

# Tko još ne vjeruje u bajke?<sup>1</sup>

SNJEŽANA LUKAČ<sup>2</sup>, REBEKA KALAZIĆ<sup>3</sup>

**Ključni pojmovi:** bajka, primjena, matematički model, procjena rezultata

Želimo li kao nastavnici biti kreativni i inovativni? Naravno da je odgovor potvrđan. Danas je prilično lako „glumiti” kreativnost pred učenicima i iskoristiti nešto od pregršt zanimljivih sadržaja koje su nam vrijedni kolege učinile dostupnima na internetu. To je stvarno jako korisno i hvala im na tome. Pokušat ćemo i mi biti dio toga tima i podijeliti s vama ideje isprobane u našoj učionici.

Kako je učenike često teško zainteresirati za mnoge sadržaje, pokušavamo proučiti teme koje njih zanimaju, modelirati matematički nešto njima interesantno, što ne mora uvijek biti i korisno za život. Bitno je uočiti matematički model koji će, ako ga učenici shvate, kasnije lako prepoznati i u „ozbiljnijem” zadatku. Ovaj put inspiraciju smo pronašle u poznatim bajkama. Da bismo vam približile kako to izgleda, evo primjera.

## Ivica i Marica

U jednom malom gradu na obalama Bosuta živjeli su Ivica i Marica s maćehom i ocem koji je radio dva posla kako bi svojoj obitelji pružio standard dostojan prosječne hrvatske obitelji. Silno je želio svojoj djeci priuštiti dobro računalo, mobitel i kalkulator. Oni su to zaslužili jer su bili iznadprosječno dobri učenici s posebnim sklonostima prema STEM području. Supruga je raspoređivala njihov budžet, pa je novce namijenjene djeci potrošila uglavnom na wellness, frizuru, odjeću i kozmetiku, a Ivici i Marici kupila je računalo, mobitel i kalkulator na Njuškalu, sve polovno i loše kvalitete. Ivica i Marica bili su sretni kada su dobili poklone i cijele su dane proizvodili za računalom. No, brzo su se razočarali jer svoj talent nisu mogli pokazati na tako lošoj i zastarjeloj tehnici. Na kalkulatoru su mogli izvršiti tek osnovne računске operacije, a još im je maćeha prigovarala da troše previše struje i da ne može u miru gledati turske serije. Onda je jednoga dana poslala muža da ih odvede van u park, da se besplatno igraju. Otac ih je odveo i ostavio dok ode u banku po još novca svojoj

---

<sup>1</sup>Predavanje održano na 8. kongresu nastavnika matematike RH, 2018. godine u Zagrebu

<sup>2</sup>Snježana Lukač, Gimnazija M. A. Reljkovića, Vinkovci

<sup>3</sup>Rebeka Kalazić, I. gimnazija Osijek, Osijek

pohlepnoj ženi. Ivica i Marica, ne znajući se igrati na otvorenom, sjeli su na klupu i razgovarali o zadacima iz matematike kakvi se pojavljuju na maturi.

Prisluškivala ih je Vjera, učenica iz njihove škole, ne baš na dobrom glasu. Imala je vrhunsku tehnologiju i idealne uvjete za učenje, no bila je lijena, pa se provlačila uglavnom prepisujući i varajući. Naučila je koristiti jedino *PhotoMath* i nekako došla do pred kraj 1. razreda. Trebala je riješiti još zadnji test modeliranja, gdje joj ništa nije moglo pomoći osim znanja. Zнала je da su Ivica i Marica najbolji matematičari u školi i odlučila ih namamiti u svoj stan na nekoliko dana da joj rješavaju zadatke. Prišla im je i počela pričati: „Gledajte, imam novi I-phone, gle kak su super fotke, a cijena fakat prava sitnica, starci su mi kupili i novi laptop i kompić, pljucnuli desetak somova kuna, ha, ha ...dođite k meni, pa ću i vas fotkati, dam vam svoj mobač, a imam i bijeli Casio, ne znam baš kako se koristi, mogli bi vi prokužiti... dođite s menom, plizzzz!”

Znatizeljni i očarani njenim riječima, pošli su s Vjerom u njezin stan. Oduševljeni najnovijim kalkulatorom, laptopom, zbirkama i ostalim, nisu ni primijetili da je Vjera zaključala vrata. Odjednom je smiješak na njenom licu postao zloban i naredila im je da joj rješavaju zadatke. Marica se rasplakala, a Ivica ju je tješio iako je i njemu stala knedla u grlu. Cijelu noć grčevito je razmišljao kako će se vratiti kući i – do jutra je smislio.

