

Branka Rosandić

Sveučilište u Zagrebu
Arhitektonski fakultet
HR - 10000 Zagreb, Kačićeva 26

Pregledni znanstveni članak • Subject Review
UDK • UDC 72.02:624

Znanstvena klasifikacija • Scientific Classification
Područje: Tehničke znanosti • Section: Technical Sciences
Polje: Arhitektura i urbanizam • Field: Architecture and Urban Planning
Grane • Branches: 2.01.03 arh. konstrukcije • Arch. Construction

Rukopis primljen • Manuscript Received: 24.02.2000.
Članak prihvaćen • Article Accepted: 29.03.2000.

Plošni nosači - klasifikacija i analiza načina prijenosa opterećenja

Plate Panels - Classification of Bearing Structures

Ključne riječi • Key words

arhitekt i konstruktor	architect and constructor
ljuske	shells
plošni nosači	plate panels

Sažetak • Abstract

Razumijevanje načina prijenosa opterećenja u konstrukciji potrebno je kako konstruktoru radi utvrđivanja odgovarajućega proračunskog modela, tako i arhitektu, kao pomoć u stvaranju oblika i koncepcije objekta. U radu je istražen utjecaj oblika plošnih nosača na način raspodjele opterećenja.

Understanding how loads are transferred in the structure is necessary for the constructor to determine the suitable calculation model, and for the architect as help in designing shapes and planning the building. The paper researches how the shape of plate panels influences load distribution.

1. Uvod / Introduction

Svako doba nosi svoje spoznaje, specifične materijale kojima se graditelji služe, tehniku gradnje, odnosno teoretska znanja i znanja o mogućnostima rješenja problema. U prošlim epohama arhitekt i konstruktor bili su po pravilu ista osoba. Stari graditelji kao da su imali osjećaj za lijepo, a nove tehnike izvedbe pronalazili su tijekom samoga građenja. Tako su stjecali iskustvo, a s njime i praktički nepogrešiv osjećaj za ponašanje konstrukcije. Činjenica je da su se graditelji pridržavali iskustvenih pravila projektiranja i izvedaba svojih prethodnika, no uvijek je bilo i onih koji su tražili nova rješenja ili proširivali granice primjene starih.

Razvoj znanosti, rješenja problema bazirana na znanstvenim, a ne više samo na empirijskim spoznajama, sve veća količina informacija potrebnih za razumijevanje i rješavanje problema dovodi do odvajanja rada arhitekta i konstruktora. Arhitekt se sve više posvećuje oblikovanju prostora i objekata u njemu, a konstruktorova uloga sve više postaje obrazlaganje i rješavanje same konstrukcije. Time, nažalost, arhitekt i konstruktor sve manje surađuju, tj. sve više pozornosti svaki od njih pridaje samo svome dijelu posla. Vrijeme pokazuje neodrživost takve situacije, jer je jedinstvo oblika i konstrukcije prijeko potrebno, tj. oblik se ne može "proizvesti" bez konstrukcije, niti se konstrukcijski problemi mogu postavljati i rješavati neovisno o arhitektonskom obliku. Najbolja i najkvalitetnija rješenja su ona u kojima se funkcionalni, oblikovni i konstruktorski zahtjevi dopunjuju. Stvaralačka mašta arhitekta mora se razvijati na temelju poznavanja i razumijevanja načina na koji konstrukcija prenosi opterećenje. Kao primjer neka posluže imena poput Freyssineta, Maillarta, Nervija – konstruktora koji su imali urođen osjećaj za ljepotu i sklad oblika, ili Wrighta, Niemeyera, Candelle – arhitekata koji su imali osjećaj za ponašanje konstrukcije ili su vrlo blisko surađivali s konstruktorima koji su imali razumijevanja za njihove ideje.

Razvoj konstrukcija trajao je stoljećima dok se nije približio granicama ostvarivoga uz primjenu tradicionalnih materijala – drva, opeke, kamena – i tradicionalnih načina izvedbe. Novi materijali – čelik i beton – omogućuju njihovo slobodnije oblikovanje, drukčiji pristup problemu sigurnosti konstrukcije te ekonomičniju i bržu izvedbu. Pri tome se podrazumijeva:

- dobro poznavanje materijala koji su na raspolaganju, kao i mogućnost izvedbe kojom bi se to znanje iskoristilo i realiziralo u praksi
- što točnije poznavanje veličine i smjera djelovanja sila, tj. napreznja koja se pojavljuju u konstrukciji, i u vezi s tim
- poznavanje utjecaja konstrukcijskih oblika na način raspodjele opterećenja.

Dobro koncipiranim projektom, uz tijesnu suradnju arhitekta i konstruktora, moguće je postići rješenje koje zadovoljava zahtjeve sigurnosti i estetike, a ujedno i ekonomičnosti. Pogrešno je tumačenje da konstrukcija može biti bilo kakva – oblik i konstrukcija ne mogu se odvajati, i u dobro projektiranoj građevini oni proizlaze jedno iz drugoga.

Jedinstvo oblika i konstrukcije možda je najuočljivije na plošnim konstrukcijama. Većina tih konstrukcija takve su prirode da je sama konstrukcija arhitektura, odnosno da je sva arhitektura u konstrukciji.

2. Utvrđivanje problema / Stating the Problem

Jedna od najrasprostranjenijih nosivih konstrukcija današnjice jesu sustavi sastavljeni od ravnih i zakrivljenih ploha. Ploče, zidovi, zidni nosači, ljuske, membrane, ravni i zakrivljeni naborani nosači (izvedeni od čelika, drveta, betona, plastike, tekstila) različitih su oblika. Bogatstvo oblika, pogotovo zakrivljenih, neograničeno je. Nagli razvoj znanstvenih disciplina u XIX. i XX. stoljeću omogućio je njihovoj širokoj primjeni i ujedno osposobio čovjeka da gradi brže, veće, smjelije, sigurnije. Gradnja zakrivljenih plošnih konstrukcija nije više vezana isključivo za sakralne građevine kao u prijašnjim epohama. I u mnogim drugim područjima čovjekova života pojavljuje se potreba za gradnjom takvih građevina radi estetskih i mnogih drugih prednosti koje imaju.

