaldić preinačuje rezultate geometrijskih problema i provodi algebarsku analizu u sklopu opće algebre. Afirmirajući novu algebarsku metodu na heterogenoj građi, Getaldić se istovremeno pokazuje i kao vjeran prenositelj i tumač tradicionalnoga pristupa. Međutim, ključna razlika u odnosu na dotadašnji matematički pristup, utemeljen na divljenju prema antičkom nasljeđu i pokušajima da se pojedini pojmovi i postupci postojeće matematike preodjenu u antikno ruho, javlja se u novom poimanju matematičkoga objekta, odnosno koncepciji općega broja, čije uvođenje vodi do korjenite reforme ne samo algebre nego i matematike u cjelini.

Usporedba metoda

Getaldićev opus nastaje na djelima grčkih matematičara, među kojima se ističu Euklid, Pap i Diofant, a pod utjecajem je i Eudoksove teorije razmjera te Arhimedove primjene logističke metodologije, odnosno aritmetičke interpretacije geometrije. Oslanjajući se na antičku tradiciju i potaknut algebarskom metodom, Getaldić primjenjuje integraciju različitih tendencija starogrčke matematike, stroge geometrijske metode i logistiku, koja je podrazumijevala rutinu običnoga matematičkog računa i dopuštala aproksimativan pristup.[40] Slijedeći dosljedno Vièteovu *logisticu speciosu*, Getaldić u razmatranje geometrijskih problema uvodi opće veličine te tako u svojem posljednjem djelu *De resolutione et compositione mathematica* primjenom algebarske metode postiže i promjenu koncepta matematičkoga objekta. Kako bi se jasno prikazala razlika metoda, iznijet će se

[40] Pored primjene geometrijskih metoda, u starogrčkoj matematici početkom nove ere postojala je još jedna tendencija, a to je sve intenzivnije uvođenje numeričkog aspekta i područja tzv. *logistike* u teorijsku matematiku. Logistika je obuhvaćala praktično računanje, kojemu se nije priznavao status znanosti. Heron je, baveći se geometrijskim problemima koji se mogu interpretirati algebarski, pribrajao, primjerice, površine i dužine, što je bilo neprihvatljivo u starogrčkoj tradiciji. Tako je, suprotno dotadašnjoj matematičkoj tradiciji, davao prednost brojčanomu aspektu problema u odnosu na njegovo geometrijsko podrijetlo. Opširnije u: DADIĆ 1992: 55-56.

jednostavan geometrijski problem na koji će se za usporedbu primijeniti obje metode, geometrijska i algebarska. Kao primjer odabran je prvi problem iz prve knjige Getaldićeva djela *De resolutione et compositione mathematica*. Problem je razmjerno jednostavan u odnosu na znatno složenije matematičke probleme kojima se njegovo djelo bavi. Nakon početne formulacije problema, Getaldić najprije provodi algebarsku analizu, a zatim iz nje izvodi porizam,[41] kojim se potom koristi u sintezi.[42] Getaldić formulira problem I. na sljedeći način:

Problem I.

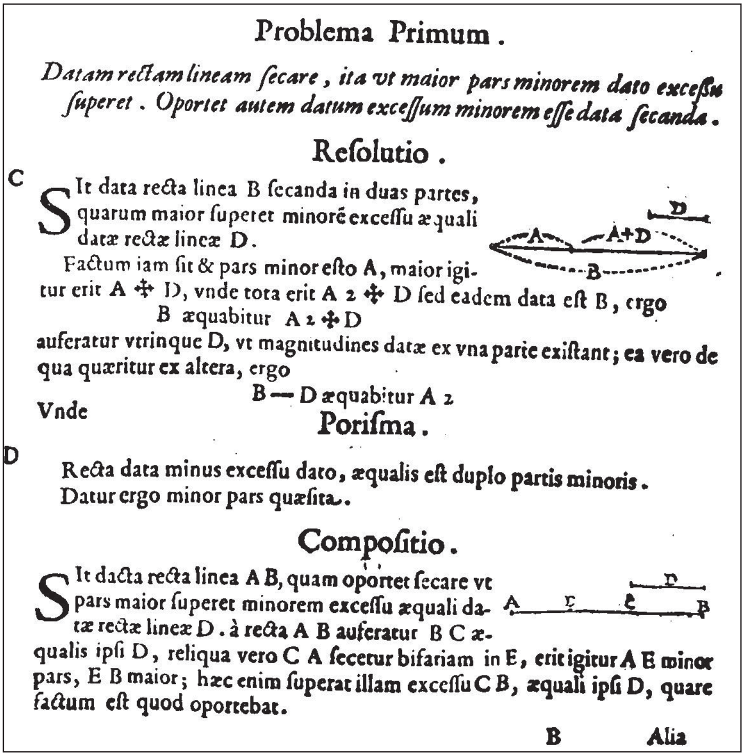
Zadanu dužinu treba presjeći tako da veći dio premašuje manji zadanim pretičkom. Zadani pretičak treba biti manji od zadane dužine koju treba presjeći.