Zapisat će na papir neke zadatke pomoću kojih bi njihovi prijatelji mogli otkriti gdje se nalaze. Papir će baciti u smeće i nadati se da će ga netko pronaći, jer njihovi prijatelji redovno nose stari papir u reciklažno dvorište.

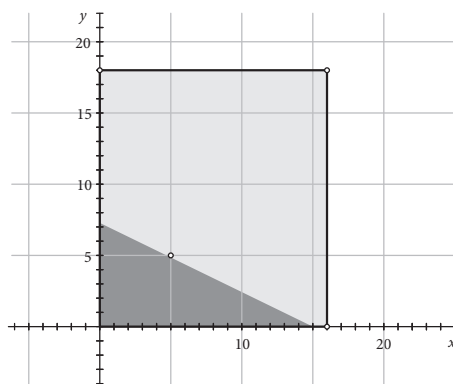
Satima su Ivica i Marica rješavali zadatke zatrpani papirima. Vjeri su sva rješenja morali prepisivati u bilježnicu, pa su nepotrebne skice bacali u koš, tako da Vjera nije primijetila da su u koš ubacili i papir sa zadacima koji bi mogli otkriti gdje se nalaze, što ona ne bi niti shvatila. Vjera je, kakva god bila, ipak ekološki osviještena pa je papire bacila u kontejner za papir.

Kada se otac Ivice i Marice vratio iz banke i shvatio da njih nema, počeo ih je očajnički tražiti, dok je njegova supruga smatrala da su to tek neodgovorna i neodgojena derišta bez kojih joj je baš lijepo jer može uživati u miru i telefonirati do mile volje.

Nitko od njihovih prijatelja nije znao gdje su nestali pa su ih odlučili potražiti.

Sutradan su rano ujutro u starom papiru ugledali hrpu listova s brojkama, formulama i skicama i prepoznali Ivičin i Maričin rukopis. Pronašli su i papir sa zadacima i shvatili da im njihovi prijatelji tako ostavljaju trag kako da ih pronađu. Probajte i vi!

1. Obitelj Linerić ima dvorište u obliku pravokutnika dimenzija  $16\text{ m} \times 18\text{ m}$ . Napravili su nacrt i smjestili ga u koordinatni sustav kao na slici. U lijevom kutu žele posaditi travu tako da je granica graf linearne funkcije nagiba  $-0.5$  tako da točka  $(5, 5)$  leži na granici. (Ishodište koordinatnog sustava su stepenice kuće, a kuća je uz park).



- a) Kolika je površina travnjaka?  
 b) Koji je postotak dvorišta bez trave?

(Rješenje: a)  $P = 56.25 \text{ m}^2$  b) 80.47 %)

2. Veslajući od starta do cilja uzvodno, Marku treba 30 minuta. Nizvodno, od cilja do starta, treba mu 10 minuta. Rijeka ga uzvodno usporava za 2 km/h, a nizvodno ga ubrzava za 2 km/h. Kolika je udaljenost od starta do cilja?  
 (Rješenje: 1 km)
3. Polumjer većeg kruga je 16 cm. Koliki je polumjer manjega kruga ako je površina kružnog vijenca trećina površine većega kruga?  
 (Rješenje:  $r \approx 13 \text{ cm}$ )
4. Pravokutno polje, kojemu je duljina tri puta veća od širine, ograđeno je sa sve četiri strane. Osim toga, presječeno je s još dvije ograde koje ga dijele na četiri manja pravokutnika. Ako je ukupna duljina ograda 540 m, kolika je površina toga polja?  
 (Rješenje: dimenzije su  $45 \text{ m} \times 135 \text{ m}$ ,  $P = 6075 \text{ m}^2$ )
5. Dizalo u zgradi može izdržati teret do 680 kg. Koliko osoba prosječne mase 65 kg može ući u dizalo ako u dizalo mora stati i teret od 70 kg?  
 (Rješenje: najviše 9 osoba)
6. Bruno, Luka i Marko nalaze se u točkama  $B(-7,9)$ ,  $L(-4,9)$  i  $M(-4,17)$ . Kreću istovremeno, jednakim brzinama, k Teni. U kojoj se točki nalazi Tena ako su sva trojica stigla do Tene istovremeno?  
 (Rješenje:  $T(-5.5,13)$ )
7. Kada je Ivan pitao Andreu u kojoj zgradi živi, ona mu je odgovorila: „Ako broj moje zgrade uvećaš tri puta, dobit ćeš broj 35 uvećan za četverostruki broj kata na kojemu živim, a dvostruki broj zgrade uvećan za trostruki broj kata jednak je 63”. Koji je broj zgrade i na kojem katu Andrea živi?  
 (Rješenje: broj zgrade je 21, 7. kat)