Kao u prošlosti, i sada je, u novije doba, gradnja takvih građevina vezana za relativno mali broj imena. Čovjek modernog doba želi računski, vodeći brigu o željenoj točnosti rezultata, provjeriti i utvrditi sigurnost građevine koju namjerava graditi, što podrazumijeva mogućnost teoretskog rješenja problema.

Teorija ljusaka, kao dio opće teorije elastičnosti, obuhvaća veliko i specifično područje čije je izučavanje uvjetovano poznavanjem određenih područja matematike. Relativno malo konstruktora ima sposobnost i želju da se bave isključivo zakrivljenim plošnim konstrukcijama.

Pojava i nagli razvoj računala to potpuno mijenja. Mnogi problemi teorije elastičnosti koji nisu bili riješeni ili je za njihovo rješavanje trebalo vrlo mnogo vremena danas se rješavaju pomoću računala, koje obavlja brojne operacije brzo i matematički točno. Konstruktoru stoje na raspolaganju programi koje sastavljaju ekipe teoretičara i specijalista za pojedino područje u suradnji s matematičarima. Mogućnost proračuna konstrukcija uz pomoć računala vrlo je velika i, što je vrlo važno, dostupna svakom konstruktoru. Zadatak konstruktora je da – osim sudjelovanja u izboru odgovarajućeg oblika konstrukcije, interpretira njezino ponašanje i uoči dominantne putove prijenosa sila, tj. da odluči kojim će se proračunskim modelom aproksimirati realna konstrukcija, odnosno njezino ponašanje.

Izbor proračunskog modela ovisi o tipu i vrsti računalnog programa kojim će se provesti analiza. Većina današnjih programa pisana je na bazi metode konačnih elemenata, što znači da konstruktor odlučuje o načinu aproksimacije realnog problema proračunskim modelom. Izbor konstrukcijskih oblika praktički je neograničen, a mišljenje pojedinih arhitekata i konstruktora kako su u današnje vrijeme iskustvo i "osjećaj za konstrukciju" nevažni pogoduje izvedbi neracionalnih, skupih, a istodobno ipak nedovoljno sigurnih konstrukcija.

Cilj ovog rada je da se provede klasifikacija plošnih nosača s obzirom na njihov oblik i način postanka, utvrdi utjecaj oblika na način raspodjele opterećenja i tako uvede preglednost u obilje oblika i formi. Osim kao pomoć konstruktoru pri utvrđivanju proračunskog modela, takva će klasifikacija poslužiti i arhitektu koji, da bi mogao primijeniti i projektirati neku nosivu konstrukciju ili neki oblik, mora posjedovati određena znanja o ponašanju te konstrukcije.

Sl. 1. Usporedba savijanja grede i jednostrane ploče

Crtež • Drawing by B. Rosandić

FG. 1. Comparison between the bending of a beam and a one-way spanning slab

Diferencijalna jednadžba elastične linije trake ploče (grede): $\bar{w}''' = q/EI$

Diferencijalna jednadžba elastične površine ploče: $\Delta\Delta w = q/D$

q - jednoliko podijeljeno kontinuirano opterećenje
 E - modul elastičnosti materijala

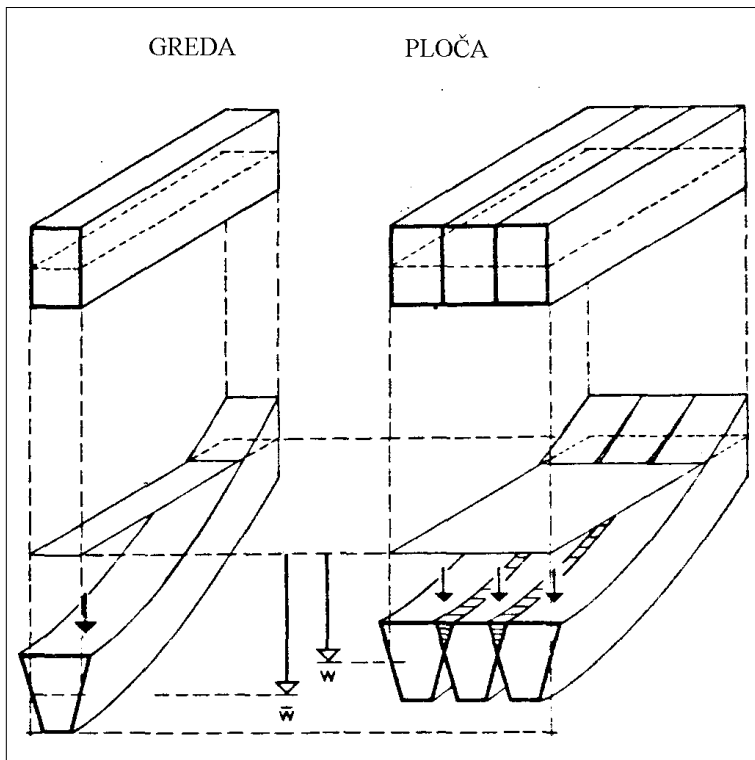
I - moment inercije presjeka
 D - krutost ploče

μ - Poissonov koeficijent

\bar{w} - pomak točke jedne trake ploče (grede)

w - pomak točke ploče pri spriječenju poprečnoj deformaciji

Može se dokazati da je $\bar{w} = (1 - \mu_2)w$, dakle $\bar{w} > w$.



