

## Simuliranje ponašanja prednapetih nosača sa različitim stupnjem prednapinjanja

### Marino Jurišić

Sveučilište u Mostaru, Građevinski fakultet, mag. ing. aedif.  
marino.jurisc@gf.sum.ba

### Dragan Ćubela

Sveučilište u Mostaru, Građevinski fakultet, dr. sc.  
dragan.cubela@gf.sum.ba

### Mladen Kustura

Sveučilište u Mostaru, Građevinski fakultet, dr. sc.  
mladen.kustura@gf.sum.ba

**Sažetak:** U radu numerički se obrađuje eksperiment u kojem je napravljeno 5 „T“ nosača koji su opterećeni do loma pod presom. Nosači su projektirani tako da imaju istu graničnu nosivost uz različit odnos armiranja prednapetom i mekom armaturom. Daje se detaljan pregled eksperimenta sa točnim dimenzijama presjeka, kao i točnim položajem i odnosom prednapete i meke armature. Kao rezultat eksperimenta prikazane su i analizirane krivulje sila-pomak na pojedinim nosačima. Prikazan je i numerički model za nosače armirane prema eksperimentu. Korištena su dva modela materijala za analizu nosača; računski model materijala kako bi se provjerila računaska lomna sila nosača i novi proizvoljni model materijala u kojem se određuje posebno ponašanje betona u vlaknu kako bi se simuliralo stvarno ponašanje nosača. Svi nosači su postupno dovedeni do numeričkog loma inkrementalnim povećavanjem opterećenja koje simulira povećanje opterećenja na presi. Naposljetku, daje se analiza i usporedba rezultata numeričkog modela sa eksperimentom, kao i zaključak o valjanosti numeričkog modela.

**Ključne riječi:** eksperiment, prednapinjanje, numerički model, model materijala, nelinearna analiza

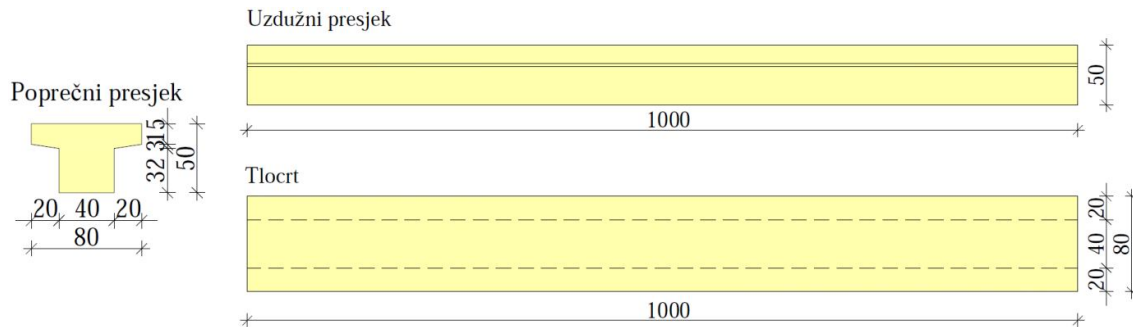
## Simulating the behavior of prestressed beams with different degrees of prestressing

**Abstract:** The paper covers numerical analysis of an experiment with five T-beams that are loaded to failure. The beams are designed to have the same ultimate bearing capacity with different ratios of prestressed to classic reinforcement. A detailed overview of the experiment is shown with exact section dimensions, as well as exact position and ratio of prestressed to classic steel. As a result of the experiment, force-displacement diagrams for each beam are presented and analyzed. Numerical model of the beams, reinforced in accordance with the experiment, is also shown. Two models for materials are used to analyze the beams: design model to check the design failure force and a new material model with concrete tension to simulate the actual behavior of the beams. All beams are gradually loaded to numerical failure by incrementally increasing the load that simulates press load. At the end, an analysis and comparison between experimental and numerical results is conducted to determine if the numerical model is a good representation of actual beam behavior.

**Key words:** experiment, prestressing, numerical model, material model, nonlinear analysis

## 1. PREGLED EKSPERIMENTA

Eksperiment je napravljen u suradnji s Katedrom za konstrukcije Građevinskog fakulteta Sveučilišta u Mostaru i Katedrom za betonske konstrukcije i mostove Fakulteta građevinarstva, arhitekture i geodezije Sveučilišta u Splitu u sklopu dvije doktorske disertacije. [1][2] U eksperimentu je ispitano 5 tipova nosača (A, B, C, D i E), a ovdje je obrađen tip nosača C. Tip nosača C je klasični T presjek međukatnog nosača koji se najčešće koriste kao stropni ili krovni nosivi elementi. Ovi nosači su jedni od najracionalnijih i najviše rabljenih u praksi. Mogu se izvoditi sa prednapetom i sa mekom armaturom. Uobičajeni rasponi su 8 – 12 m. U ovom eksperimentu urađeni su nosači ukupne dužine 10 m. Statički sustav je tipa proste grede raspona 9.5 m (0.25 m prepušteni nosači preko oslonaca). Kod poprečnog presjeka širina gornje pojasnice je 80 cm, dok je širina rebra 40 cm. Ukupna visina presjeka je 50 cm, visina gornje pojasnice je 15 cm, a ravnog dijela rebra je 32 cm. Donji dio gornje pojasnice se u visini 3 cm stanjuje od spoja na rebro debljine 18 cm do ruba od 15 cm. Geometrija nosača prikazana je na slici 1.



Slika 1. Geometrija nosača tipa C

Napravljeno je 5 nosača tipa C koji se razlikuju u armaturi donje zone, s različitim stupnjem prednapinjanja. Stupanj prednapinjanja određen je prema izrazu:

$$\mu_p = \frac{A_p}{A_p + n \cdot A_s}$$

Gdje je:

$\mu_p$  – stupanj prednapinjanja

$A_p$  – površina prednapete armature

$n$  – odnos čvrstoće klasičnog armaturnog čelika i čelika za prednapinjanje

$A_s$  – površina klasičnog armaturnog čelika

Jurišić, M., Čubela, D., Kustura, M.

## Simuliranje ponašanja prednapetih nosača sa različitim stupnjem prednapinjanja

Nosači su projektirani da zadrže sličnu nosivost (isti mehanički koeficijent armiranja) ali da imaju različite stupnjeve prednapinjanja. Tako je nosač C1 armiran samo prednapetom armaturom i ima stupanj prednapinjanja  $\mu_p = 1.0$ . Nosač C2 armiran je većinom prednapetom armaturom i manjim dijelom klasičnom armaturom i ima stupanj prednapinjanja  $\mu_p = 0.8$ . Nosač C3 armiran je podjednako prednapetom i klasičnom armaturom sa stupnjem prednapinjanja  $\mu_p = 0.56$ . Nosač C4 armiran je većim dijelom klasičnom armaturom i manjim dijelom prednapetom sa stupnjem prednapinjanja  $\mu_p = 0.33$ . Na kraju, nosač C5 armiran je samo klasičnom armaturom sa stupnjem prednapinjanja  $\mu_p = 0$ .