Problem koji je zadan u geometrijskom obliku može se zapisati u obliku jednadžbe prvoga stupnja s jednom nepoznanicom. U potpunosti u skladu s Vièteovom novom algebarskom metodom, Getaldić pristupa problemima tako da nakon što je formulirao sâm problem, najprije provodi algebarsku analizu. U samoj analizi metodološki možemo razlikovati dva koraka. U prvom koraku, koji se naziva zetetički, geometrijski se objekti predočavaju u algebarskom obliku. Tako se od zadanih i traženih veličina oblikuje algebarska jednadžba. Budući da su sada promatrane veličine općenite algebarske veličine, transformiraju se potpuno formalno, neovisno o njihovu geometrijskom polazištu. Tako se one postupno svode na konačan uređen, tzv. kanonski oblik. Time završava prvi korak algebarske analize i potom se prelazi na drugi, poristički, u kojem se iz kanonskoga oblika

41 Porizam je pojam koji se u povijesti matematike tumači na različite načine, a javlja se već u antici. Prema Papovim djelima, to je zaključak koji proizlazi iz analize, dok je u Euklida porizam bio posljedica sintetičkog geometrijskog rješenja problema. Porizam je određena vrsta matematičkog poučka koja je bila poznata i uz ime „dodatak“ (*corollarium*). Prema etimologiji pojma, vjerojatno se misli na određeno unapređivanje dotičnog matematičkog problema s pomoću baš ovih poučaka koji su „porizmi“. Viète nije uporabio taj pojam i naziv u svojoj proceduri, a da ga je upotrijebio, trebao je slijediti iz porističkog postupka koji se i zove tako jer vodi prema porizmu. Vidi: KLEIN 1968: 265-266; KUČERA 1893: 46-47; DADIĆ 2017: 64-65.U matematici značenje pojma porizam mijenjalo se tijekom vremena. Porizam je u Getaldića poučak koji slijedi iz algebarskog rješenja problema bez obzira na to kako će se konstruirati rješenje razmatranog problema. Viète kao posljedicu nakon sintetičkog rješenja umjesto naziva porizam ponekad rabi nazive *consectatium* ili *corollarium*. Terminom *corollarium* koristi se i Getaldić u djelu *Variorum problematum collectio*, također nakon sintetičkog rješenja problema u značenju posljedice, ali se nazivom porizam koristi u *De resolutione et compositione mathematica* samo onda kada tvrdnju dobiva analizom.

42 Dobiveno rješenje nije kraj problema I. jer ga Getaldić u knjizi dalje razvija i provodi još jednu analizu istoga problema, nakon koje ponovno slijedi porizam, a zatim sinteza. Nakon što je načinio ono što se tražilo u problemu I., Getaldić na temelju zaključaka iz problema dodatno formulira još dva korolara koje navodi jer je česta njihova upotreba u analizama, naročito u određivanju dijelova iz zbroja i razlike dijelova.

algebarske jednadžbe zaključuje o vezi između zadanih i traženih veličina. Time je algebarska analiza problema završena. Dobiveni zaključak naziva se porizam i koristi se potom u određivanju traženih veličina, a sâm postupak određivanja spada u sintezu. Getaldićeva analiza zadanoga problema u retoričkom zapisu kakvim se on služio u djelu *De resolutione et compositione mathematica* glasi:



Problema Primum.

Datam rectam lineam ſecare, ita vt maior pars minorem dato exceſſu ſuperet. Oportet autem datum exceſſum minorem eſſe data ſecanda.

Reſolutio.

C

SIt data recta linea B ſecanda in duas partes, quarum maior ſuperet minoré exceſſu æquali datæ rectæ lineæ D.

Factum iam ſit & pars minor eſto A, maior igitur erit A ✣ D, vnde tota erit A 2 ✣ D ſed eadem data eſt B, ergo

B æquabitur A 2 ✣ D

auferatur vtrinque D, vt magnitudines datæ ex vna parte exiſtant; ea vero de qua quæritur ex altera, ergo

B — D æquabitur A 2

Vnde

Poriſma.

D

Recta data minus exceſſu dato, æqualis eſt duplo partis minoris. Datur ergo minor pars quæſita.

Compoſitio.

SIt dacta recta linea A B, quam oportet ſecare vt pars maior ſuperet minorem exceſſu æquali datæ rectæ lineæ D. à recta A B auferatur B C æqualis ipſi D, reliqua vero C A ſecetur bifariam in E, erit igitur A E minor pars, E B maior; hæc enim ſuperat illam exceſſu C B, æquali ipſi D, quare factum eſt quod oportebat.