3. Plošni sustavi / Plate panels

3.1. Plošno djelovanje / 2 D action







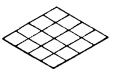
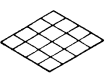
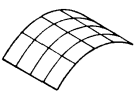
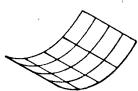
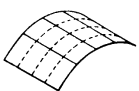
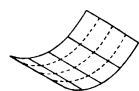
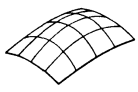
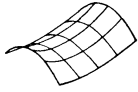
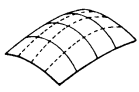
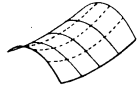
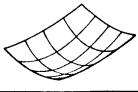
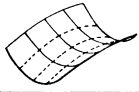
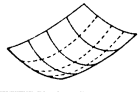
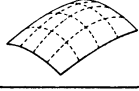
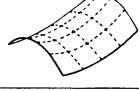
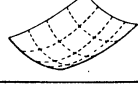
Promotri li se ponašanje ploče pod opterećenjem, modelirane kao da je sastavljena od traka (niza nosača) postavljenih jedna uz drugu, ali ne međusobno vezanih, kao i monolitne ploče jednakih dimenzija i karakteristika, može se uočiti da će progib monolitne ploče biti manji od progiba nevezanih traka ploče. Sprečavanjem poprečnog savijanja presjeka trake nastaje plošno djelovanje, tj. opterećenje se ne prenosi samo po dužini raspona trake nego i u poprečnom smjeru.

Plošni nosač, čija srednja ravnina iz ravne pod opterećenjem prelazi u dvostruko zakrivljenu plohu, prenosi opterećenje na ležaje savijanjem u dva smjera (sl. 1).

3.2. Prostorno djelovanje / 3 D action

Plošni nosač koji nije ravan nego je u jednome ili oba smjera zakrivljen postaje prostorna nosiva konstrukcija. On prenosi opterećenje do ležaja, na sasvim drukčiji način nego što to čini ploča. Unatoč poprečnom opterećenju, naponsko stanje koje se pojavljuje u takvom nosaču odgovara naponskom stanju zidnog nosača (diska), tj. opterećenje se do ležaja prenosi uzdužnim i posmičnim naponima.

S obzirom na način prijenosa opterećenja, može se reći da je zakrivljena prostorna konstrukcija ekvivalent luka odnosno lančanice u jednodimenzionalnom prostoru, premda se bitno razlikuju u jednome:

OSNOVNI ŠTAPNI NOSAČI	STUPOVI	GREDE	LUKOVI		LANČANICE	
						
	1	2	3	4	5	6
STUPOVI $k_1 = 0$ $D = 0$ $K = 0$	A 					
GREDE $k_1 = 0$ $D = \infty$ $K = 0$		B 				
LUKOVI konveksni $k_1 > 0$ $D = 0$ $K = 0$ konkavni $k_1 < 0$ $D = 0$ $K = 0$			C 			
				D 		
LANČANICE konveksni $k_1 > 0$ $D = 0$ $K = 0$ konkavni $k_1 < 0$ $D = 0$ $K = 0$					E 	
						F 

- luk, odnosno lančanica mogu prenijeti samo jedan tip poprečnoga kontinuiranog opterećenja točno određenog oblika, i to isključivo silama tlaka ili vlaka. Promjena oblika opterećenja prouzročuje savijanje duž cijele linije luka, odnosno promjenu baznog oblika u lančanice.
- Ljuska može prenijeti širok spektar različitoga poprečnog opterećenja, također uglavnom uzdužnim (tlak, vlak) i posmičnim silama, i to bez promjene svoga baznog oblika. Taj prijenosni mehanizam može se najbolje pratiti na sfernoj ljusci (kupoli) - (sl. 2). Sile – u dva različita smjera – (npr. u smjeru meridijana i paralela) u korelaciji su. Korelacija i smjer djelovanja tih sila ovisi o geometrijskom obliku ljuske i izvedbi ležaja. Membranske sile zajednički prenose opterećenje i pri tome jedan smjer djeluje na drugi tako da smanjuje (prigušuje) savijanje koje nastaje na rubovima zbog nekompatibilnosti ljuske i rubnog elementa, odnosno zbog uvjeta oslanjanja.

Ljuska se smatra stabilnom nosivom konstrukcijom ako ukupna dopuštena naprezanja, normalna naprezanja (tlak, vlak) s jedne strane i posmik u plohi ljuske s druge strane, mogu raspodijeliti i uravnotežiti ukupno opterećenje bez promjene njezina oblika u svim slučajevima opterećenja.

3.3. Razvoj / Development

Granicu između vanjskoga, nezaštićenog, i unutrašnjega, zaštićenog prostora čini ploha čiji oblik, način izvedbe te vrsta i debljina materijala od kojega je izvedena, ovisi o znanju, potrebama i mogućnostima čovjeka određenog doba. Veliki slobodni prostori uspješno su premošćivani zakrivljenim ploham.

SL. 2. Sferna ljuska (kupola)

Crtež • Drawing by B. Rosandić

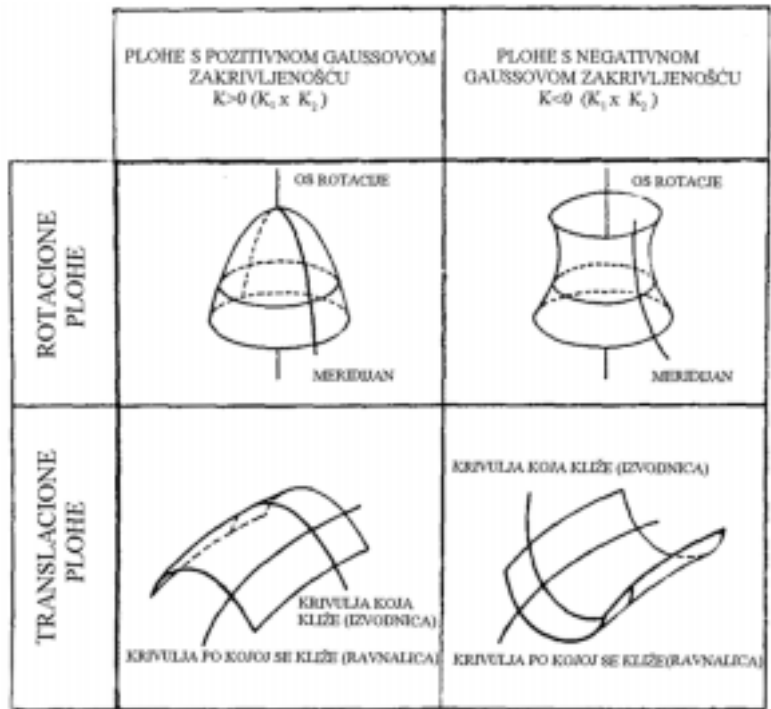
FG. 2. Spherical Shell (Dome)