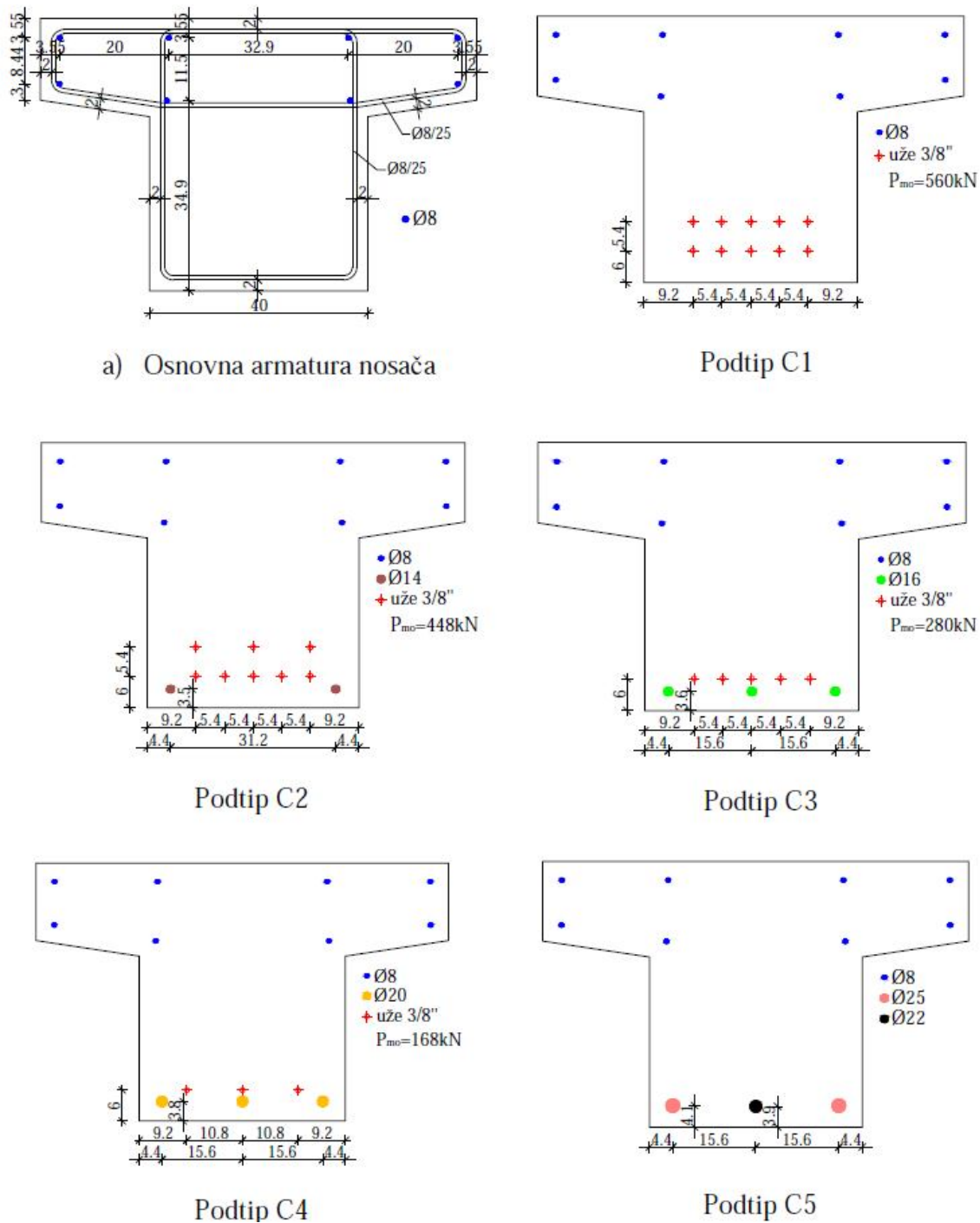
Svi nosači napravljeni su od betona klase C40/50. Korištene su klasične armature rebraste šipke promjera  $\Phi 8\text{mm}$  do  $\Phi 25\text{mm}$  napravljene od čelika kvalitete B500B. Prednapeta armatura je u svim nosačima užad promjera 3/8" ispletena od 7 žica (jedna centralna i 6 spiralnih) i poprečnog presjeka jednog užeta  $52\text{ mm}^2$ . Čelik korišten za prednapetu armaturu je Y1860S7. Nosači su prednapeti tehnologijom prednapinjanja prije očvršćivanja (prethodnog prednapinjanja) na stazi za prednapinjanje. Ova tehnologija podrazumijeva prednapinjanje užadi prije ugradnje betona, gdje silu prednapinjanja preuzimaju sidra na krajevima staze. Nakon što se beton ugradi i očvršne užad se otpušta sa sidara i sila prednapinjanja se unosi u betonski nosač pomoću trenja između čelika za prednapinjanje i betona. Trenutni gubici od zaklinjenja su zanemarivi zbog dužine staze, a trenutni gubici od trenja ne postoje u ovakvoj tehnologiji prednapinjanja jer se trenje koristi za unošenje sile u presjek. Od trenutnih gubitaka uzimaju se jedino gubici od elastičnog skraćivanja nosača pri unosu sile prednapinjanja. Početno naprezanje na nosaču iznosilo je  $\sigma_{p0} \approx 1076.4\text{ MPa}$ . U tablici 1 prikazani su osnovni podaci o ugrađenoj armaturi u nosačima, stupnju prednapinjanja  $\mu_p$  i početnoj sili prednapinjanja  $P_{m0}$ . Na slici 2 prikazani su presjeci svih podtipova nosača C (C1, C2, C3, C4, C5, kao i osnovna armatura).

Tablica 1. Osnovni podaci o ugrađenoj armaturi u nosačima, stupnju prednapinjanja  $\mu_p$  i početnoj sili prednapinjanja  $P_{m0}$

Tip nosača	Prednapeta armatura	Klasična armatura	Stupanj prednapinjanja $\mu_p$	Početna sila prednapinjanja $P_{m0}$ (kN)
C1	10 $\Phi 3/8''$	-	1.00	580
C2	8 $\Phi 3/8''$	2 $\Phi 14$	0.80	464
C3	5 $\Phi 3/8''$	3 $\Phi 16$	0.56	290
C4	3 $\Phi 3/8''$	3 $\Phi 20$	0.33	174
C5	-	1 $\Phi 22+2\Phi 25$	0.00	-

Jurišić, M., Čubela, D., Kustura, M.

Simuliranje ponašanja prednapetih nosača sa različitim stupnjem prednapinjanja



Slika 2. Armatura ispitanih betonskih nosača

Jurišić, M., Čubela, D., Kustura, M.

### Simuliranje ponašanja prednapetih nosača sa različitim stupnjem prednapinjanja

Prilikom betoniranja uzeto je 12 uzoraka na kojima je utvrđeno: tlačna čvrstoća betona, savojna vlačna čvrstoća betona i modul elastičnosti betona. Tri uzorka su kocke dimenzija 150x150x150 mm. Kocke su čuvane u laboratorijskim uvjetima i na njima je nakon 28 dana ispitana tlačna čvrstoća.

Ostalih 9 uzoraka ispitano je istovremeno sa ispitivanjem nosača. Na tri kocke dimenzija 150x150x150 mm ispitana je tlačna čvrstoća betona, na tri valjka dimenzija D/H = 150x300 mm ispitana je tlačna čvrstoća i modul elastičnosti betona, te na tri prizme dimenzija 100x100x400 mm ispitana je vlačna čvrstoća savijanjem. Uzorci su čuvani u istim uvjetima kao i nosači do trenutka ispitivanja.

Prije ugradnje armature u nosače uzeti su uzorci svih profila armature i užadi za prednapinjanje iz više šarži koji su ispitani na kidalici, pri čemu je određena vlačna čvrstoća i modul elastičnosti. U nastavku su prikazani parametri betona (Tablica 2) i parametri klasične (Tablica 3) i prednapete (Tablica 4) armature za kratkotrajno opterećenje.

