Linearna kombinacija vektora u školskim predmetima: kemiji, fizici i hrvatskom jeziku

Petar Mladinić[1]

Vektori su pojam koji se poučava u školskoj matematici i to je jedan od temeljnih pojmova moderne matematike.

Uobičajeno ga susrećemo u nastavi matematike i posebice u fizici (ali na sasvim drukčiji način nego u nastavi matematike).

Nitko niti ne pokušava taj matematički alat prezentirati kao alat u drugim predmetima (osim u fizici na poseban način).

U ovom tekstu ukazat ćemo na moguću uporabu vektora u kemiji, fizici i hrvatskom jeziku.

Pojmovi koji se ovdje rabe pojmovi su koji se poučavaju u školskoj nastavi. Ukazujemo na dubinske veze sa spomenutim školskim predmetima. Vektori nam ovdje omogućuju „globalni"/opći apstraktni pogled i primjenu utemeljenu na dubinskom razumijevanju općeg pojma modela/modeliranja matematičkim alatom (u ovom slučaju vektorom) i konkretnog sadržaja (koji je i sam po prirodi neka apstrakcija i model) iz nekog školskog predmeta.

Čitatelj će presuditi je li ovo ukazivanje produktivno i jesu li ovdje iznijeti argumenti prihvatljivi u školskoj nastavi.

Uvod: pojmovi, jednadžbe, prikazi/zapisi, poučci

Ukazat ćemo samo na neke (u natuknicama) pojmove i činjenice koje ćemo uporabiti u daljnjem tekstu.

Svi pojmovi (spomenuti i nespomenuti) i činjenice koje ćemo ovdje iznijeti poučavaju se i uče u školskoj nastavi spomenutih predmeta.

Dakle, u ovom tekstu neće biti pojmova nepoznatih u kurikulima matematike, fizike i hrvatskog jezika.

[1]Petar Mladinić, Zagreb

a) Vektori

Podsjetimo na neke pojmove vektorskog računa koje ćemo u nastavku uporabiti u radu.

Kažemo da su vektori $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \dots, \vec{a}_n$ linearno nezavisni ako iz

$$\alpha_1\vec{a}_1 + \alpha_2\vec{a}_2 + \dots + \alpha_n\vec{a}_n = \vec{0}$$

slijedi da je

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_n = 0.$$

Inače su linearno zavisni vektori.

Maksimalan broj linearno nezavisnih vektora je dimenzija vektorskog prostora.

U ravnini (u 2D) dva su nekolinearna vektora linearno nezavisna, a dimenzija ravnine jednaka je 2.

Svaki se vektor $\vec{c}$ u ravnini može prikazati kao linearna kombinacija linearno nezavisnih vektora $\vec{a}$ i $\vec{b}$, tj. vrijedi

$$\vec{c} = \alpha\vec{a} + \beta\vec{b}, \alpha, \beta \in \mathbb{R}.$$

Analogno, u 3D prostoru su tri nekomplanarna vektora $\vec{a}, \vec{b}$ i $\vec{c}$ linearno nezavisna i pomoću njih se svaki vektor $\vec{d}$ može prikazati kao njihova linearna kombinacija, tj. vrijedi

$$\vec{d} = \alpha\vec{a} + \beta\vec{b} + \gamma\vec{c}, \alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}.$$

Dakle, ova se analogija može primijeniti i na višedimenzijske prostore (*n* dimenzija), tj. svaki se vektor $\vec{b}$ u tom prostoru može prikazati kao linearna kombinacija linearno nezavisnih vektora $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \dots, \vec{a}_n$, tj. vrijedi

$$\vec{b} = \alpha_1\vec{a}_1 + \alpha_2\vec{a}_2 + \dots + \alpha_n\vec{a}_n, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n \in \mathbb{R}.$$

Svaki skup n linearno nezavisnih vektora zove se baza n-dimenzijskog vektorskog prostora V^n.