Shvati li se kupola kao konstrukcija sastavljena od međusobno povezanih meridijalnih (radijalnih) lukova i paralelnih prstenova, pokazuje se da ne može nastati slobodna deformacija meridijalnog luka zbog različitoga poprečnog opterećenja (koncentriranog tereta, puzanja, skupljanja, temperaturnih promjena i sl.). Meridijalni lukovi kupole podupri su paralelama koje sprečavaju njihovu bočnu deformaciju, a pri tome se pojavljuju prstenasta (tlak, vlak) naprezanja u paralelama. Sile koje djeluju u kupoli su sile tlaka u smjeru meridijalnih lukova i uzdužne sile (tlak, vlak) u smjeru paralela. Ako direktna tlačna i vlačna naprezanja u meridijanima i paralelama ne mogu preuzeti cjelokupno opterećenje, dostupan je i treći mehanizam, koji preuzima neuravnotežene razlike opterećenja – posmični mehanizam.

Sl. 3. Povijesni razvoj plošnih nosača

Crtež • Drawing by B. Rosandić

FG. 3. Historical development of plate panels



Jednostruko zakrivljeni elementi (svodovi) pojavljuju se već u rimskom graditeljstvu (npr. Maksimilijanova bazilika u Rimu 310-313. g. p. Krista) ili dvostruko zakrivljeni elementi (npr. kupola Panteona u Rimu - 2. st. p. Krista, kupola s najvećim rasponom antike od 43,6 m i debljinom stijenke 1,0 m). Iako su ti rimski svodovi tijekom vremena bili modificirani, oni su bili temelj svim stilskim epohama europskog prostora, od rimskog doba sve do početka XX. stoljeća.

Dok je bizantski kulturni krug dalje razvijao kupolni svod (Aja Sofija), u zapadnoj se Europi učvrstio križni svod (razvijen iz jednostruko zakrivljenog svoda) kao nosiva konstrukcija romančkih i gotičkih bazilika.

U renesansi, u djelima Brunelleschija (kupola u Firenci, g. 1420-1434), Bramantea (*Tempietto* u Rimu, 1500-1502), Michelangela (kupola crkve sv. Petra u Rimu, 1547-1564/1593), konačno se ponovno rađa masivna kupola, koja kao imanentni oblikovni elementi i dalje živi u mnogim tadašnjim baroknim i klasicističkim građevinama.

Kada je 1866. g. izumio armirani beton, Monier je graditeljima dao novi materijal iznimnih svojstava, koji se još da i lijevali te oblikovati u željeni oblik. Prvi put u povijesti arhitekture realiziraju se zakrivljene, kontinuirane i monolitne konstrukcije – ljuške. Te konstrukcije nose same sebe zahvaljujući svojoj prostornoj krutosti, tj. činjenici da nisu obješene niti ih nosi neka druga konstrukcija. Sloboda izbora oblika, izvedbi kupola i ostalih zakrivljenih površina, jednom riječju ljuška, otvara sasvim nove mogućnosti gradnje.

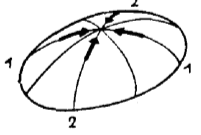
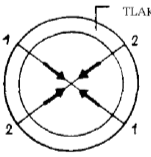

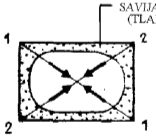
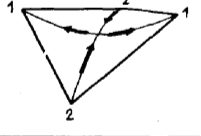
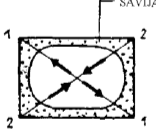
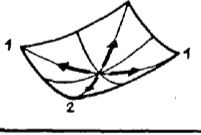
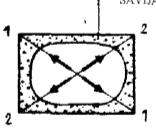

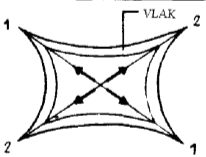
Razvoj plošnih sustava, tj. konstrukcijskih rješenja kojima je predočena ta ploha može se slijediti tijekom razdoblja od 2 000 godina (sl. 3).

3.4. Teorija / Theory

Stari su graditelji gradili bez teoretskog znanja, pridržavajući se iskustvenih pravila projektiranja i načela izvedaba njihovih predaka. Tijekom vremena – gradeći i modificirajući manje ili više stara rješenja – dolazili su do novih znanja i spoznaja. Učili su, gradili "teoriju" zasnovanu isključivo na empiriji i razvijali osjećaj za ponašanje konstrukcije.

Razvoj konstrukcija bio je polagan, a evolucija je trajala stoljećima, dok se čovjek nije približio granicama koje se mogu ostvariti primjenom tradicionalnih materijala. Pronađeni su novi materijali – čelik i armirani beton. Prva reakcija na njihov pronalazak – kopiranje starih rješenja uz upotrebu novih materijala – pokazala se pogrešnom. Novi materijali, s drugačijim svojstvima od dotadašnjih, zahtijevali su drugačiji, novi pristup konstrukciji.

Teoretske discipline poput mehanike, teorije elastičnosti i matematike već su dovoljno razvijene pa se konstrukcijama može pristupiti s drugih polazišta nego dotad. Čovjek prije izvedbe želi shvatiti konstrukciju – čak i one koje se bitno razlikuju od dotadašnjih – želi ih "proračunati" i ocijeniti njihovu sigurnost u određenim situacijama u kojima se one tijekom uporabe nađu. Razvoj teorije, pronalazak novih materijala i bolje poznavanje svojstava starih, "poznatih" materijala, vode kvalitetnijem, svrsishodnijem, ljepšem, bržem i ekonomičnijem građenju, što se može slijediti praćenjem porasta omjera L/d, tj. veličine prostora koji je premošten (raspon = L) i debljine stijenke (d) same konstrukcije (sl. 4).