Tablica 2. Parametri betona C40/50 za kratkotrajno opterećenje

Beton C40/50	
Gustoća betona (t = 28 dana)	$\rho_c = 2444 \text{ kg/m}^3$
Tlačna čvrstoća (t = 28 dana) utvrđena na kockama	$f_{ck} = 56.8 \text{ MPa}$
Tlačna čvrstoća (na dan ispitivanja nosača) utvrđena na kockama	$f_{ck} = 58.9 \text{ MPa}$
Tlačna čvrstoća (na dan ispitivanja nosača) utvrđena na valjcima	$f_{ck} = 53.1 \text{ MPa}$
Tlačna čvrstoća (nakon ispitivanja nosača) utvrđena na valjcima uzetim iz nosača	$f_{ck} = 44.75 \text{ MPa}$
Vlačna čvrstoća (na dan ispitivanja nosača) utvrđena na prizmama	$f_{ct} = 7.4 \text{ MPa}$
Modul elastičnosti (na dan ispitivanja nosača) utvrđena na valjcima	$E_c = 36 \text{ GPa}$

Tablica 3. Parametri armaturnog čelika za kratkotrajno opterećenje

Klasična armatura B500B	
Modul elastičnosti	$E_s = 205 \text{ GPa}$
Granica tečenja	$f_{yk} = 500 \text{ MPa}$
Čvrstoća	$f_{yd} = 650 \text{ MPa}$

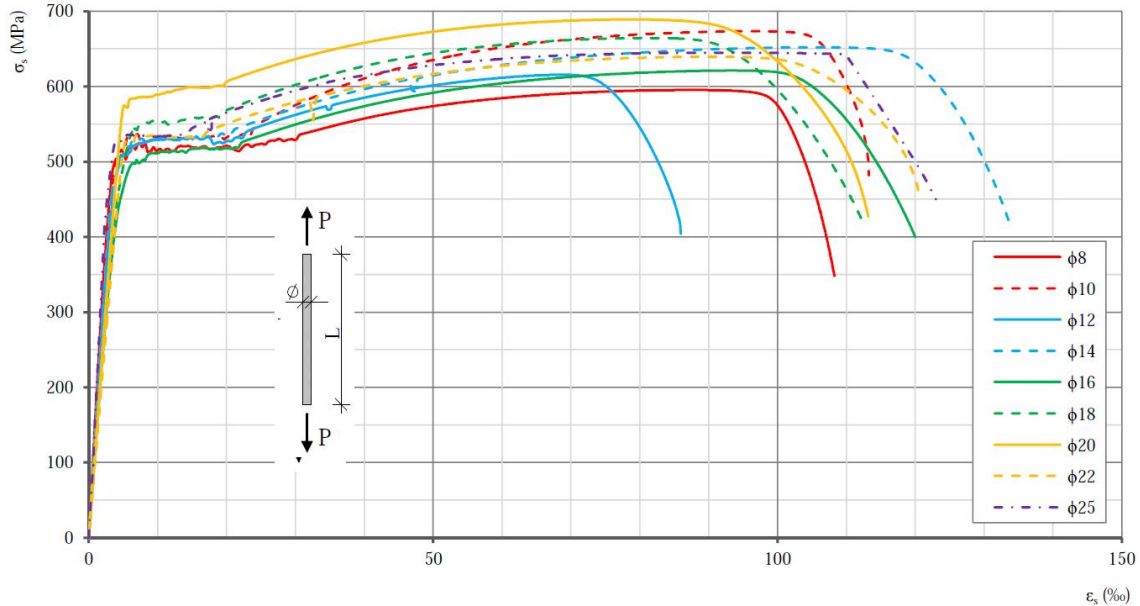
Tablica 4. Parametri prednapetog čelika za kratkotrajno opterećenje

Prednapeta armatura Y1860S7	
Modul elastičnosti	$E_p = 195 \text{ GPa}$
Granica tečenja	$f_{pk} = 1670 \text{ MPa}$
Čvrstoća	$f_{pd} = 1900 \text{ MPa}$
Promjer užeta	9.5 mm (3/8 inch)
Površina užeta	52 mm <sup>2</sup>

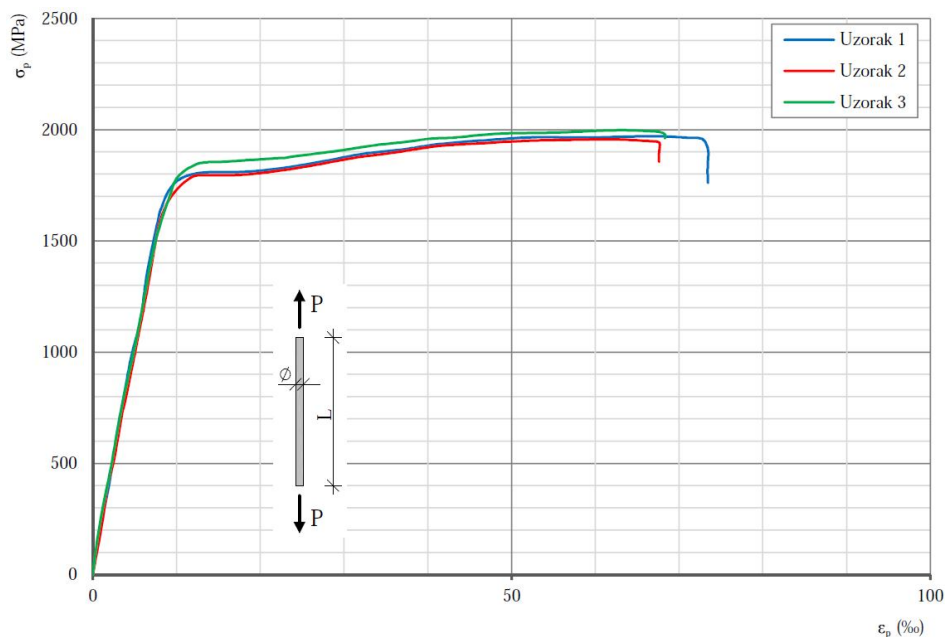
Jurišić, M., Čubela, D., Kustura, M.

### Simuliranje ponašanja prednapetih nosača sa različitim stupnjem prednapinjanja

Poslije ispitivanja nosača uzeta su tri valjka iz neraspucanih dijelova nosača omjera promjera baze i visine 1:2. Na njima je ispitana tlačna čvrstoća betona i eksperimentalno određena veza naprezanje-deformacija betona u tlaku. Uzeta je prosječna vrijednost rezultata kao mjerodavna. U nastavku su prikazani jednoosni dijagrami naprezanje-deformacija za klasičnu armaturu (Slika 3), prednapeti čelik (Slika 4) i beton u tlaku (Slika 5). Ovi dijagrami koristit će za usvajanje modela materijala u numeričkom modelu (za beton se koristi samo dijagram za klasu C40/50).



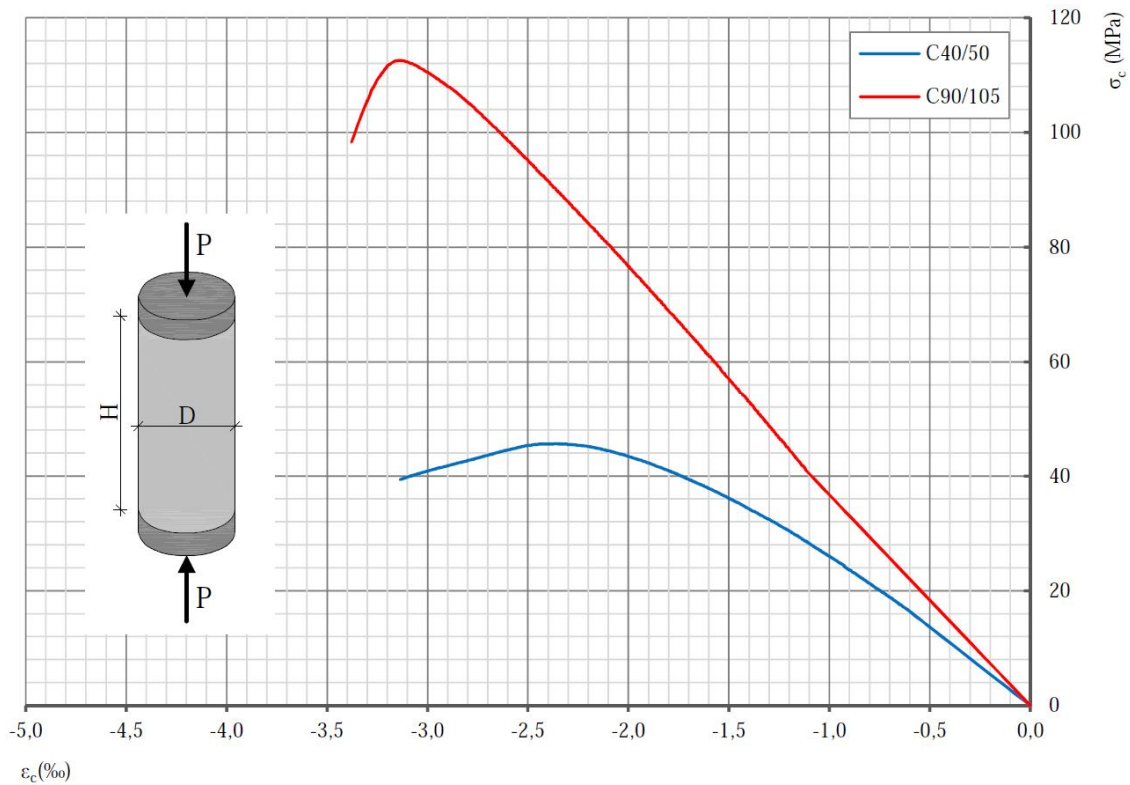
Slika 3. Prosječne vrijednosti izmjerene veze  $\sigma_s$ - $\varepsilon_s$  za betonski čelik B500B