Ako su $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \dots, \vec{e}_n$ jedinični linearno nezavisni vektori, onda se svaki vektor $\vec{a}$ u V^n može prikazati kao njihova linearna kombinacija, tj. kao

$$\vec{a} = a_1\vec{e}_1 + a_2\vec{e}_2 + \dots + a_n\vec{e}_n, a_1, a_2, \dots, a_n \in \mathbb{R}.$$

Baza je skup $\{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \dots, \vec{e}_n\}$.

Brojevi $a_1, a_2, \dots, a_n$ zovu se koordinate vektora i u gornjoj su relaciji jedinstveni, tj. na jednoznačan način definiraju linearnu kombinaciju vektora $\vec{a}$.

Koordinatni zapis vektora $\vec{a}$ prikazat ćemo kao uređenu n-torku brojeva

$$\vec{a} = (a_1, a_2, \dots, a_n).$$

Primjer 1. *U ravnini s Kartezijevim pravokutnim koordinatnim sustavom jedinični koordinatni su vektori* $\vec{i}, \vec{j}$ *, pa je baza* $\{\vec{i}, \vec{j}\}$ *. Zapišimo koordinate tih jediničnih vektora i prikažimo koordinatni zapis bilo kojeg vektora* $\vec{a}$ *.*

Koordinate jediničnih vektora su $\vec{i} = (1,0)$ i $\vec{j} = (0,1)$.

Vektor $\vec{a}$ prikazuje se kao linearna kombinacija

$$\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j}$$

ili, koordinatno,

$$\vec{a} = (a_x, a_y).$$

Zadatak 1. *Prikažite linearnu kombinaciju bilo kojeg vektora* $\vec{a}$ *i njegov koordinatni prikaz u prostoru u kojem je definiran pravokutni Kartezijev koordinatni sustav s jediničnim koordinatnim vektorima* $\vec{i}, \vec{j}$ *i* $\vec{k}$ *.*

(*Rješenje*: $\vec{i} = (1,0,0)$, $\vec{j} = (0,1,0)$, $\vec{k} = (0,0,1)$, $\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}$ ili $\vec{a} = (a_x, a_y, a_z)$)

b) Kemijske jednadžbe

Prikaz kemijske reakcije pomoću kemijske formule, primjerice

$$CH_4 + 2O_2 \to CO_2 + 2H_2O,$$

prikazuje izgaranje metana, reakciju predočenu pretvorbom jedne molekule metana s dvije molekule kisika u molekulu ugljikovog dioksida i dvije molekule vode.

Formule lijevo od strjelice predočuju jedinke *reaktanata*, a formule desno od strjelice jedinke *produkata*.

Stehiometrijski izjednačena jednadžba vjerno odražava očuvanje atoma u kemijskoj reakciji (u skladu sa zakonom o očuvanju mase), tako da je broj atoma pojedinih kemijskih elemenata na lijevoj i desnoj strani jednadžbe jednak.

c) Diofantske jednadžbe

Linearna diofantska jednadžba u *n* varijabli jednadžba je oblika

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \ldots + a_nx_n = b, a_i \in \mathbb{Z}, i = 1, \ldots, n, b \in \mathbb{Z}$$

čija rješenja $x_1, x_2, \ldots, x_n$ tražimo u skupu $\mathbb{Z}$ cijelih brojeva.

Poučak 1. *Jednadžba*

$$ax + by = c, a^2 + b^2 \neq 0, a, b, c \in \mathbb{Z}$$

ima cjelobrojno rješenje ako i samo ako je $D(a,b) \mid c$, *gdje je* $D(a,b)$ *najveća zajednička mjera/djelitelj brojeva a i b.*

Riješimo sljedeće primjere.

Primjer 2. *Ima li jednadžba* $3x+5y=8$ *cjelobrojna rješenja? Ako ima, onda nađite barem dva cjelobrojna rješenja.*

Vidimo da je $D(3,5)=1$ i da $1|8$, pa jednadžba ima cjelobrojna rješenja. Lako je odrediti sljedeća dva cjelobrojna rješenja $(1,1)$ i $(11,-5)$.