Riješili su sve zadatke, uzeli kartu grada i pronašli ih. Otac je bio presretan, priredio je u dvorištu roštilj za sve prijatelje. Vrlo se brzo rastao i živio sretan sa svojom pametnom dječicom.

Vjera je pala prvi razred, ispisala se i nitko ne zna ide li uopće u školu. Povremeno objavljuje fotke na Instagramu. (*Kraj.*)

#### POUKE:

*Najbolji način da se nešto nauči jest – da se samostalno otkrije.*

GEORGE POLYA

*Šteta što nisam bolje znao matematiku.*

ALBERT EINSTEIN

## Pepeljuga

Jednom davno (izvor zadataka: NCVVO), iza  $x$  gora i  $x^2$  mora, u dalekom Matkogradu živio je otac sa svojom lijepom i pametnom kćeri koja je jako voljela matematiku pa je često, dugo u noć, uz kamin rješavala zadatke. Tako je znala i zaspati i probuditi se prljava od pepela pa ju je tata od milja prozvaao Pepeljuga. Kako je bio siguran da će Pepeljuga upisati faks i odseliti se, odlučio se ponovno oženiti. Žena je imala dvije kćeri. Mislio je da će se djevojke lijepo slagati i zajedno se pripremati za maturu. Međutim, one su bile prilično lijene i nisu voljele učiti, a maćeha je bila ljubomorna što je Pepeljuga odlična učenica pa je zahtijevala da odrađuje obveze sestara kako bi one bez rada popravile ocjene.

Maćeha je dodatno poludjela kad je čula da Pepeljuga planira upisati FER te da se priprema za višu razinu mature iz matematike. Kako na maturi nema varanja i prepisivanja, njene kćeri teško će položiti i osnovnu. Tako je s jedne strane savjetovala kćerima kako da pokušaju nešto naučiti od Pepeljuge, a s druge strane smišljala kako spriječiti Pepeljugin uspjeh. Polusestre su poslušale majku i zasipale Pepeljugu pitanjima:

Koliki je umnožak rješenja jednadžbe  $10(x^2 - 1) = 21x$ ? Ako tri krojačice u pet dana sašiju 12 košulja, koliko košulja u sedam dana sašije pet krojačica? Koliko je  $5 \cdot 3^n - 3^{n+1}$ ? ...

Situacija se još dodatno zakomplicirala kad se otac vratio sa službenog puta i donio djevojkama poklone koje su poželjele, pokćerima haljine i kozmetiku, a Pepeljugi najnoviji model kalkulatora. Sad se Pepeljuga mogla još uspješnije baciti na pripreme za maturu.

Ljutita maćeha počela je kovati pakleni plan kako spriječiti Pepeljugin uspjeh. Večer prije mature, kad je Pepeljuga konačno zaspala, uzela je kalkulator, počupala mu tipke i ubacila ih u kamin. Kad se probudila i vidjela ga, djevojka je počela plakati, a maćeha je, sigurna da Pepeljuga neće ni izaći na maturu, veselo otišla u kupovinu.

Međutim, golubovi koje je Pepeljuga redovito hranila na prozoru, priskočili su joj u pomoć. Počeli su čeprkati po pepelu i donositi jednu po jednu tipku koje je Pepeljuga vraćala na svoje mjesto. Najhrabriji od njih odletio je do susjeda studenta Matka i dozvao ga brzim mahanjem krila. Matko je dojurio i motorom odvezao Pepeljugu na maturu.

Prije isteka vremena Pepeljuga je predala svoj test i pojurila kući ostavivši maćehu u uvjerenju da nije ni izašla na maturu. U žurbi je zagubila svoje bar-kodove tako da je njen test imao samo šifru i nitko nije znao kome pripada.

Vrijedna ocjenjivačka skupina pregledala je sve testove, a jedan komentar na testu riješenom 100 % posebno ih je zainteresirao!