B Alia

Sl. 1. Stranica iz Getaldićeva djela De resolutione et compositione mathematica[43]

Analiza

Zadanu dužinu B treba presjeći na dva dijela tako da veći dio premašuje manji pretičkom jednakim zadanoj dužini D. Neka je tako već urađeno i neka manji dio bude A, veći će biti, dakle, A + D, odakle će cijela dužina biti A_2 + D, ali to je upravo zadana dužina B pa će se, prema tome, B izjednačiti s A_2 + D. Neka se s obiju strana oduzme D, tako da se zadane dužine pojave s jedne strane, a ona koju tražimo s druge strane, dakle B – D, izjednačit će se s A_2.[44]

[43] Sl. 1. Stranica preuzeta iz pretiska GHETALDI 1968: 377 (13).

[44] Getaldićev se zapis razlikuje od suvremenoga. Kada želi zapisati dva puta A, u njegovu zapisu i simbolici to je A_2.

Odatle Getaldić formulira zaključak koji vrijedi za zadane i tražene veličine, odnosno porizam koji, se dalje koristi u sintezi:

Porizam

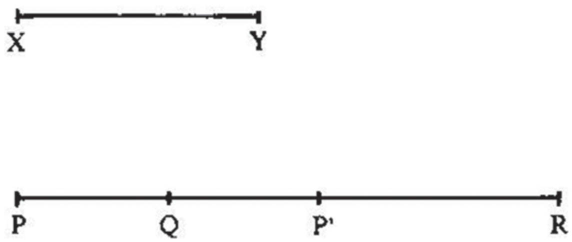
Zadana dužina manje zadani pretičak jednaka je dvostrukom manjem dijelu. Dobiva se, dakle, traženi manji dio.

Sinteza

Zadana je dužina AB koju treba presjeći tako da veći dio premašuje manji pretičkom jednakim zadanoj dužini D. Od dužine AB neka se oduzme dužina BC jednaka samoj D, a preostala CA neka se raspolovi u E; manji dio bit će, dakle, AE, a veći dio EB. Naime, ovaj dio premašuje onaj pretičkom CB, koji je jednak samoj D, te je zato urađeno što je trebalo.

Da bi se bolje uočila razlika između geometrijske metode i algebarske, ponovit ću problem I., ali tako da se sada na nj primijeni geometrijska analiza. Geometrijska analiza problema I., gdje su promatrane veličine geometrijski objekti, odvijala bi se na sljedeći način:

Budući da je postupak analitički, ponovno treba pretpostaviti da je načinjeno ono što je traženo, odnosno da je već načinjena podjela dužine prema uvjetima problema. Neka je zadana dužina PR i razlika njezinih dijelova XY. Pretpostavimo da je dužina PR već u točki Q podijeljena onako kako se traži u iskazu problema. Tada veći dio QR premašuje manji PQ upravo za zadanu razliku XY. Odatle slijedi da kada se manja dužina PQ prenese na veću QR (u QP'), tada će ostatak biti jednak zadanoj razlici XY. Time je geometrijska analiza problema gotova.



Sl.2. Crtež uz primjer geometrijske analize

Prema prethodno provedenoj geometrijskoj analizi, zaključujemo u sintezi da u provođenju konstrukcije prvo treba na dužinu PR prenijeti zadanu razliku XY u P'R. Zatim se dobiveni ostatak PP' u točki Q dijeli na dva jednaka dijela. Tako konstruirana točka Q dijeli zadanu dužinu onako kako se tražilo u iskazu problema. Time je geometrijska sinteza, odnosno konstrukcija problema gotova.

Razlika između ovih dviju vrsta analize temelji se na razlici korištenih matematičkih objekata. U algebarskoj je analizi tijek analize isti kao i u geometrijskoj, ali se neodređeni geometrijski objekti prikazuju u još općenitijem obliku, naime, u obliku *speciesa*. Prvo se ti objekti predoče u algebarskom obliku. Zatim se postave između njih algebarske veze umjesto geometrijskih veza. Time se dobiju jednadžbe koje sadrže zadane i tražene veličine. Te se jednadžbe tada transformiraju potpuno formalno, ne vodeći računa o geometrijskom polazištu. Dalje se svode na konačan, tzv. kanonski oblik. Iz toga kanonskog oblika zaključuje se što vrijedi za dane i tražene veličine, odnosno izvodi se neki zaključak o njima. Dobiveni zaključak u potpunosti odgovara onom geometrijskom zaključku koji je proistekao iz geometrijske analize. Na kraju se taj zaključak, koji proistječe iz algebarske analize, iskoristi u sintezi, i to na isti način kao što se u njoj iskoristio i zaključak koji je slijedio iz geometrijske analize.