POGLED		N_{11}	N_{22}	RUBNO PODRUČJE	TLOCRT
KUPOLE		TLAK	TLAK	TLAK	
LJUSKE		TLAK	TLAK	SAVIJANJE (TLAK)	
		VLAK	TLAK	SAVIJANJE	
		VLAK	VLAK	SAVIJANJE	
MEMBRANE		VLAK	VLAK	VLAK	

SL. 4. Razvoj ljuskastih konstrukcija (odnos L/d)

Crtež • Drawing by
B. Rosandić

FG. 4. Development of shell structures (L/d relationship)

Izniman poticaj primjeni ljusaka dao je Bauersfeld, u suradnji s Dischingerom, izgradivši 1923/24. g. prvi planetarij u Jeni (polukugla raspona 40 m i debljine stijenke 6 cm). Izgradnja te kupole premašila je dvadeset stoljeća stari maksimalni omjer raspona L i debljine stijenke d - $L/d \approx 44$ u gradnji zakrivljenih ploha (kupola *Panteona* u Rimu), dosegnuvši omjer $L/d \approx 666$. Taj dramatični skok u omjeru raspona i debljine smatra se trenutkom rođenja ljuski. Desetak godina kasnije, tj. 1931-1933. g. Laffaile gradi prve ljuske sastavljene od pravilnih ploha. Postignut je raspon od 30-50 m, uz debljinu stijenke ljuske 5-6 cm, tj. omjer $L/d \approx 600-835$. Laffaile je prvi obogatio gradnju ljusaka ploham s negativnom Gaussovom zakrivljenošću. Godine 1929. Dischinger je svladao poligonalni tlocrt uz pomoć zajedno sastavljenih ljusaka u obliku samostanskog svoda (tržna hala u Leipzigu raspona 76 m i debljine stijenke 9 cm), odnosno $L/d \approx 845$. Daljnji kvalitativni skok do kojega dolazi 50-ih godina XX. stoljeća označava izvedba Nervijevih zatvorenih ljusaka (raspon 60 m, debljina stijenke 2,5 cm) - $L/d \approx 2400$ ili dvostrukih ljusaka CNIT-ove izložbene dvorane u Parizu (raspon 205 m, zbroj debljine unutrašnje i vanjske stijenke ljuske 13 cm) - $L/d \approx 1600$.

4. Klasifikacija nosača s obzirom na način prijenosa opterećenja / Classification of Panels with Reference to Load Transfer

4.1. Matematički modeli / Mathematical Model

Razvoj teoretske podloge bio je, a i sada jest, vrlo bitan i potreban za ocjenu nosivosti svake konstrukcije, posebno ljuske. Realni, po pravilu vrlo složeni, problemi aproksimiraju se matematičkim modelom, pri čemu se stvarni podaci idealiziraju - npr. geometrijski oblik, svojstva materijala, rubni uvjeti, raspodjela opterećenja i sl.

Teoretska analiza realnog problema zasniva se zapravo na rješenju matematičkog modela, koji se s vremenom može, uzimajući u obzir nove spoznaje, mijenjati. Stoga se, kad je riječ o strogom ili približnom rješenju, misli na rješenje određenoga matematičkog modela koji više ili manje točno aproksimira realno tijelo i njegovo ponašanje. Vrlo važno pitanje koje ostaje bez pravog odgovora jest aproksimira li, i u kojem smislu, s koliko točnosti, rješenje idealiziranoga matematičkog modela stanje realnog tijela te znači

li mala pogreška u modelu i malu pogrešku u rješenju. Očito je da izbor proračunskog modela i način njegova rješenja ima vrlo veliku ulogu u ocjeni nosivosti realne konstrukcije. Geometrijski oblik nekih tijela često opravdava uvođenje aproksimacija i idealizacija. Tako se dobivaju matematički modeli koji su jednostavniji i pogodniji za proračun, a pri tome dovoljno točno interpretiraju realno ponašanje neke konstrukcije. Pritom se razlikuju sljedeći modeli.

■ **Jednodimenzionalni – linearni (štapni) model / 1 D Model**

Tijelo koje ima jednu dimenziju mnogo veću od ostalih može se predočiti tim modelom. Oblik takvog modela, odnosno elementa, jest linija koja spaja težišta poprečnih presjeka, tj. njegova os. S obzirom na oblik, takvi elementi mogu biti ravni (stup, greda) ili zakrivljeni (luk, lančanica). Opterećenje (tlak, vlak) u smjeru svoga idealiziranog oblika model prenosi isključivo jednosmjernim naprezanjima. Može prenijeti opterećenja koja djeluju poprečno na liniju idealiziranog oblika, i to isključivo svojom otpornošću na savijanje.

■ **Dvodimenzionalni – plošni model / 2 D Model**

Tijelo koje ima jednu dimenziju bitno manju od ostalih može se aproksimirati plohom, odnosno plošnim modelom. Takvi su modeli oblikovani po plohi, tj. njihova srednja ravnina može biti ravna ili zakrivljena, i to u jednome ili dva smjera. Ti bi se sustavi trebali zapravo smatrati trodimenzionalnima, no određene dodatne pretpostavke omogućuju da se shvaćaju kao dvodimenzionalni. Te su pretpostavke npr.:

- mala debljina ravnoga plošnog elementa, tj. ploče, u odnosu prema drugim dvjema dimenzijama u njezinoj ravnini
- mali pomaci točaka srednje ravnine okomito na nju u odnosu prema dimenzijama u srednjoj ravnini, što je posljedica poprečnog opterećenja
- srednja je ravnina u stanju ravninske deformacije za opterećenja u svojoj ravnini
- slučajevi geometrijske pravilnosti tijela i polja opterećenja i sl.

■ **Trodimenzionalni – prostorni model / 3 D Model**

Tijelo kojemu su sve tri dimenzije istog reda veličine nalazi se pod opterećenjem u prostornom stanju naprezanja. Istražuju se i pronalaze stroga rješenja za specijalne slučajeve, a za ostale zadovoljavaju rješenja raznih podmodela do kojih se došlo uvođenjem određenih pretpostavki.