**Zadatak:** Točka  $T(2, -6)$  pripada krivulji  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ . Odredite udaljenost tangente  $t$  na tu krivulju u točki  $T$  od ishodišta koordinatnog sustava.

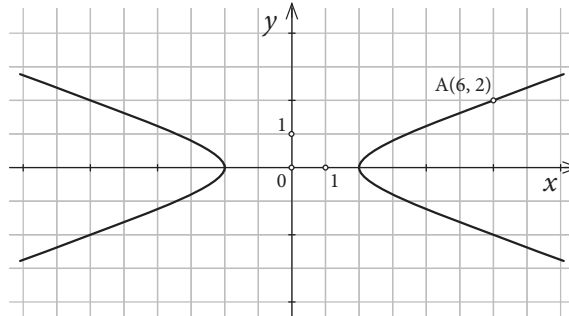
**Komentar:** „Vidim da je riječ o elipsi pa dobijem da je  $b^2 = 48$ , znači  $b$  je veće od  $a$  pa fokusi ne mogu biti na osi  $x$ , a samo za tu elipsu imamo formule u knjižici, ali čini mi se da formula za tangentu vrijedi i za fokuse na osi  $y$ ...”

100 % riješen test i ovako dobro uočavanje potaknulo je radnu skupinu da posebno nagradi i pohvali toga učenika, ali nisu mogli pronaći njegove osobne podatke čak ni nakon objavljenih rezultata na webu. Tko je mogao znati da je maćeha, saznajući da je Pepeljuga ipak bila na maturi, zaključala našu maturanticu u kuću i isključila internet.

Mladi suradnik centra, Ivan, student 4 godine FER-a, dosjetio se kako pronaći tajnovitog učenika. Bojao je da osoba nema pristup internetu pa je po svim medijima prenio šifriranu poruku: „INLDŽLJSZSNO DŽJGPDŽ HZTG PDŽ”. Vjerovao je da će je tako dobar matematičar otkriti. Pepeljuga je na TV-u vidjela poruku, a kako je poznavala Cezarovu šifru, znala je da se mora išuljati iz kuće i javiti se.

Kako u Hrvatskoj ima puno dobrih matematičara, u centru se na poziv javilo njih 52. Kako među njima pronaći našu Pepeljugu? Ivan je sastavio poseban zadatak i odlučio otići na svaku od 52 adrese.

**Zadatak:** Na slici je hiperbola realne osi 2 i njezina točka  $A(6, 2)$ . Odredite koordinate točke u kojoj tangenta na hiperbolu u točki  $A$  siječe os  $x$ .



Ivan je vjerovao kako samo tajanstvena osoba može zadatak riješiti na najkraći način i uočiti da za rješenje ne treba jednadžba hiperbole.

Kad je stigao u Pepeljuginu kuću, maćeha ga je pokušala uvjeriti da je osoba koju traži njezina kći, ali, naravno, polusestre nisu znale riješiti postavljeni zadatak. Jedna od njih otišla je do Pepeljuge, koju je maćeha zaključala u podrum, po rješenje. Pepeljuga je iskoristila trenutak i pohitala do prostorije u kojoj je bio Ivan. A on, očaran njenom pojavom, postavio joj je zadatak. Pepeljuga ga je riješila u trenu: „To je lako, tražimo točku oblika  $(x, 0)$ . Vidimo da je  $a = 2$ , uvrstimo u jednadžbu tangente i dobijemo:  $\frac{6x}{4} = 1 \rightarrow x = \frac{2}{3}$ .” Ivan je odmah znao: „To je ona, siguran sam! Kako je elegantno i kratko riješila zadatak! Odmah je shvatila da joj ne treba jednadžba hiperbole.” I tako ih je ljubav na prvi pogled odvela u zajedničku budućnost i otkrivanje svih tajni FER-a. (Kraj.)

#### POUKE:

*Uči se rješavanjem problema, a ne čitanjem udžbenika.*

E. KIM NEUBETS

*Mi nikada ne postajemo matematičari, čak ni ako naučimo napamet sve tuđe dokaze, ako naš um nije osposobljen za samostalno rješavanje postavljenih problema.*

RENÉ DESCARTES

Svi ponekad pomislimo: „Eh, da mi je čarobni štapić da zainteresiram učenike.” Možda smo malo prestari da vjerujemo u bajke, ali sigurno vjerujemo da naše učenike možemo zainteresirati za rješavanje matematičkih zadataka.