Getaldić u algebarskoj analizi problema I. pretpostavlja da je promatrana dužina B već podijeljena onako kako se traži u iskazu problema. Za razliku od prethodno provedene geometrijske analize, zadane i tražene veličine više se ne razmatraju kao geometrijski objekt, nego kao opće veličine, u skladu s Vièteovom algebarskom metodom.[45] S pomoću općih veličina moguće je oblikovati algebarsku jednadžbu koja u Getaldića stoji u retoričkom zapisu.[46] Jednadžba se dalje transformira do kanonskoga oblika,[47] iz kojega se izravno zaključuje o odnosima zadanih i traženih veličina, odnosno daje se porizam, a nakon njega Getaldić donosi sintezu.

Kanonski je oblik konačan oblik algebarske jednadžbe, iz kojega se onda izvodi porizam da je razlika zadane dužine i zadane razlike dijelova jednaka dvostrukomu manjem dijelu (odnosno, algebarski zapisano: $B - D = 2A$). Time je završena algebarska analiza razmatranoga problema. Sama sinteza, odnosno konstrukcija do tražene veličine s pomoću porizma, koji je u Getaldićevu slučaju dobiven algebarskom analizom, mogla bi se načiniti i geometrijski i numerički. Ako bi se sinteza provodila računski, tada bismo nepoznatu veličinu A odredili tako da u kanonski oblik jednadžbe uvrstimo preostale poznate numeričke vrijednosti. Ako se sinteza provodi geometrijski, tada se konstrukcija izvodi prema dobivenom porizmu onako kako je to načinio Getaldić u sintezi problema I. Od zadane dužine oduzeo je zadanu razliku koja je prema porizmu jednaka dvostrukomu manjem dijelu. Zatim je tu dužinu dijelio na dva jednaka dijela i tako dobio traženi manji dio. Zadanu je dužinu tako dijelio prema zadanim uvjetima problema i zaključcima koji su proizišli iz porizma.

---

45 Dakle, Getaldić cijelu dužinu označuje s B, manji dio s A, a razliku dijelova s D.

46 Odatle je veći dio $A + D$, a cijela dužina $B = 2A + D$.

47 Odnosno, nakon provedenih transformacija $B - D = 2A$ te je tražena veličina $A = (B - D)/2$.

Zaključak

Getaldićev raznovrstan opus metodološki i koncepcijski dijeli se na dva dijela. Rana Getaldićeva djela mogu se smatrati reinterpretacijom odabranih radova antičke tradicije s ciljem prenošenja antičkih znanja i teorija, ali i nastojanjem da se ta učenja dublje istraže i unaprijede u sklopu starogrčkih matematičkih metoda. U svojim zrelijim radovima Getaldić je, pak, fokusiran na problem metode. Začetke ideja koje je usvojio na studijskom putovanju Europom razvijao je dvadesetak godina u Dubrovniku, neovisan i gotovo potpuno izoliran od intenzivnih događanja u europskoj znanstvenoj zajednici prvih desetljeća 17. stoljeća. Ta je istraživanja objedinio u kapitalnom djelu *De resolutione et compositione mathematica* (Rim 1630.), izloženom u pet knjiga. Premda je Getaldić stvarao u sredini koja je bila prožeta utjecajima renesanse i humanizma, znanja su se u tu sredini prenosila znatno sporije u odnosu na zapadnoeuropske države koje su pružile izvorni dom modernoj znanosti tijekom 16. i 17. stoljeća. U dubrovačkoj izolaciji stvorio je nova teorijska i praktična znanja te izvorna djela koja su imala bogat odjek u europskoj znanstvenoj zajednici ne samo za vrijeme njegova života već i kasnije, tijekom 17. i 18. stoljeća.[48] Na njegovu primjeru vidljivo je kako se prijenos znanja ipak nije odvijao samo iz europskih znanstvenih središta prema periferiji, već je u Getaldićevu slučaju taj proces prijenosa znanja tekao u obama smjerovima.

Getaldić je djelovao u vremenu kada akumulirano poznavanje antičkih djela i širenje humanističkog obrazovanja prerasta antičku tradiciju te se postupno metodskom transformacijom utemeljuje i oblikuje novovjekovna znanost. Trebalo je gotovo dvadeset stoljeća da se antička matematička metodologija, upotpunjena znanjima asimiliranima iz arapske i indijske matematičke tradicije, izmijeni te da se razviju nove metode postizanja novih teorijskih znanja i praktičnih rješenja. Izgrađujući svoj bogat opus, Getaldić se uvelike oslanjao na izvorne antičke matematičke metode koje je dosljedno primjenjivao na raznorodnoj građi. Njegov se rad većim dijelom zasniva na djelima grčkih matematičara, među kojima se ističu Pap i Diofant, a pod utjecajem je i Eudoksove teorije razmjera i Arhimedove primjene logističke metodologije, odnosno aritmetičke interpretacije geometrije. Pritom Getaldić na jedinstven i plodonosan način spaja među sobom različite tendencije starogrčke matematike.