Slika 4. Prosječne vrijednosti izmjerene veze  $\sigma_p$ - $\varepsilon_p$  za prednapeti čelik Y1860S7

Jurišić, M., Čubela, D., Kustura, M.

### Simuliranje ponašanja prednapetih nosača sa različitim stupnjem prednapinjanja



Slika 5. Prosječne vrijednosti izmjerene veze  $\sigma_c$ - $\epsilon_c$  za beton u tlaku

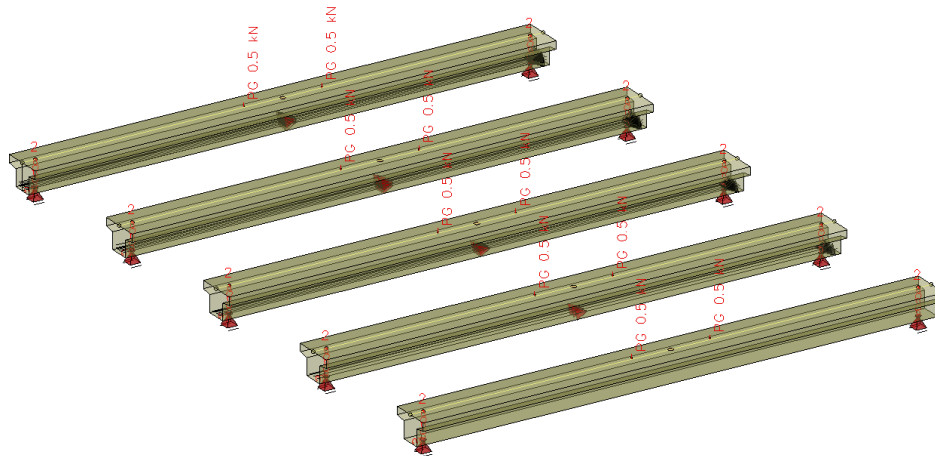
Nosači su ispitani pod monotono rastućim statičkim opterećenjem u dvorani gdje su izrađeni. Koristio se kruti čelični portal prilagođen potrebama eksperimenta koji je ubetoniran u pod dvorane i koji je imao krutost dostatnu da se ne deformira pod nanošenjem opterećenja prese. Korištena je presa kapaciteta 500 kN, a maksimalni hod cilindra je 100 cm. Pri ispitivanju nosači su oslonjeni na masivne betonske stope koje su dodatno osigurane kosnicima. Zbog eliminiranja trenja na osloncima su postavljeni čelični valjkasti ležajevi. Na mjestu unosa sile u nosač postavljeni su valjkasti elementi (da bi se izbjegao unos horizontalne sile) sa čeličnim pločama (da se umanje lokalni tlakovi na beton) na kontaktu sa nosačem. Mjerile su se sljedeće vrijednosti:

- veličina aplicirane sile
- deformacije betona na donjem i gornjem pojasu u sredini raspona
- deformacije izabranih profila klasične armature u donjoj zoni u sredini raspona
- deformacije izabranih prednapetih kabela u sredini raspona
- progibi nosača u sredini raspona
- globalno ponašanje nosača tijekom ispitivanja
- pukotinska slika nosača (širina, visina, razmak i propagacija pukotina)

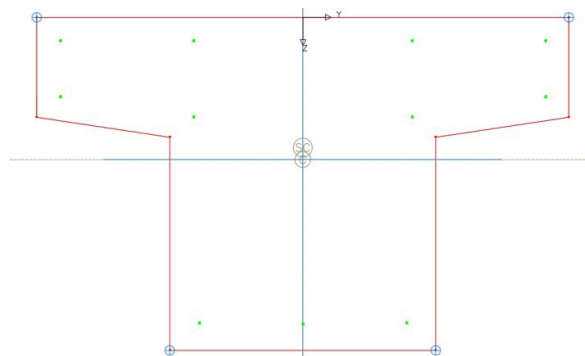
U ovom radu iskoristit će se dobiveni dijagrami sila-pomak za ocjenu ponašanja modela. Sila koju je nanosila presa dijelila se na dvije simetrično raspoređene sile u odnosu na sredinu nosača sa razmakom 150 cm, tako da se u centralnom dijelu nosača na 150 cm dobije čisto savijanje.

## 2. NUMERIČKI MODEL

Numerički model za simuliranje ponašanja nosača napravljen je od štapnih elemenata. Nosač je napravljen kao i u eksperimentu, dužine 10 m, statičkog raspona 9.5 m. Svih 5 nosača podijeljeno je na konačne elemente sa dužinom elementa 0.125 m (svaki nosač ima ukupno 80 elemenata).[6] Nosači su postavljeni na dva pomična ležaja koji simuliraju valjke, s tim da je na jednom ležaju postavljena opruga male krutosti (0.01 kN/m) da bi se postigla stabilnost u uzdužnom smjeru nosača. Oba ležaja sprječavaju torziono zakretanje. Presjeci su napravljeni prema nacrtima stvarnih nosača sa točnim dimenzijama betonskog presjeka i točnim položajem i količinom meke armature (uključujući i posmičnu armaturu). Određena su tri slučaja opterećenja: vlastita težina, prednapinjanje i sila koja simulira rad prese. Vlastita težina je uzeta automatski kroz poznatu zapreminsku težinu i volumen nosača. Prednapinjanje je određeno tako da se slaže sa ulaznim podacima eksperimenta, svako uže modelirano je zasebno i u svako uže uneseno je 58 kN sile. Za silu koja simulira rad prese na svaki od 5 nosača postavljene su dvije sile intenziteta 0.5 kN odmaknute od središta nosača lijevo i desno po 75 cm tako da zadovolje međusobni razmak od 150 cm. Ovo je ekvivalent opterećenju od 1 kN na presi koje se povećava faktorom do numeričkog loma nosača. U ovom slučaju faktor povećanja opterećenja istovremeno pokazuje i stvarno opterećenje. Nosači su prikazani na slici 6, a prikaz jednog presjeka na slici 7.



Slika 6. Prikaz numeričkog modela nosača sa kablovima



Slika 7. Prikaz presjeka nosača C5



Jurišić, M., Čubela, D., Kustura, M.