Primjer 3. *Ima li jednadžba* $12x+3y=5$ *cjelobrojna rješenja?*

Ova diofantska jednadžba nema cjelobrojnih rješenja jer $D(12,3)\nmid 5$.

Analogno, vrijedi sljedeći poučak i primjer.

Poučak 2. Jednadžba

$$ax+by+cz=d, a^2+b^2+c^2\neq 0, a,b,c,d\in\mathbb{Z}$$

ima cjelobrojno rješenje ako i samo ako je $D(a,b,c)\,|\,d$.

Primjer 4. *Ima li jednadžba* $2x+3y+5z=15$ *cjelobrojna rješenja?*

Vidimo da je $D(2,3,5)=1$ i da 1 dijeli 15, pa jednadžba ima cjelobrojna rješenja. Jedno od rješenja je uređena trojka $(1,1,2)$.

d) Fizikalne veličine

Međunarodni SI sustav jedinica omogućuje nam da se fizikalne veličine, primjerice, mogu predočiti pomoću mase M, duljine L i vremena T.

Najčešće je taj prikaz u obliku

$$M^a L^b T^c, \text{ gdje su } a,b,c\in\mathbb{Q}.$$

Razmotrimo tri slučaja primjene pojma linearne kombinacije vektora u nastavi.

Linearna kombinacija vektora u kemiji: određivanje koeficijenata u kemijskim jednadžbama

U ranije spomenutom primjeru prikaza kemijske reakcije pomoću formule vidimo da vrijedi

$$CH_4+2O_2\rightarrow CO_2+2H_2O.$$

Prikažimo ovu formulu vektorima.

U našem primjeru imamo 3 elementa: C, H i O, i tu je riječ o 3D prostoru. Ova tri kemijska elementa definiraju bazu $\{C,H,O\}$ linearno nezavisnih vektora u 3D prostoru čije su koordinate

$$C=(1,0,0), H=(0,1,0), O=(0,0,1).$$

Molekula CH_4 vektor je s koordinatama

$$CH_4 = C + H_4 = C + 4 \cdot H = (1,0,0) + 4 \cdot (0,1,0) = (1,4,0).$$

Koordinatni prikazi ostalih molekula su

$$O_2 = 2 \cdot O = 2 \cdot (0,0,1) = (0,0,2),$$

$$CO_2 = C + O_2 = (1,0,0) + (0,0,2) = (1,0,2)$$

i

$$H_2O = H_2 + O = 2 \cdot H + O = 2 \cdot (0,1,0) + (0,0,1) = (0,2,0) + (0,0,1) = (0,2,1).$$

Dakle, linearne kombinacije lijeve i desne strane kemijske jednadžbe su jednake, tj. vrijedi

$$\alpha \cdot CH_4 + \beta \cdot O_2 = \gamma \cdot CO_2 + \delta \cdot H_2O, \alpha, \beta, \gamma, \delta \in \mathbb{N}.$$

Brojevi $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ predočuju broj molekula u kemijskom procesu.

Odavde je

$$\alpha(1,4,0) + \beta(0,0,2) = \gamma(1,0,2) + \delta(0,2,1),$$

odnosno

$$(\alpha, 4\alpha, 2\beta) = (\gamma, 2\delta, 2\gamma + \delta).$$

Iz koordinatnog prikaza slijedi da vrijedi

$$\begin{cases} \alpha &= \gamma \\ 4\alpha &= 2\delta \\ 2\beta &= 2\gamma + \delta \end{cases}$$

odnosno

$$\begin{cases} \alpha - \gamma &= 0 \\ 4\alpha - 2\delta &= 0 \\ 2\beta - 2\gamma - \delta &= 0 \end{cases}$$

$\alpha, \beta, \gamma, \delta \in \mathbb{N}$ .Ovo su diofantske linearne jednadžbe za koje je najmanji broj molekula, tj. rješenje

$$\alpha = 1, \beta = 2, \gamma = 1, \delta = 2.$$

Riješimo dva primjera kemijskih jednadžbi.