Getaldićevo upoznavanje s antičkim matematičkim nasljeđem i pisanje ranih djela utemeljenih isključivo na korištenju geometrijskom analizom i sintezom predstavlja prvi i važan segment njegova razvojnoga puta i oblikovanja. Nakon što je upoznao Vièteovu simboličku algebru koja operira općim veličinama, Getaldić planski istražuje mogućnosti simboličke algebre u odnosu na dotadašnje

[48] DADIĆ 2017: 95-104, 111-118.

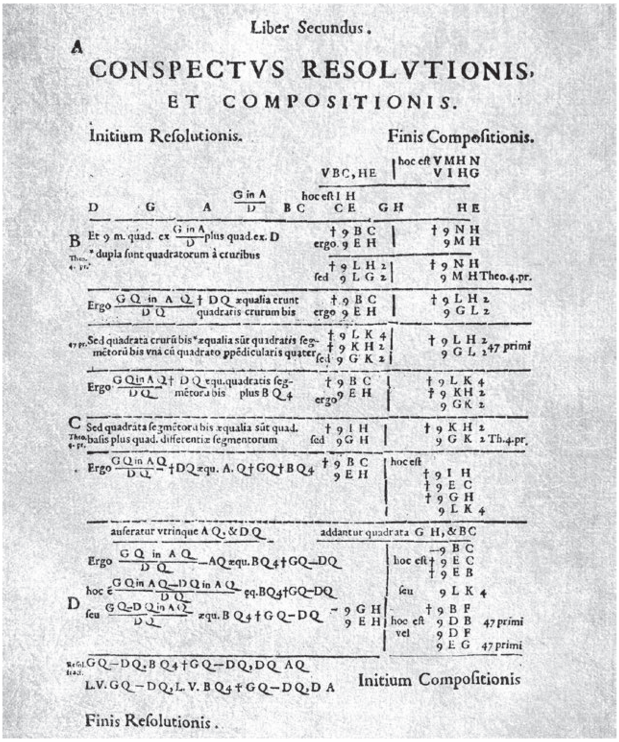
tradicionalne antičke matematičke metode, što će imati presudnu ulogu u daljnjem razvitku moderne matematike i postupno dovesti do druge velike konceptualne promjene u povijesti matematike.[49] Promjena se nije odrazila samo na matematiku, već je omogućila nastanak novih jednostavnijih i egzaktnijih interpretacija i u drugim znanostima. Nova *logistica speciosa*, izgrađena na temeljima antičke matematičke analize i sinteze, obilježila je drugu, zrelu fazu Getaldićeva rada. Njome se uvode u matematiku opće veličine, nazvane *species*, koje se jednako mogu primijeniti i na brojeve i na geometrijske objekte. Računanje sa *speciesima* (*logistica speciosa*) omogućilo je novu interpretaciju dotadašnjih matematičkih rezultata. Korištenjem općim veličinama (koje se odnose i na brojeve i na geometrijske objekte) preinačuje se grčka geometrijska analiza i sinteza tako da se provodi algebarski u sklopu opće algebre. Novoj je metodi Getaldić posvetio svoje glavno djelo *De resolutione et compositione mathematica*, prvi cjelovit priručnik nove simboličke algebre i algebarske analize. Postignutim se rezultatima Getaldić približio utemeljenju novog područja – analitičke geometrije koje će nakon dva tisućljeća razdvojenosti postupno dovesti do ponovnog spajanja u antici razdvojenih matematičkih područja geometrije i algebre.

Školovan na djelima starogrčkih matematičara, u čemu je postigao zavidnu razinu, Getaldić je među prvima uočio prednosti simboličke algebre i prihvatio je kako u pristupu problemima tako i u obliku, simbolici i načinu izražavanja, shvativši važnost njezine primjene u geometriji. Međutim, u provođenju postupka analize Getaldić je formalno odstupao od Vièteova postupka s trima stupnjevima analize (zetički, poristički i retički ili eksegetički)[50]. Treći korak koji sadrži rješenje jednadžbe Viète je također smatrao analitičkom procedurom, iako se radi o sintezi. Getaldić to uočava i u djelu *De resolutione et compositione mathematica* jasno naglašava distinkciju između analize i sinteze. U sklopu analize slijedi prva dva Vièteova koraka: zetički i poristički. Zatim formulira porizam, tvrdnju koja slijedi iz jednadžbe, a koju Viète nije isticao nakon porističkog po-

[49] Matematika kao empirijska disciplina razvija se još od 2. tisućljeća pr. Kr. u drevnim civilizacijama Babilona i Egipta. Prva velika konceptualna promjena matematike nastaje nakon azijsko-europske razmjene znanja u doba helenizma. Grci nakon preuzimanja matematike drevnih naroda Orijenta koja je bila empirijske naravi, teorijski je i strukturno transformiraju u znanstvenu disciplinu. Grci su dali znanstvene temelje i okvire matematici kao znanstvenoj disciplini. Uveli su apstraktne matematičke pojmove, matematički dokaz, aksiomatski deduktivni sustav, razdvojili područja aritmetika i geometrija te radili jasnu distinkciju između matematičke teorije i primjene, odnosno između teorijskih razmatranja i rutine matematičkog izračunavanje, nazvane *logistika*, kojoj nisu priznavali status znanosti jer se nije bavila apstrakcijama, već konkretnim predmetima. Time su zacrtali glavne tijekove i smjernice razvoja matematike do 17. stoljeća. Od 12. stoljeća pod utjecajem arapske matematike razvijat će se i akumulirati mnoga nova matematička znanja, ali po uzoru na antičke matematičke metode i koncepcije.