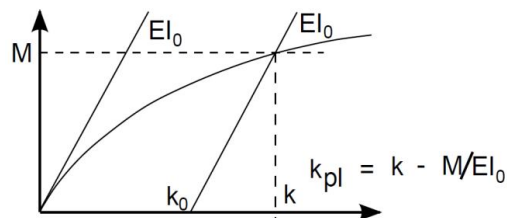
### Simuliranje ponašanja prednapetih nosača sa različitim stupnjem prednapinjanja

Svih 5 nosača analizirani su po teoriji 3. reda, a osim geometrijske uzeta je u obzir i materijalna nelinearnost. Za sve materijale korištena su dva modela materijala u dva proračuna: računski model materijala po pravilniku EC2 sa kojeg su očitane samo lomne vrijednosti različito armiranih nosača i novi model materijala koji je temeljen na vrijednostima iz eksperimenta u kojem je posebno napravljen model ponašanja betona u vlaku.[3] Iz drugog proračuna dobiveni su dijagrami sila-pomak koji na ordinati imaju silu naneseu na nosač koja odgovara sili na presi iz eksperimenta, a na apscisi pomak točke na sredini nosača.

Pošto se radi o problemu po teoriji 3. reda (teorija velikih pomaka) proračun se vrši iterativno. Za svako povećanje opterećenja traži se ravnotežno stanje i to tako da se nakon svakog koraka iteracije određuju novi pomaci i prema njima naprezanja. Provjerava se jesu li se na nekim elementima dogodili bilo kakvi nelinearni utjecaji, primjerice pukotine ili plastifikacija.[4] Plastificirani elementi daju različita čvorna opterećenja u usporedbi sa linearnom analizom. Ova čvorna opterećenja elemenata više nisu u ravnoteži sa čvornim opterećenjima vanjskih tereta (nakon prvog koraka iteracije). Preostale rezidualne sile postavljaju se kao dodatno opterećenje u idućem koraku iteracije.[5] Kao rezultat se dobiju dodatne deformacije i novo stanje naprezanja koje je generalno bliže ravnotežnom stanju. Maksimalne rezidualne sile prikazane su za svaku iteraciju. Iteracije prestaju kada rezidualne sile padnu ispod zadane tolerancije koja je u ovom slučaju relativna i iznosi 0.1% od opterećenja na koje se nosač provjerava. Dodatno se provjerava konvergencija energije sustava. Energija je proporcionalna umnošku opterećenja i pomaka. Kako je opterećenje konstantno, ova vrijednost predstavlja globalni pomak. Gleda se odnos energije trenutno iteracije i prve (linearne) iteracije. Ukoliko se ovaj odnos povećava to je znak da se deformacije još uvijek povećavaju. U tom slučaju, čak i ako rezidualna sila zadovoljava toleranciju, proračun se nastavlja dok i energija sustava postigne određenu konvergenciju. Ako se energija prestane povećavati i konvergira smatra se da su se deformacije zaustavile.

Za eliminaciju rezidualnih sila u iteracijama je korištena metoda linijskog pretraživanja sa promjenom tangencijalne krutosti. Inkrement opterećenja se umanjuje ovisno o rezidualnim silama. Ako iterativni korak ide ka konvergenciji (energetskom minimumu) generira se nova tangencijalna krutost koja poboljšava ponašanje daljnjih iteracija ukoliko je potrebno. Raspuknuti elementi se uzimaju sa smanjenom krutosti. Za bolju konvergenciju u području loma elementa tangencijalna krutost se prilagođava u svakoj iteraciji. Ovaj postupak zahtjeva veći broj iteracija da bi konvergirao.

Za određivanje nelinearne krutosti koriste se plastična zakrivljenja.(Slika 8) U ovom slučaju krutost ostaje ista i računaju se plastična zakrivljenja, metoda je općenita i generalno stabilna.[7] Također pokriva dvoaksijalno savijanje i promjene u aksijalnoj krutosti.

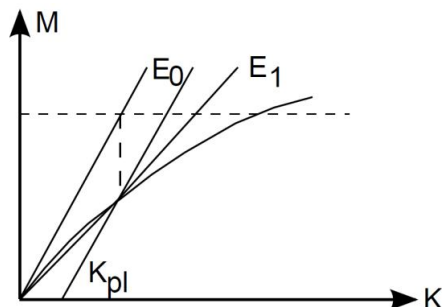


Slika 8. Plastična zakrivljenja

Nadalje, plastične deformacije se dobijaju iz danih zakrivljenosti. U ovom postupku stare zakrivljenosti se zadržavaju i aksijalne deformacije se mijenjaju dok se ne izjednače unutarnje i vanjske normalne sile. Unutarnji momenti  $M_y$  i  $M_z$ , koji su generalno manji od vanjskih, i stare zakrivljenosti daju nove krutosti i plastične zakrivljenosti. Ova metoda nema problema sa pronalaskom rješenja, ali je potrebno više iteracija. (Slika 9)

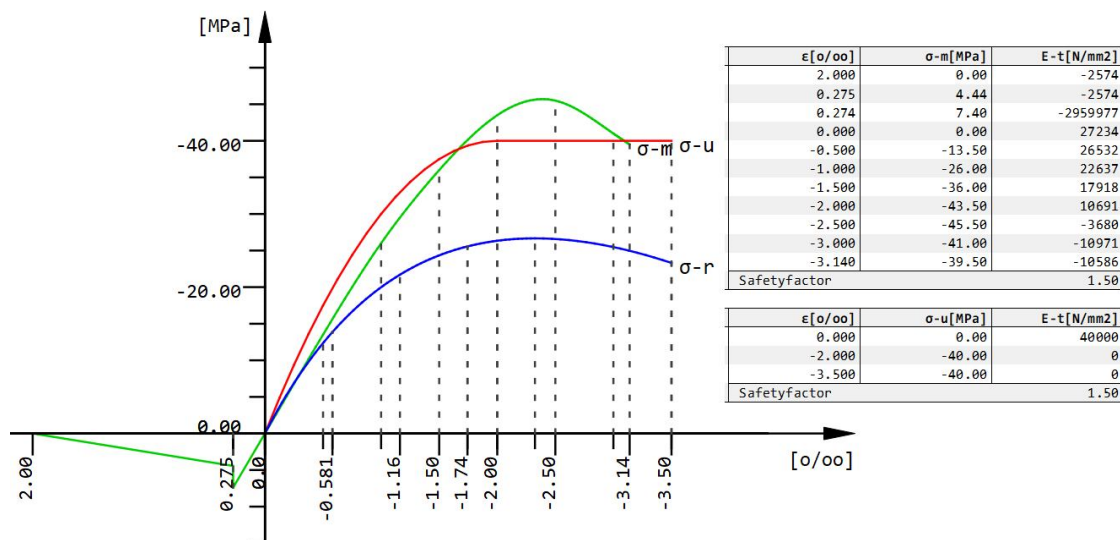
Jurišić, M., Čubela, D., Kustura, M.

## Simuliranje ponašanja prednapetih nosača sa različitim stupnjem prednapinjanja



Slika 9. Metoda određivanja krutosti

Određeni su računski i proizvoljni modeli materijala, pri čemu su računski preuzeti iz pravilnika EC2. Proizvoljni modeli materijala napravljeni su prema eksperimentalnim vezama naprezanja i deformacije za pojedine materijale, pri čemu su uzete srednje vrijednosti i modeli su idealizirani. Posebna pozornost je obraćena na modeliranje betona u vlaku gdje se koristila vršna vlačna čvrstoća od 7.4 MPa iz eksperimenta. Vršna vlačna čvrstoća je pratila isti nagib (isti modul elastičnosti) kao i u tlaku i nastaje pri deformaciji od 0.274 ‰. Neposredno nakon toga (0.275 ‰) vlačna čvrstoća pada na 60% vrijednosti, tj. 4.44 MPa. Od ove vrijednosti pada na 0 MPa pri deformaciji od 2‰. Za klasičnu armaturu usvojen je bilinearni model materijala gdje do granice 550 MPa armatura se ponaša sa modulom elastičnosti 205 GPa i ima deformaciju 2.683‰. Nakon toga ide do deformacije 80‰ i naprezanja od 650 MPa. Prednapeta armatura također ima bilinearni model materijala, ima modul elastičnosti 195 GPa do naprezanja 1850 MPa i deformacije 9.478‰. Nakon toga ide do deformacije 60‰ i naprezanja od 2000 MPa. U nastavku je prikazan detaljan novi model materijala za beton. (Slika 10)



Slika 10. Beton - Računski model materijala (crvena linija) i proizvoljni model materijala (zelena linija)

### 3. PRIKAZ I USPOREDBA REZULTATA

U nastavku su prikazani rezultati eksperimenta i numeričkog modela, kao i usporedbe dijagrama sila-pomak. U tablici 5 prikazani su eksperimentalni rezultati sile i progiba sredine nosača za sve podtipove nosača. U tablici 6 prikazani su rezultati sile i progiba sredine nosača numeričkog modela sa računskim modelom materijala po EC2 (uključen parcijalni faktor sigurnosti za materijal). U tablici 7 prikazani su rezultati sile i progiba sredine nosača numeričkog modela sa proizvoljnim modelom materijala (nije uključen parcijalni faktor sigurnosti za materijal). Na slikama 11-15 usporedbeno su prikazani dijagrami sila-pomak za nosače C1-C5.