Primjer 5. *Odredimo koeficijente u kemijskoj jednadžbi*

$$\alpha \cdot NaCl + \beta \cdot H_2SO_4 \rightarrow \gamma \cdot Na_2SO_4 + \delta \cdot HCL.$$

Baza ove kemijske formule čini 5 kemijskih elemenata $\{Na, Cl, H, S, O\}$ i radi se o 5D prostoru čiji su koordinatni vektori

$$Na = (1,0,0,0,0), Cl = (0,1,0,0,0), H = (0,0,1,0,0), S = (0,0,0,1,0), O = (0,0,0,0,1).$$

Odavde slijedi da je prikaz linearne kombinacije kemijske formule

$$\alpha(1,1,0,0,0)+\beta(0,0,2,1,4)=\gamma(2,0,0,1,4)+\delta(0,1,1,0,0),$$

odnosno

$$(\alpha,\alpha,2\beta,\beta,4\beta)=(2\gamma,\delta,\delta,\gamma,4\gamma).$$

Iz jednakosti istoimenih koordinata lijeve i desne strane dobivamo da su najmanje pozitivne cjelobrojne vrijednosti

$$\alpha=2,\beta=1,\gamma=1,\delta=2.$$

Primjer 6. *Odredimo koeficijente u kemijskoj jednadžbi*

$$\alpha\cdot Ca+\beta\cdot H_3PO_4\to\gamma\cdot Ca_3(PO_4)_2+\delta\cdot H_2.$$

Bazu ove jednadžbe čine kemijski elementi $\{Ca,H,P,O\}$, a njihove su koordinate u ovom slučaju

$$Ca=(1,0,0,0,),H=(0,1,0,0),P=(0,0,1,0),O=(0,0,0,1).$$

Koordinate molekula su $H_3PO_4=(0,3,1,4),Ca_3(PO_4)_2=(3,0,2,8)$ i $H_2=(0,2,0,0)$, a koordinate linearne kombinacije molekula na desnoj i lijevoj strani jednadžbe jednake su, tj. vrijedi

$$(\alpha,3\beta,\beta,4\beta)=(3\gamma,2\delta,2\gamma,8\gamma).$$

Odavde dobivamo

$$\begin{cases}\alpha &= 3\gamma\\ 3\beta &= 2\delta\\ \beta &= 2\gamma\\ 4\beta &= 8\gamma.\end{cases}$$

Stavimo li za $\gamma=t$, dobivamo $\alpha=3\cdot t,\beta=2\cdot t,\delta=3\cdot t.$

Za vrijednost $t=1$ dobivamo $\alpha=3,\beta=2,\gamma=1$ i $\delta=3$.

Kemijska formula procesa je

$$3\cdot Ca+2\cdot H_3PO_4\to 1\cdot Ca_3(PO_4)_2+3\cdot H_2.$$

Zadatak 2. *Odredite koeficijente u kemijskoj jednadžbi:*

a) $\alpha\cdot KMnO_4+\beta\cdot H_2SO_4+\gamma\cdot KBr\to\delta K_2SO_4+\epsilon\cdot Br_2+\zeta\cdot MnSO_4+\eta\cdot H_2O$

b) $\alpha\cdot As_2S_3+\beta\cdot H_2O+\gamma\cdot HNO_3\to\delta NO+\epsilon\cdot H_3AsO_+\zeta\cdot H_2SO_4.$

(*Rješenje:*

a) $\alpha=2,\beta=8,\gamma=10,\delta=6,\ \epsilon=5,\zeta=2,\eta=8$;

b) $\alpha=3,\beta=4,\gamma=28,\delta=28,\epsilon=6,\zeta=9$.)

Linearna kombinacija vektora u fizici: analiza dimenzija fizikalnih veličina

Najčešće je prikaz veličina u dijelu školske fizike u obliku

$$M^aL^bT^c,\quad \text{gdje su}\quad a,b,c\in\mathbb{Q}.$$

Dakle, radi se o 3D vektorskom prostoru čija je baza $\{M,L,T\}$.