Numeričke metode, osobito metoda konačnih elemenata, razvijaju se za sve kategorije modela (jednodimenzionalnih, dvodimenzionalnih i trodimenzionalnih), no važniji je njihov doprinos mogućnostima proračuna plošnih trodimenzionalnih modela.

4.2. Klasifikacija elementarnih štapnih elemenata / Classification of Elementary Members

Prema obliku osi i smjeru djelovanja opterećenja, štapni se elementi mogu klasificirati u skupine. Riječ je, zapravo, o ravnim i zakrivljenim elementima koje razlikujemo s obzirom na zakrivljenost (k), krutost na savijanje ($K=EI$) i krutost na uzdužnu silu ($D=EA$).

NOSAČ / GREDA	$k=0$;	$0 < K < \infty$;	$D = \infty$
STUP	$k=0$;	$K = \infty$;	$0 < D < \infty$
LUK (konveksni i konkavni)	$k > 0$;	$0 < K < \infty$;	$0 < D < \infty$
LANČANICA (konveksna i konkavna)	$k > 0$;	$K = 0$;	$0 < D < \infty$.

OSNOVNI PLOŠNI NOSAČI		ZIDNI NOSAČI (DISKOVI)		PLOČE		LJUSKE		MEMBRANE	
		$D \neq 0$ $K = \infty$ $K_1 = 0$	$D = \infty$ $K \neq 0$ $K_1 = 0$	$D = \infty$ $K \neq 0$ $K_1 = 0$	$D \neq 0$ $K \neq 0$	$K_1 > 0$	$K_1 < 0$	$D \neq 0$ $K = 0$	$K_1 > 0$
		1	2	3	4	5	6		
RAVNI	$K_1 = 0$	A						stabilizacija putem	
	$K_1 = 0$	B			KONKAVNO $K_1 = 0$ $K_2 > 0$	KONKAVNO $K_1 = 0$ $K_2 < 0$			rubni elementi $K_1 = 0$ $K_2 < 0$
ZAKRIVLJENI	JEDNOSTRUKO	LJUSKE	$K_1 > 0$	C	KONKAVNO $K_1 > 0$ $K_2 > 0$	KONKAVNO $K_1 > 0$ $K_2 < 0$			rubni elementi $K_1 > 0$ $K_2 < 0$
				D		KONKAVNO $K_1 = 0$ $K_2 < 0$			rubni elementi $K_1 < 0$ $K_2 < 0$
	DVOSTRUKO	MEMBRANE	$K_1 > 0$	E					prelak $K_1 > 0$ $K_2 < 0$
				F					

4.3. Kombinacija elementarnih oblika / Combination of Elementary Shapes

Međusobnim kombiniranjem elementarnih štapnih elemenata u prostoru se dobiva štapna nosiva konstrukcija različitih oblika (sl. 5).

Glavna, primarna nosiva konstrukcija jesu grede – linijski nosači koji se međusobno križaju i koji prenose linijsko opterećenje ovisno o svom obliku (stup, greda, luk, lančanica). Ispuna između greda sekundarna je nosiva konstrukcija koja preuzima lokalno opterećenje i prenosi ga do glavnih (primarnih) nosača.

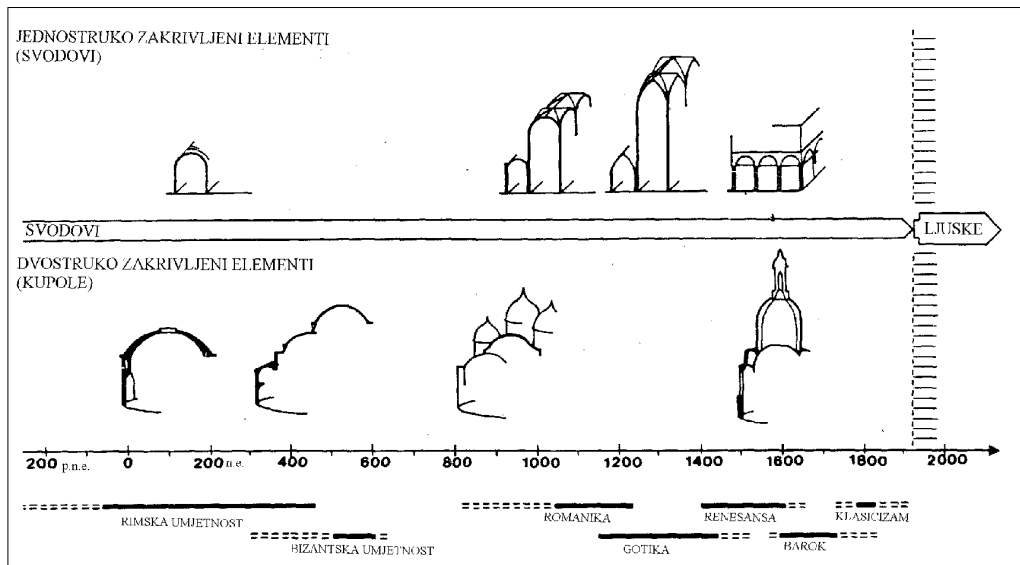
Zamislamo da se međusobni razmak tih grednih nosača smanjuje, tj. teži nuli. Postupnim smanjivanjem razmaka između elemenata prelazi se u kontinuum i dobiva oblik plošnog nosača u prostoru, kao i prva predodžba o njegovim mogućnostima i načinu nošenja. Očito je da se pritom više ne može govoriti o primarnim i sekundarnim nosačima – plošni nosač djeluje u prostoru kao cjelovita konstrukcija koja npr. poprečno površinsko opterećenje prenosi pretežno silama u ravnini plohe (uzdužnim i posmičnim) do ležaja. Tako nastaju (sl. 6) zidni nosači /A1/, ploča /A2/, ljuske i membrane.