[50] Retički se postupak odnosi na brojčano rješenje, a eksegetički na geometrijske veličine.

stupka.[51] Posljednji, treći korak koji Viète tumači kao dio analitičkog postupka Getaldić označava kao postupak sinteze koja se može provesti aritmetički ili geometrijski u smislu retičkog i eksegetičkog postupka. Pored navedenog, osobito je metodološki vrijedna inovativna Getaldićeva shema naziva *Conspectus resolutionis et compositionis* u kojoj daje specifičan prikaz dvostrukog lanca logičkog zaključivanja provedene analize i sinteze, kao dva postupka koja teku obrnutim redom. Shema prikazuje uzajaman odnos analitičkog i sintetičkog postupka, s izraženom Getaldićevom težnjom da postupke formalizira simbolikom matematike svojega vremena.[52] Shema pokazuje kako je simbolička algebra uz uvođenje općih veličina dovela i do usavršavanja i primjene simboličkog jezika matematike umjesto dotadašnjeg retoričkog zapisa. To je omogućilo da se geometrijski problemi bez obzira na svoje geometrijsko polazište sagledavaju i formalno rješavaju algebarskom analizom u sklopu opće algebre.



Sl. 3. Getaldićeva shema naziva Conspectus resolutionis et compositionis[53]

[51] Getaldić u svojemu metodološkom postupku vjerojatno slijedi Papovo djelo kojim se koristio te nakon formuliranja porizma donosi sintezu, a treći retički ili egzegetički smješta u sintezu. DADIĆ 2017: 64-65.

[52] Vidi primjer u: GHETALDI 1968: 21

[53] Sl. 3. preuzeta je iz pretiska GHETALDI 1968: 405 (41).

Algebarska analiza postupno se sve više primjenjivala u rješavanju geometrijskih problema, u čemu je znatne zasluge imao i sâm Getaldić. Međutim, on je uviđao da ni nova metoda, koliko god bila korisna te otvarala nove vidike i područja, nije mogla u svim segmentima zamijeniti geometrijsku metodu i osporiti joj vrijednost. Upravo je ta metodološka osviještenost i rad na razvoju različitih matematičkih metoda najveće postignuće koje nam je Getaldić ostavio u naslijeđe. Primjenjivao je različite metode, antičke geometrijske i novu algebarsku. Da je Getaldić kao veliki matematičar metodološki ispravno postupao, svjedoči razvoj matematike nakon njegova doba. Usprkos mogućnostima koje je pružala algebarska metoda, geometrijsku metodu nastavili su u 17. stoljeću upotrebljavati i zagovarati mnogi znameniti matematičari, kao što su Blaise Pascal (1623. – 1662.), Thomas Hobbes (1588. – 1679.), Isaac Barrow (1630. – 1677.) i drugi, te su njome postignuti mnogi važni rezultati u određivanju površina i tangenti na krivuljama koji su se u 18. stoljeću koristili u stvaranju novog matematičkog područja – infinitezimalnog računa.

Bibliografija

BONIFAČIĆ, Andrija. 1978. Gdje se Marin Getaldić najviše približio Descartesu. *Anali Zavoda za povijesne znanosti HAZU u Dubrovniku* 15-16: 69-85.

BORIĆ, Marijana. 2020. *Hrvatski velikan Marin Getaldić* [Biblioteka Hrvatski velikani]. Osijek: Privlačica.

BUSARD, H. L. L. 1981. Viète, François. *Dictionary of Scientific Biography*. Vol. 14, 18-25. New York: Charles Scribner's sons.

DADIĆ, Žarko. 1992. *Povijest ideja i metoda u matematici i fizici*. Zagreb: Školska knjiga.

DADIĆ, Žarko. 2016. *Povijest znanosti i prirodne filozofije (s osobitim obzirom na egzaktne znanosti)*. Knj. II.: *Renesansa*. Zagreb: Izvori.

DADIĆ, Žarko. 2017. *Povijest znanosti i prirodne filozofije (s osobitim obzirom na egzaktne znanosti)*. Knj. III.: *Rano novo doba*. Zagreb: Izvori.