Izraz $v=M^aL^bT^c$ je vektor $\vec{v}=(a,b,c)$, gdje su koordinatni prikazi vektora baze

$$M=(1,0,0), L=(0,1,0), T=(0,0,1).$$

Ilustrirajmo sljedećim primjerom.

Primjer 7. Prikažimo koordinatno na ovaj način vektor sile $F = m \cdot a$.

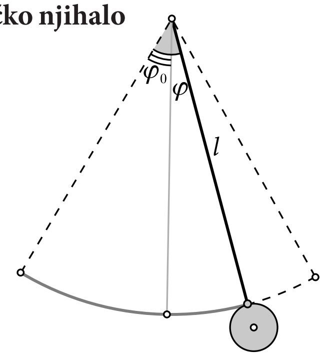
Znamo da je $F=m\cdot s\cdot t^{-2}$. Koordinatno/dimenzijski prikazan je kao $F=(1,1,-2)$.

Dimenzijska analiza svodi se na uočavanje linearne zavisnosti među vektorima.

Pokažimo takvu analizu u sljedeća dva primjera.

Primjer 8. *Pronađimo zakon matematičkog njihala.*

Matematičko njihalo



Pretpostavimo da vrijeme T matematičkog njihala ovisi o duljini niti l, masi njihala m i gravitacijskoj akceleraciji g.

To su sve pojmovi uočljivi u definiranju matematičkog njihala.

Dakle, pretpostavljena veza/zavisnost opisana je sljedećim izrazom

$$T=kl^{\alpha}m^{\beta}g^{\gamma},$$

gdje je k numerička konstanta (bez dimenzije) uobičajena u fizici i analizi ovakvog pojma.

Koordinatni prikazi veličina T, m i g su $T=(0,0,1), m=(1,0,0)$ i $g=(0,1,-2)$.

Dakle, linearna zavisnost dana je s

$$(0,0,1)=\alpha(0,1,0)+\beta(1,0,0)+\gamma(0,1,-2),$$

odnosno

$$(0,0,1)=(\beta,\alpha+\gamma,-2\gamma).$$

Odavde se dobiva sustav linearnih jednadžbi čije je rješenje

$$\alpha=\frac{1}{2},\beta=0,\gamma=-\frac{1}{2}.$$

Dakle, naš dimenzijski model matematičkog njihala je

$$T=kl^{\frac{1}{2}}m^{0}g^{-\frac{1}{2}},$$

odnosno

$$T=k\cdot\sqrt{\frac{l}{g}}.$$

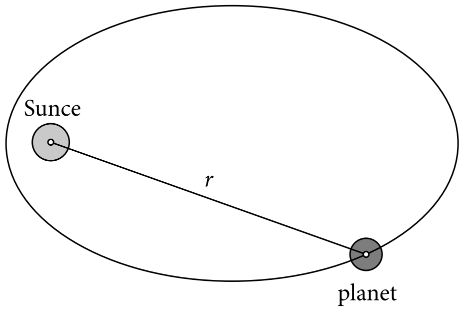
Konstanta k ne može se općenito odrediti ovom analizom jer je ona bez dimenzije i njena se vrijednost (uobičajeno je u fizici) određuje eksperimentom.

U našem je primjeru $k=2\pi$, pa je formula fizikalnog zakona

$$T=2\pi\cdot\sqrt{\frac{l}{g}}.$$

Primjer 9. *Analizirajmo 3. Keplerov zakon koji govori o gibanju planeta oko Sunca.*

Pretpostavimo da vrijeme T rotiranja planeta oko Sunca zavisi od udaljenosti r planeta od Sunca, mase Sunca m i univerzalne gravitacijske konstante G.



Imamo sličan model kao u prethodnom primjeru

$$T=kr^{\alpha}m^{\beta}G^{\gamma},$$

gdje je k numerička konstanta (bez dimenzije).

Univerzalna gravitacijska konstanta iznosi $G=6,67428\cdot10^{-11}m^{3}kg^{-1}s^{-2}$.