Svaka od tih plošnih konstrukcija ima svoje specifičnosti, odnosno zahtjeve. Kako je bitan uvjet prostornog djelovanja njihov oblik, njega je potrebno i očuvati. Kod ljusaka je najčešće dovoljna stabilizacija oblika pomoću rubnih elemenata koji su vezani na točke oslanjanja (iako se ona može postići i odgovarajućim oblikovanjem rubova ljuske). Membrane, danas najčešće od materijala koji nije krut, napregnute na vlak, zbog velike su fleksibilnosti najčešće ukrućene ravnim /B5, B6/ ili zakrivljenim /C5, C6, D5, D6/ nosačima, pretlakom plina (zraka) /E5/ u pneumatskih konstrukcija, teretom /F6/ ili užetima /E6/.

Sl. 5. Osnovni štapni nosači

Crtež • Drawing by
B. Rosandić

FG. 5. Basic members



Sl. 6. Osnovni plošni nosači

Crtež • Drawing by
B. Rosandić

FG. 6. Basic plate panels

4.4. Klasifikacija oblika / Classification of Shapes

Prema svom izgledu u prostoru, plošne konstrukcije – ljsuke mogu se podijeliti na razne načine, npr. prema zakrivljenosti, obliku, načinu postanka i sl. Ovisno o obliku, plohe se dijele prema Gaussovoj zakrivljenosti ($k_1 k_2 < 0$, $k_1 k_2 > 0$), (sl. 7). U najjednostavnijem slučaju one nastaju rotacijom neke ravne krivulje oko osi koja se nalazi u ravnini te krivulje ili pomicanjem jedne ravne krivulje (izvodnice) duž druge krivulje (ravnalice).

Uz pomoć takvih modela moguće je kvalitativno odrediti smjer i veličinu očekivanih reakcija i prije stvarne analize nosivosti.

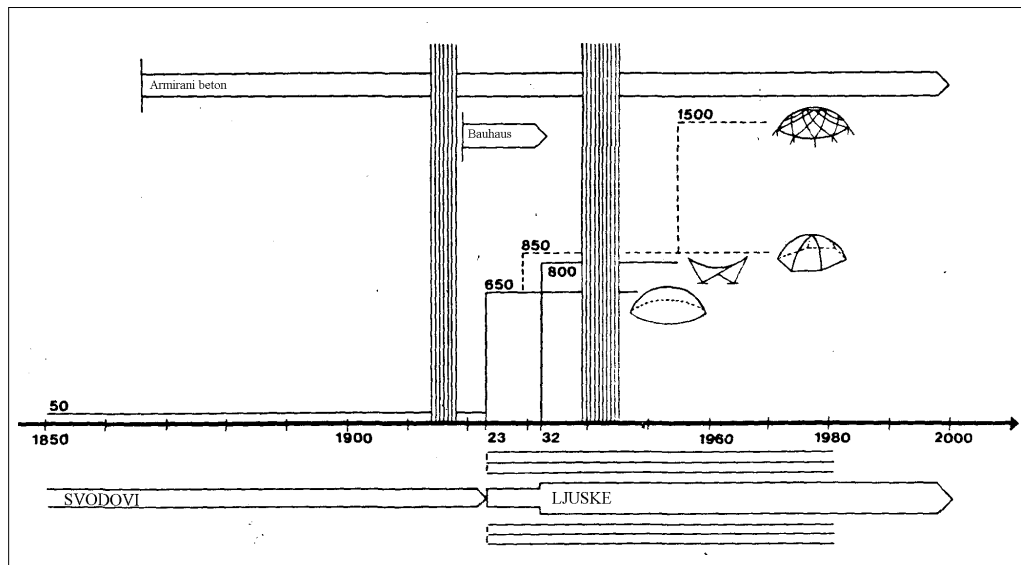
5. Analiza načina nošenja plošnih konstrukcija / Analysis of Plate Panels - 2 D Structures

Sastavljanje pojedinih ravnih nosača u monolitnu cjelinu izaziva smanjenje poprečne deformacije (savijanja) tako nastale plohe u cjelini, i to kao rezultat zajedničkog djelovanja jednog smjera na drugi (sl. 1). U zakrivljenih plošnih konstrukcija događa se uvijek isto – sile jednog smjera utječu na ponašanje sila drugog smjera (sl. 6). Kako je krutost zakrivljenih plošnih konstrukcija bitno veća nego krutost ravnih plošnih konstrukcija, opterećenje se raspoređuje uz zanemarivo malu poprečnu deformaciju (savijanje) srednje ravnine, što znači da je pretežno preneseno silama u ravnini ljsuke.

U točki konstrukcije opterećenje preuzimaju sile u dva različita smjera, koje su pri tome, s obzirom na geometriju ljsuke, u određenoj korelaciji. Među svim smjerovima mogu se odrediti i smjerovi glavnih naprezanja, koji se, ovisno o uvjetima ležaja, mogu podudarati s glavnim smjerovima zakrivljenosti.

Određivanjem glavnih smjerova zakrivljenosti na modelu ljsuke, uz poznavanje točaka oslanjanja, moguće je s dovoljnom točnošću kvalitativno analizirati i odrediti tokove sila u konstrukciji (sl. 8).

Primjerice, za modele ljsaka oslonjene u točkama 1 i 2 moguće je određivanjem glavnih nosivih lukova, ovisno o njihovoj



zakrivljenosti, ustanoviti da u srednjoj zoni prevladavaju:

- samo sile tlaka ili samo sile vlaka u oblika s pozitivnom Gaussovom zakrivljenošću
- sile tlaka i sile vlaka u oblika s negativnom Gaussovom zakrivljenošću.