Tablica 5. Eksperimentalni rezultati sile i progiba u sredini nosača

Rezultati eksperimenta nosača tipa C									
C1		C2		C3		C4		C5	
Progib (mm)	Sila (kN)	Progib (mm)	Sila (kN)	Progib (mm)	Sila (kN)	Progib (mm)	Sila (kN)	Progib (mm)	Sila (kN)
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
1.5	10.0	1.2	10.0	1.3	10.0	1.8	10.0	2.4	10.0
2.7	20.0	2.4	20.0	2.5	20.0	3.7	20.0	4.2	16.7
4.1	30.0	3.6	30.0	3.7	30.0	5.6	30.0	8.1	20.0
5.4	40.0	4.8	40.0	4.9	40.0	7.6	40.0	13.3	30.0
6.8	50.0	6.0	50.0	6.1	50.0	8.3	42.8	18.1	40.0
8.3	60.0	7.2	60.0	6.7	56.5	11.0	50.0	23.2	50.0
9.9	70.0	8.8	70.0	7.5	60.0	16.9	60.0	27.9	60.0
11.7	80.0	10.7	80.0	10.4	70.0	22.2	70.0	32.7	70.0
13.8	90.0	11.9	84.6	14.9	80.0	27.3	80.0	38.1	80.0
15.7	100.0	13.6	90.0	21.0	90.0	31.8	90.0	43.6	90.0
17.0	105.4	16.7	100.0	27.5	100.0	37.4	100.0	48.0	100.0
19.0	110.0	21.4	110.0	33.6	110.0	43.2	110.0	54.0	110.0
23.2	120.0	26.9	120.0	39.2	120.0	48.5	120.0	60.3	120.0
30.2	130.0	33.4	130.0	47.5	130.0	53.4	130.0	64.0	130.0
38.2	140.0	40.8	140.0	56.2	140.0	59.1	140.0	69.4	140.0
48.0	150.0	50.1	150.0	68.7	150.0	66.3	150.0	88.1	150.0
56.8	160.0	64.0	160.0	127.9	160.0	72.6	160.0	186.1	160.0
93.3	170.0	92.9	170.0	333.5	170.3	101.9	170.0	335.0	170.0
178.7	180.0	178.0	180.0	347.5	170.1	184.4	180.0	453.0	171.1
282.0	183.9	372.0	183.0	372.5	168.3	324.0	182.1	455.2	166.4
288.6	183.4	379.3	177.9	397.5	164.1	332.9	180.1	-	-
-	-	-	-	-	-	339.7	171.7	-	-

Jurišić, M., Čubela, D., Kustura, M.

**Simuliranje ponašanja prednapetih nosača sa različitim stupnjem prednapinjanja**

Tablica 6. Rezultati sile i progiba u sredini nosača numeričkog modela sa računskim modelom materijala prema EC2

Rezultati numeričkog modela nosača tipa C sa računskim modelom materijala prema EC2									
C1		C2		C3		C4		C5	
Progib (mm)	Sila (kN)	Progib (mm)	Sila (kN)	Progib (mm)	Sila (kN)	Progib (mm)	Sila (kN)	Progib (mm)	Sila (kN)
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.6	5.0	0.6	5.0	0.6	5.0	1.8	5.0	2.0	5.0
1.2	10.0	1.2	10.0	1.1	10.0	3.9	10.0	4.0	10.0
1.8	15.0	1.7	15.0	1.9	15.0	6.0	15.0	6.1	15.0
2.4	20.0	2.3	20.0	3.2	20.0	8.3	20.0	8.1	20.0
3.0	25.0	2.9	25.0	4.9	25.0	10.6	25.0	10.0	25.0
3.6	30.0	3.4	30.0	7.0	30.0	12.8	30.0	12.1	30.0
4.2	35.0	4.1	35.0	9.3	35.0	15.2	35.0	14.1	35.0
4.7	40.0	4.9	40.0	11.7	40.0	17.6	40.0	16.1	40.0
5.3	45.0	6.1	45.0	14.3	45.0	20.0	45.0	18.2	45.0
6.0	50.0	7.7	50.0	16.9	50.0	22.3	50.0	20.2	50.0
6.8	55.0	9.7	55.0	19.7	55.0	24.8	55.0	22.2	55.0
8.0	60.0	12.1	60.0	22.5	60.0	27.1	60.0	24.3	60.0
9.7	65.0	14.6	65.0	25.2	65.0	29.6	65.0	26.3	65.0
11.6	70.0	17.2	70.0	28.1	70.0	31.9	70.0	28.4	70.0
14.5	75.0	20.3	75.0	30.9	75.0	34.4	75.0	30.4	75.0
17.7	80.0	23.5	80.0	33.9	80.0	37.0	80.0	32.5	80.0
21.2	85.0	26.5	85.0	36.8	85.0	39.4	85.0	34.6	85.0
25.1	90.0	30.0	90.0	39.8	90.0	41.8	90.0	36.5	90.0
29.4	95.0	32.6	95.0	42.9	95.0	44.3	95.0	38.6	95.0
33.6	100.0	36.5	100.0	45.7	100.0	46.7	100.0	40.6	100.0
38.2	105.0	40.1	105.0	48.8	105.0	49.2	105.0	56.0	105.0
43.4	110.0	43.4	110.0	61.9	110.0	56.7	110.0	87.3	110.0
49.2	115.0	47.2	115.0	85.9	115.0	77.9	115.0	131.6	115.0
67.0	120.0	55.5	120.0	137.1	120.0	117.5	120.0	182.5	117.5
101.6	125.0	70.7	125.0	216.8	125.0	199.5	125.0	209.5	118.8
142.8	130.0	107.2	130.0	237.4	125.6	236.6	127.5	204.7	119.2
203.9	135.0	158.4	135.0	-	-	233.5	127.5	-	-
245.9	136.3	207.2	137.5	-	-	-	-	-	-
243.7	136.3	210.6	138.1	-	-	-	-	-	-

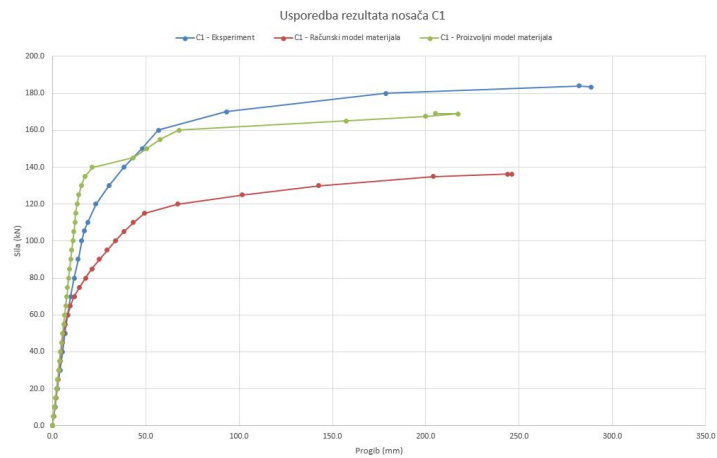
Jurišić, M., Čubela, D., Kustura, M.