Dakle, koordinatni su prikazi

$$T=(0,0,1), r=(0,1,0), M=(1,0,0), G=(-1,3,-2).$$

Odavde je lako zapisati linearnu kombinaciju vektora

$$(0,0,1)=(0,\alpha)+(\beta,0,0)+(-\gamma,3\gamma,-2\gamma)$$

i dobiti da su

$$\alpha=\frac{3}{2}, \beta=-\frac{1}{2}, \gamma=-\frac{1}{2}.$$

To znači da je traženi zakon gibanja u Sunčevu sustavu jednak

$$T=kr^{\frac{3}{2}}m^{-\frac{1}{2}}G^{-\frac{1}{2}},$$

odnosno

$$T^2=k^2r^3m^{-1}G^{-1}.$$

Uočimo da su veličine *k*, *m* i *G* konstantnih vrijednosti, pa odavde slijedi 3. Keplerov zakon:

kvadrat vremena rotacije planeta proporcionalan je kubu udaljenosti od Sunca.

Napomena: Dimenzijska analiza dovodi do pogrešnih rješenja ako u modelu „sudjeluju" pogrešne/krive fizičke veličine.

Zadatak 3. *Nađite jedan primjer fizikalnog zakona koji pomoću dimenzijske analize možete obrazložiti/otkriti njegov zapis.*

Linearna kombinacija vektora u hrvatskom jeziku: je li Krilov u pravu?

Ruski književnik **Ivan Andejevič Krilov** (1769. – 1844.) napisao je sljedeću basnu koja se uči u našim školama:

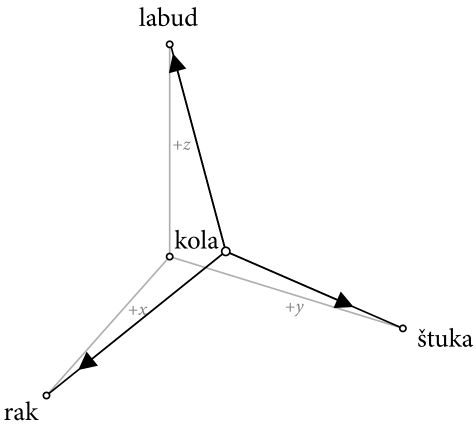
Labud, rak i štuka

Među drugovima kad nestane sloge,
Neprilike tada pojave se mnoge,
i namjesto rada iskrsne muka.
Jednom su se tako labud, rak i štuka
Upregli da vuku nakrcana kola
Preko brda, dola.
Znoje se i muče, al' kola ni smjesta,

iako je njihov teret posve lak.
Rak unatrag vuče, labud pod oblak,
A štuka u vodu zaroni i nesta.
Tko je kriv, ja ne znam - nisu brige moje,
Ali kola tamo još i sada stoje.

Analizirajmo ovu basnu i njezinu pouku. Očito je riječ o 3 sile kojima labud, rak i štuka djeluju na nakrcana kola.

Dakle, radi se o silama koje se mogu prikazati vektorima $\vec{l}, \vec{r}, \vec{š}$.



Krilov u basni tvrdi da za ove vektore vrijedi $\vec{l} + \vec{r} + \vec{š} = \vec{0}$ jer *„kola tamo još i sada stoje"*.

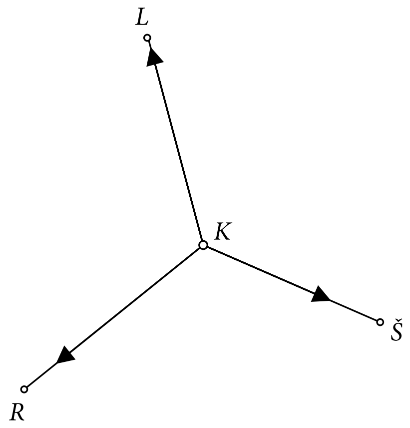
Je li to moguće? Je li moguće da 3 vektora zbrojena daju nulvektor $\vec{0}$?