GETALDIĆ, Marin. 1972. *Sabrana djela*, ur. Žarko Dadić. Zagreb: Institut za povijest prirodnih, matematičkih i medicinskih nauka JAZU – Izdavački zavod JAZU, Zagreb.

GHETALDI, Marini. 1968. *Opera omnia*, ur. Žarko Dadić. Zagreb: Institut za povijest prirodnih, matematičkih i medicinskih nauka JAZU – Izdavački zavod JAZU, Zagreb.

HØYRUP, Jens. 1990. Platonizam ili arhimedizam: o ideologiji i samonametnutom modelu renesansnih matematičara (1400-1600). *Godišnjak za povijest filozofije* 8: 137-138.

KLEIN, Jacob. 1966. *Greek Mathematical Thought and the Origin of Algebra*. Cambridge, MA – London: Massachusetts Institute of Technology.

KOSTIĆ, Veselin. 1972. *Kulturne veze između jugoslavenskih zemalja i Engleske do 1700. godine* [Posebna izdanja, vol. CDLVIII, knj. 22]. Beograd: SANU.

KUČERA, Oton. 1893. O Marinu Getaldiću, patriciju dubrovačkom, znamenitom matematiku i fiziku na početku XVII vijeka. *Rad JAZU* 117: 19-60.

MAJCEN, Juraj. 1920. Spis Marina Getaldića Dubrovčanina o paraboli i paraboličnim zrcalima. *Rad JAZU* 223: 1-43.

NAPOLITANI, Pier Daniele. 1988. La geometrizzazione della realtà fisica: il peso specifico in Ghetaldi e in Galileo. *Bolletino di storia delle scienze matematiche* 8/2: 139-236.

Radovi Međunarodnog simpozija Geometrija i algebra početkom XVII stoljeća *povodom 400-godišnjice rođenja Marina Getaldića*. 1968. Ur. Žarko Dadić. Zagreb: Institut za povijest prirodnih, matematičkih i medicinskih znanosti.

STIPANIĆ, Ernest. 1961. *Marin Getaldić i njegovo mesto u matematici i naučnom svetu*. Beograd: Zavod za izdavanje udžbenika NR Srbije.

VANINO, Miroslav. 1941. Marin Getaldić i isusovci. *Vrela i prinosi* 12: 69-86.

VIÈTE, François. 1970. *Opera mathematica*. New York: Hildesheim.

The Ancient Roots of Getaldić's Work on the Development of Mathematical Analysis and Synthesis

The diverse opus of Marin Getaldić can methodologically and conceptually be divided into two parts. Getaldić's early works can be considered as a reinterpretation of selected works from the ancient Greek and Roman tradition with the aim of transmitting ancient knowledge and theories, but also as an effort to further explore and improve these teachings within the framework of ancient Greek mathematical methods. In his more mature works, Getaldić was focused on the problem of the method. For twenty years, in his native Dubrovnik, he was developing the ideas he had encountered on a study trip across Europe, independently and almost completely isolated from the intense developments in the European scientific community in the first decades of the 17th century. He summarized the findings of his research in a seminal, five-volume work *De resolutione et compositione mathematica* (Rome 1630). Although Getaldić operated in an environment that was permeated by the Renaissance and humanist influences, in his local environment knowledge was transferred more slowly than in Western European countries where modern science emerged during the 16th and 17th centuries. In Dubrovnik isolation, he created new theoretical and practical knowledge, as well as original works that echoed in the European scientific community not only during his lifetime, but also later, during the 17th and 18th centuries. His example shows that the transfer of knowledge did not take place only from European epistemological centers to the periphery, for it shows that the scientific transfers within Europe went in both directions.

He worked at a time when the accumulated knowledge about ancient works and the spread of humanistic education outgrew the ancient tradition, and gradually, after the methodological transformation, modern science was founded and shaped. It took almost twenty centuries for the ancient mathematical methodology, complemented by knowledge assimilated from the Arab and Indian mathematical traditions, to be conceptually modified and new methods aiming at achieving new theoretical knowledge and practical solutions to be developed. In building his rich opus, Getaldić relied heavily on the original ancient mathematical methods, which he consistently applied to a variety of problems. His work was largely based on the works of Greek mathematicians, among whom Pappus and Diophantus stand out, and was influenced by Eudoxus' theory of scale and Archimedes' application of logical methodology, i.e. arithmetic interpretation of geometry. Getaldić combined different tendencies of ancient Greek mathematics in a unique and fruitful way. After mastering Viète's symbolic algebra that operated with general quantities, Getaldić systematically explored the possibilities of symbolic algebra in relation to ancient mathematical methods, which played a crucial role in the further development of modern mathematics and gradually lead to another major conceptual change in mathematical history. The change did not only affect mathematics, but also enabled the emergence of new, simpler and more exact interpretations in other sciences as well.