**Simuliranje ponašanja prednapetih nosača sa različitim stupnjem prednapinjanja**

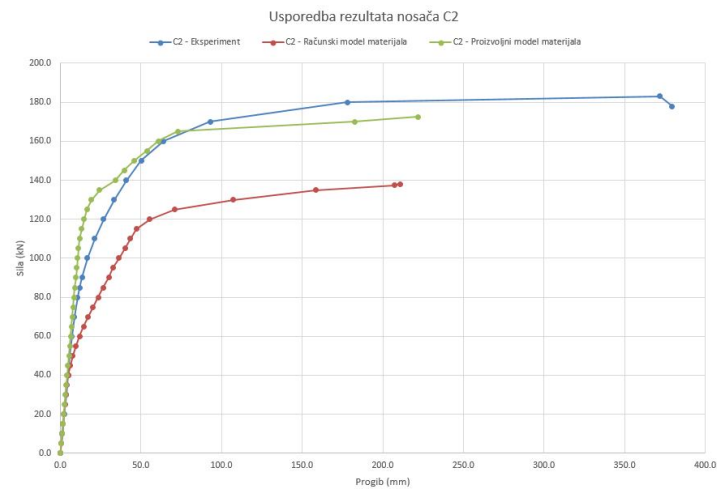
Tablica 7. Rezultati sile i progiba u sredini nosača numeričkog modela sa proizvoljnim modelom materijala

Rezultati numeričkog modela nosača tipa C sa proizvoljnim modelom materijala									
C1		C2		C3		C4		C5	
Progib (mm)	Sila (kN)	Progib (mm)	Sila (kN)	Progib (mm)	Sila (kN)	Progib (mm)	Sila (kN)	Progib (mm)	Sila (kN)
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.5	5.0	0.5	5.0	0.5	5.0	0.5	5.0	0.5	5.0
1.1	10.0	1.1	10.0	1.1	10.0	1.0	10.0	1.0	10.0
1.6	15.0	1.6	15.0	1.6	15.0	1.6	15.0	1.5	15.0
2.2	20.0	2.1	20.0	2.1	20.0	2.1	20.0	2.0	20.0
2.7	25.0	2.7	25.0	2.6	25.0	2.6	25.0	2.6	25.0
3.3	30.0	3.2	30.0	3.2	30.0	3.1	30.0	3.1	30.0
3.8	35.0	3.7	35.0	3.7	35.0	3.6	35.0	3.6	35.0
4.4	40.0	4.3	40.0	4.2	40.0	4.2	40.0	4.1	40.0
4.9	45.0	4.8	45.0	4.7	45.0	4.7	45.0	4.6	45.0
5.4	50.0	5.3	50.0	5.3	50.0	5.2	50.0	5.5	50.0
6.0	55.0	5.9	55.0	5.8	55.0	5.7	55.0	6.8	55.0
6.5	60.0	6.4	60.0	6.3	60.0	6.2	60.0	8.4	60.0
7.1	65.0	6.9	65.0	6.9	65.0	6.8	65.0	10.0	65.0
7.6	70.0	7.5	70.0	7.4	70.0	7.3	70.0	11.9	70.0
8.2	75.0	8.0	75.0	7.9	75.0	8.3	75.0	14.1	75.0
8.7	80.0	8.6	80.0	8.4	80.0	9.5	80.0	16.5	80.0
9.3	85.0	9.1	85.0	9.0	85.0	10.9	85.0	19.0	85.0
9.8	90.0	9.6	90.0	9.9	90.0	12.6	90.0	21.7	90.0
10.3	95.0	10.2	95.0	11.0	95.0	14.8	95.0	24.7	95.0
10.9	100.0	10.7	100.0	12.4	100.0	17.3	100.0	27.6	100.0
11.4	105.0	11.2	105.0	14.4	105.0	20.3	105.0	30.2	105.0
12.0	110.0	12.1	110.0	17.0	110.0	23.4	110.0	33.8	110.0
12.5	115.0	13.2	115.0	20.2	115.0	27.2	115.0	36.9	115.0
13.2	120.0	14.6	120.0	24.6	120.0	30.9	120.0	39.9	120.0
14.2	125.0	16.5	125.0	30.4	125.0	34.8	125.0	42.7	125.0
15.5	130.0	19.3	130.0	35.5	130.0	38.5	130.0	45.5	130.0
17.4	135.0	24.3	135.0	40.0	135.0	41.9	135.0	48.3	135.0
21.4	140.0	34.1	140.0	44.2	140.0	45.3	140.0	51.0	140.0
43.4	145.0	39.6	145.0	52.9	145.0	48.5	145.0	182.7	145.0
50.5	150.0	46.0	150.0	63.1	150.0	61.4	150.0	210.2	146.3
57.8	155.0	53.7	155.0	212.8	155.0	180.6	155.0	209.1	146.9
67.8	160.0	60.8	160.0	206.4	155.2	213.0	156.3	-	-
157.4	165.0	72.9	165.0	-	-	221.6	156.9	-	-
199.7	167.5	182.5	170.0	-	-	-	-	-	-
217.2	168.8	221.8	172.5	-	-	-	-	-	-
205.1	169.0	-	-	-	-	-	-	-	-

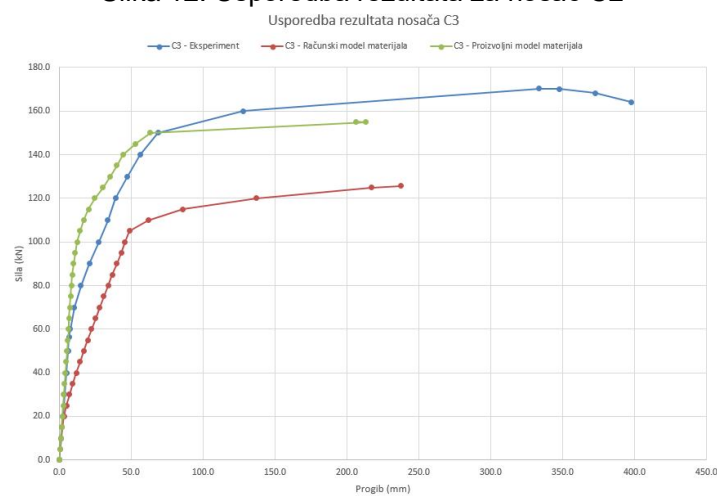
Jurišić, M., Čubela, D., Kustura, M.  
**Simuliranje ponašanja prednapetih nosača sa različitim stupnjem prednapinjanja**