Zbroj 3 vektora može biti jednak nulvektoru $\vec{0}$ ako su u istoj ravnini, tj. ako su *komplanarni*. U tom slučaju oni su linearno zavisni i jedan se od njih može prikazati kao linearna kombinacija preostalih dvaju. Primjerice,

$$\overrightarrow{s} = \alpha \cdot \vec{l} + \beta \cdot \vec{r}, \alpha, \beta \neq 0.$$

Vrijedi li ova tvrdnja za bilo koji $\alpha, \beta \neq 0$?

Uočimo da u ovom slučaju ta tri vektora „razapinju" ravninski trokut s vrhovima $L, R, Š$, a unutar trokuta je točka K kao početna za $\vec{r} = \overrightarrow{KR}$, $\vec{l} = \overrightarrow{KL}$ i $\vec{š} = \overrightarrow{KŠ}$.



Iz vektorskog računa znamo da vrijedi sljedeći poučak.

Poučak 3. (Poučak o težištu trokuta)

Zbroj vektora težišnica trokuta jednak je nulvektoru. Obratno, ako je zbroj radij-vektora vrhova trokuta jednak nulvektoru, tada je početna točka težište trokuta.

Odavde zaključujemo da je točka K težište trokuta $\Delta LRŠ$ i da jedino u tom slučaju *kola ... stoje*.

Zaključak: Ovdje se možemo zapitati treba li fantastična priča poput basne biti realna?

Basna je utemeljena na realnom iskustvu čitatelja i ona opisuje situaciju u kojoj se akteri nalaze u tri različita područja (voda, kopno i zrak).

Svaki model ima „realnu podlogu", pa tako i basna ima „realan opis" povlačenja kola.

Iz tog modela eksplicitno slijedi i „naravoučenje" koje također treba imati „realan rezultat".

No, matematizacija basne daje 3D model kao opći/stereometrijski model. Iz analize tog modela uočavamo uvjete koji trebaju biti ispunjeni kako bi kola ostala na mjestu, a ti uvjeti narušavaju „univerzalnost" tvrdnje da se kola nisu mogla pomaknuti (bez obzira gdje se akteri nalazili i koliko snažno vukli kola).

Krilovljeva basna nije korektna u matematičkom smislu i sukladno tome „naravoučenje" iliti poruka nije bezuvjetno točna i kao takva nema uporište u iskustvu čitatelja.

U odgojnom i obrazovnom smislu trebalo bi je izbjegavati jer nije bezuvjetno/općenito istinita, što svaka basna mora biti. Ova je basna jedino istinita uz uvjete koji realno nisu općeniti, tj. da labud, rak i štuka budu u istoj ravnini, a kola u težištu trokuta $\Delta LR\check{S}$.

Mogu li ovi uvjeti uočeni analizom biti realno mogući, tj. da rak, labud i štuka djeluju u istoj ravnini?

Trokut ni ne postoji u realnosti, već tek kada si nacrtamo sile, a tvrdnja s težištem zapravo je reformulacija uvjeta ravnoteže.

Trokut (ravninski ili prostorni) je model kojim se vizualizira Krilovljeva basna i ovdje igra poveznicu matematike i hrvatskog jezika.

I na kraju:

U ovom smo tekstu ukazali na moguću (neuobičajenu) uporabu nekoliko matematičkih pojmova ilustrirajući (i predlažući) iskorak iz „suhe" matematike. Mogu li se slični iskoraci učiniti u školskoj matematici? Mi mislimo da mogu! Evo, primjerice, jednog takvog iskoraka.

U Bibliji je opisan opći potop kojim je Bog kaznio grješnike, a Noi omogućio spas ljudskog roda, biljnog i životinjskog svijeta. Kolika količina vode treba da se potopi Zemlja? Ima li te količine na Zemlji? Ili se ne radi o Zemlji kao sferi, nego se radi samo dolini u kojoj je živio Noa? Koja planina „omeđuje" tu dolinu i koliko je visoka? Ima li i u tom slučaju na Zemlji tolika količina vode za opći potop?

To su sve podatci koje se uči u zemljopisu. Analiza tih podataka i „suočavanje" s tvrdnjom o općem potopu mogu nam ukazati na „realnost" biblijske priče.