Membranska teorija primijenjena na tako određene glavne smjerove, bazirana isključivo na uvjetima ravnoteže – za dano opterećenje i homogene rubne uvjete, daje dovoljno točno rješenje koje se može upotrijebiti za projektiranje (design) ljuske, tj. za utvrđivanje potrebne debljine stijenke. Da bi u ljusci bilo čisto membransko stanje naprezanja, njezin rub mora ostati slobodan kako bi mogao pratiti pomake što nastaju zbog temperaturnih promjena, opterećenja, skupljanja, puzanja materijala i sl. Ovisno o uvjetima ležaja, rub mora preuzeti i komponente opterećenja koje se pojavljuju kada sile ležaja ne djeluju tangencijalno na srednju površinu ljuske. Kako je to u praksi teško ostvarivo, pomaci rubova ljuske sprečavaju se izvedbom rubnih elemenata. Iako nepodudaranje naprezanja i deformacije na spoju ljuske i rubnog elementa prouzrokuje smetnju membranskog stanja, tj. deformaciju (savijanje), to rješenje osigurava da ljuska bude projektirana kao sigurna nosiva konstrukcija. Važno je znati gdje se zone smetnji membranskog stanja pojavljuju, dokle se šire i koji je red veličine naprezanja od momenta savijanja u tim zonama. Veličina naprezanja od momenta savijanja istog je reda veličine kao i naprezanje od membranskih sila. Područja na kojima se njihov utjecaj osjeća protežu se uz rubove ljuski i vrlo se brzo prigušuju u plohu s pozitivnom Gaussovom zakrivljenošću, nešto se dublje osjećaju u ploha u kojih je Gaussova zakrivljenost jednaka nuli, dok se njihov utjecaj najdalje osjeća u ploha s negativnom Gaussovom zakrivljenošću.

Izborom pravilnog oblika moguće je ostvariti ljuske koje su gotovo isključivo napregnute membranskim silama i koje ne trebaju ni rubne elemente ni dodatna ukrućenja (npr. projekti Candelle, Schlaicha, Nervija, Islera), što pridonosi njihovoj lakoći i eleganciji.

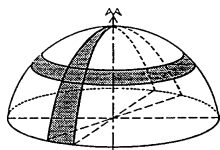
SL. 7. Oblici zakrivljenih plošnih nosača

Crtež • Drawing by
B. Rosandić

FG. 7. Shapes of curved plate panels

Nakon provedene analize o načinu nošenja plošnog sustava – ljuske utvrđuje se položaj i oblik rubnih elemenata potrebnih za očuvanje geometrijskog oblika ljuske i odabire proračunski model i metoda njegova rješavanja.

Samo uska suradnja konstruktora i arhitekta može dovesti do rješenja tog problema na zadovoljavajući način – da su osim konstruktorskih zahtjeva zadovoljeni i estetski.



SL. 8. Glavni smjerovi prijenosa opterećenja

Crtež • Drawing by
B. Rosandić

FG. 8. Main directions of load transfer

6. Zaključak / Conclusion

Racionalno projektiranje u smislu sigurnosti, skladnosti i ekonomičnosti zahtijeva od arhitekta i konstruktora posjedovanje "osjećaja" za ponašanje konstrukcije te razumijevanje načina na koji ona prenosi opterećenje na ležajeve.

Vjerujemo da će prezentirana *klasifikacija plošnih nosača* biti pomoć pri analizi načina prijenosa opterećenja takvih konstrukcija i da će omogućiti kvalitativno određivanje tokova i prirode dominantnih unutarnjih sila.



Literatura • Bibliography

1. Beyer, K. (1963), *Statika armiranih betonskih konstrukcija*, Građevinska knjiga, Beograd
2. Billington, D. P. (1965), *Thin shell Concrete Structures*, Mc Graw, Hill Book Company
3. Engel, H. (1977), *Tragsysteme*, Deutsche Verlags-Anstalt-4, Auflage
4. Faber, C. (1965), *Candela und seine Schalen*, Verlag Georg D.W. Callwey, München
5. Franz, G. (1969), *Konstruktionslehre des Stahlbetons*, 2. band, Springer Verlag, Berlin
6. Girkmann, K. (1965), *Površinski sistemi nosača*, Građevinska knjiga, Beograd
7. Heyman, J. (1977), *Equilibrium of Shell Structures*, Clarendon Press, Oxford
8. Salvadori, M. (1967), *Structural Design in Architecture*, Prentice-Hall, inc. London
9. Siegel, C. (1960), *Strukturformen der modernen Architektur*, Verlag Georg D.W. Callwey, München

Summary • Sažetak**Plate Panels - Classification of Bearing Structures**

Unity of shape and structure are indispensable. Shape cannot be "produced" without structure, nor can structural problems be put forward and solved independently of architectural shapes. The architect's creative imagination must develop around his knowledge and understanding of structural behaviour.

This is perhaps the most obvious in the case of plate panels, most of which are of such a nature that the structure itself is the architecture, i.e. all the architecture is contained in the structure. Elementary members are classified in relation to the way in which they transfer loads. If we combine elementary members we get a spatial bearing structure and a perception of how such a structure transfers loads. Decreasing the distance between the basic members gives a continuum and both the shape of the plate panel and knowledge about the possibilities and manner of transferring loads.

The paper classifies plate panels considering their shape and origin. It establishes the influence of shape on load distribution, thus bringing clarity to the wealth of shapes and forms. This classification can help the constructor determine the calculation model, and can also be of use to the architect who must have advance knowledge about the behaviour of the bearing structure he plans to apply and design.

Branka Rosandić

Biografija • Biography

Mr. sc. Branka Rosandić, dipl. ing. arh., rođena je u Zagrebu. Na Arhitektonskom fakultetu Sveučilišta u Zagrebu diplomirala je 1971. godine. Godine 1986. magistrirala je na Građevinskom fakultetu Sveučilišta u Zagrebu. U svom pedagoškom, stručnom i znanstvenom radu bavi se problematikom nosivih konstrukcija u arhitekturi.

Branka Rosandić, M. Sc., Arch. Eng., was born in Zagreb. She graduated from the Faculty of Architecture at Zagreb University in 1971. In 1986 she got her master's degree at the Faculty of Civil Engineering at Zagreb University. In her teaching, professional and research work she has devoted her interest to problems of bearing structures in architecture.

PROSTOR

ISSN 1330-0652
CODEN PORREV
UDK • UDC 71/72

GOD. • VOL. 7(1999)
BR. • NO. 2(18)
STR. • PAG. 143-302
ZAGREB, 1999.

srpanj-prosinac • July-December

B. Rosandić: Plošni nosači ...

Pag. 267-280