Slika 11. Usporedba rezultata za nosač C1

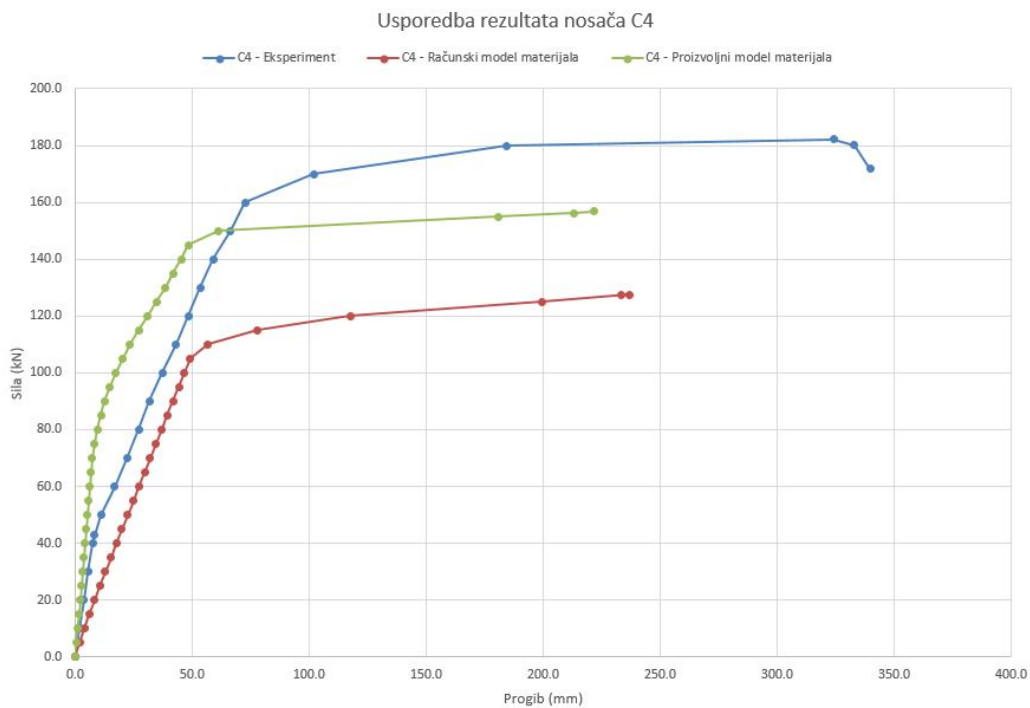


Slika 12. Usporedba rezultata za nosač C2

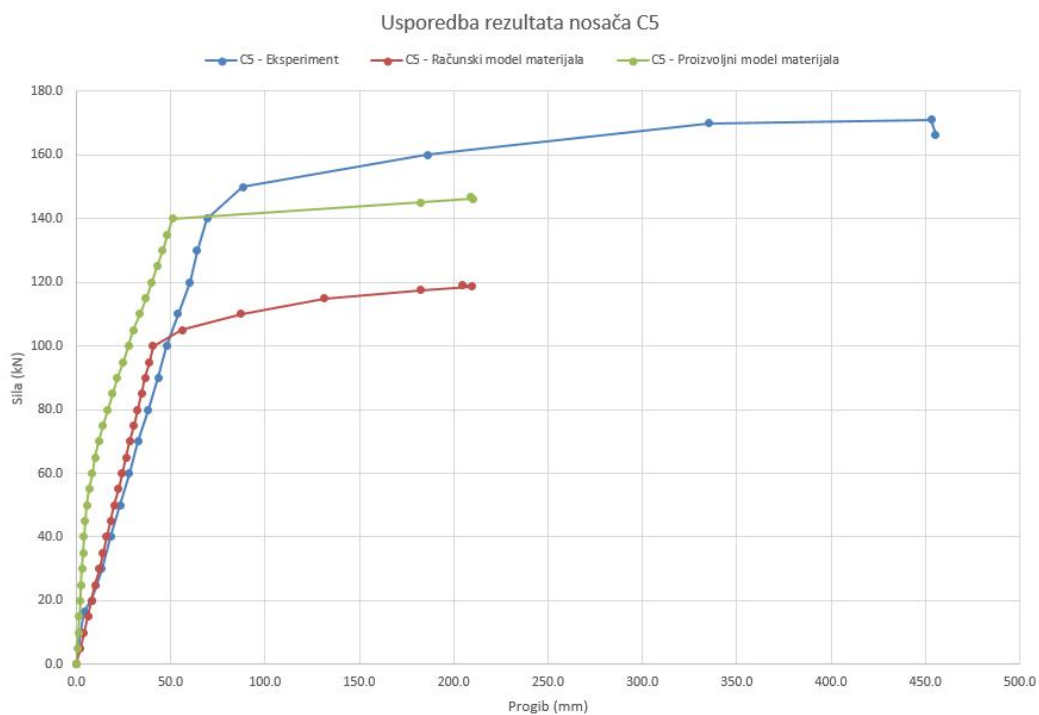


Slika 13. Usporedba rezultata za nosač C3

Jurišić, M., Čubela, D., Kustura, M.  
**Simuliranje ponašanja prednapetih nosača sa različitim stupnjem prednapinjanja**



Slika 14. Usporedba rezultata za nosač C4



Slika 15. Usporedba rezultata za nosač C5

#### 4. ZAKLJUČAK

Može se primijetiti da je projektirana lomna sila nosača otprilike podjednaka za sve nosače i kreće se u rasponu od 119.2 kN za nosač C5 do 138.1 kN za nosač C2. Srednja vrijednost računске lomne sile je 129.34 kN i najveće odstupanje je 8%. Razlog odstupanja je nemogućnost točnog odnosa klasične i prednapete armature zbog dostupnih površina užadi i šipki. Srednja lomna sila nosača u eksperimentu je 178.08 kN sa maksimalnim odstupanjem od 3%. Srednja lomna sila nosača sa proizvoljnim modelom materijala je 160.08 kN sa maksimalnim odstupanjem od 8%. Maksimalna razlika između lomne sile eksperimenta i lomne sile sa proizvoljnim modelom materijala je na nosaču C4 i iznosi 25.2 kN što predstavlja odstupanje od 14%. Minimalna razlika je na nosaču C2 i iznosi 10.5 kN što predstavlja odstupanje od 6%. Obzirom da beton nije homogen materijal i da su u proizvoljni model materijala ulazili podaci koji su ispitani na dijelu elemenata može se zaključiti da se lomne vrijednosti numeričkog modela dobro slažu sa stvarnim lomnim vrijednostima. Što se tiče pomaka može se zaključiti da su u svim eksperimentalnim dijagramima sila-pomak ostvareni veći pomaci u odnosu na numeričke. Razlog tomu je što je blizu granice loma jako teško postići numeričku konvergenciju jer se zbog velikog opadanja krutosti pri malom prirastu opterećenja stanje napona i deformacija značajno promijeni.

Najznačajnije je usporediti globalno ponašanje nosača. Evidentno je da se granica linearnosti (do otvaranja prve pukotine) u eksperimentu pa i u numeričkom modelu smanjuje kako opada stupanj prednapinjanja. Na svim nosačima primijeti se da je granica linearnosti u numeričkom modelu u prosjeku za 30 kN veća nego u eksperimentu. Najvjerojatiji razlog je vlačna čvrstoća betona. U eksperimentu je prikazana vlačna čvrstoća betona C40/50 od 7.4 MPa što je značajno veće od uobičajene srednje vlačne čvrstoće od 3.5 MPa. Vlačna čvrstoća betona ima velik utjecaj na granicu linearnosti, tj. što je ona veća i granica linearnosti je veća. Prema ovome postoji mogućnost da je na nosačima u eksperimentu, za razliku od uzoraka, stvarna vlačna čvrstoća bila bliže vrijednosti od 3.5 MPa. Nakon granice linearnosti grane dijagrama idu skoro pa paralelno što znači da se nosači u numeričkom modelu ponašaju jako slično stvarnim nosačima, te da proizvoljni modeli materijala dobro opisuju ponašanje materijala.

#### LITERATURA

1. Čubela, D.: Uporabna svojstva betonskih konstrukcija ovisno o stupnju prednapinjanja, doktorska disertacija, Građevinski fakultet, Sveučilište u Mostaru, Mostar, 2017.
2. Markić, R.: Utjecaj odnosa prednapete i klasične armature na ponašanje betonskih nosača, doktorska disertacija, Fakultet građevinarstva, arhitekture i geodezije, Sveučilište u Splitu, Split, 2012.
3. EN 1992-1-1 (2004): Eurocode 2: Design of concrete structures – Part 1-1: General rules and rules for buildings, 2004.
4. Petronijević, M.: Teorija konstrukcija 1, Univerzitet u Beogradu – Građevinski fakultet, Akademski misao, 2019.
5. Fertis, D.G.: Nonlinear Structural Engineering, Springer, 2006.
6. Harapin, A., Trogrlić, B.: Uvod u metodu konačnih elemenata – Štapani sustavi u ravnini, Interna skripta, Sveučilište u Splitu, Split, 2009.
7. Ghaboussi, J., Pecknold, D.A., Wu, X.S.: Nonlinear Computational Solid Mechanics, CRC Press, 2017.