Keywords: Marin Getaldić, mathematics, philosophy, analysis, synthesis, symbolic algebra, mathematical restauration, transfer of knowledge, problem of mathematical methods

Ključne riječi: Marin Getaldić, matematika, filozofija, analiza, sinteza, simbolička algebra, matematičke restauracije, prijenos znanja, problem metode

Marijana Borić
Odsjek za povijest prirodnih i matematičkih znanosti
Hrvatska akademija znanosti i umjetnosti
Ante Kovačića 5
HR-10000 Zagreb
mbuljan@hazu.hr

FILOZOFSKI FAKULTET SVEUČILIŠTA U ZAGREBU
ZAVOD ZA HRVATSKU POVIJEST
INSTITUTE OF CROATIAN HISTORY
INSTITUT FÜR KROATISCHE GESCHICHTE

RADOVI
52
BROJ 1

ZAVOD ZA HRVATSKU POVIJEST
FILOZOFSKOGA FAKULTETA SVEUČILIŠTA U ZAGREBU

FF press

ZAGREB 2020.

RADOVI ZAVODA ZA HRVATSKU POVIJEST
FILOZOFSKOGA FAKULTETA SVEUČILIŠTA U ZAGREBU

Knjiga 52, broj 1

Izdavač / Publisher
Zavod za hrvatsku povijest
Filozofskoga fakulteta Sveučilišta u Zagrebu
FF-press

Za izdavača / For Publisher
Miljenko Šimpraga

Glavna urednica / Editor-in-Chief
Inga Vilogorac Brčić

Gostujuća urednica / Guest Editor
Zrinka Blažević

Uredništvo / Editorial Board
Jasmina Osterman (stara povijest/ancient history), Trpimir Vedriš (srednji vijek/medieval history), Hrvoje Petrić (rani novi vijek/early modern history), Željko Holjevac (moderna povijest/modern history), Tvrtko Jakovina (suvremena povijest/contemporary history), Silvija Pisk (mikrohistorija i zavičajna povijest/microhistory and local history), Zrinka Blažević (teorija i metodologija povijesti/theory and methodology of history)

Međunarodno uredničko vijeće / International Editorial Council
Denis Alimov (Sankt Peterburg), Živko Andrijašević (Nikšić), Csaba Békés (Budapest), Rajko Bratož (Ljubljana), Svetlozar Eldarov (Sofija), Toni Filiposki (Skopje), Aleksandar Fotić (Beograd), Vladan Gavrilović (Novi Sad), Alojz Ivanišević (Wien), Egidio Ivetić (Padova), Husnija Kamberović (Sarajevo), Karl Kaser (Graz), Irina Ognyanova (Sofija), Géza Pálffy (Budapest), Ioan-Aurel Pop (Cluj), Nade Proeva (Skopje), Alexios Savvides (Kalamata), Vlada Stanković (Beograd), Ludwig Steindorff (Kiel), Peter Štih (Ljubljana)

Izvršni urednik za tuzemnu i inozemnu razmjenu / Executive Editor for Publications Exchange
Martin Previšić

Tajnik uredništva / Editorial Board Assistant
Dejan Zadro

Adresa uredništva/Editorial Board address
Zavod za hrvatsku povijest, Filozofski fakultet Zagreb,
Ivana Lučića 3, HR-10 000, Zagreb
Tel. ++385 (0)1 6120191

Časopis izlazi jedanput godišnje / The Journal is published once a year

Časopis je u digitalnom obliku dostupan na / The Journal in digital form is accessible at
Portal znanstvenih časopisa Republike Hrvatske „Hrčak"
http://hrcak.srce.hr/radovi-zhp

Financijska potpora za tisak časopisa / The Journal is published with the support by
Ministarstvo znanosti, obrazovanja i športa Republike Hrvatske

Časopis je indeksiran u sljedećim bazama / The Journal is indexed in the following databases:
Directory of Open Access Journals, EBSCO, SCOPUS, ERIH PLUS, Emerging Sources Citation Index - Web of Science

Poseban broj

Historija isprepletanja: transferi, prožimanja i umrežavanja u povijesnoj perspektivi

Special issue

Entangled history: transfers, interactions and intertwinnings in historical perspective

Naslovna stranica / Title page by

Marko Maraković

Grafičko oblikovanje i računalni slog / Graphic design and layout

Marko Maraković

Lektura / Language editors

Samanta Paronić (hrvatski / Croatian)

Edward Bosnar (engleski / English)

Tisak / Printed by

Tiskara Zelina d.d.

Naklada / Issued

200 primjeraka / 200 copies

Ilustracija na naslovnici

Muza Klio (Alexander S. Murray, *Manual of Mythology*, London 1898)

Časopis je u digitalnom obliku dostupan na Portalu znanstvenih časopisa Republike Hrvatske „Hrčak“ http://hrcak.srce.hr/radovi-zhp

The Journal is accessible in digital form at the Hrcak - Portal of scientific journals of Croatia http://hrcak.srce.hr/radovi-zhp